TURMA ITA

CADERNO 4

TABELA DE HORÁRIOS

horários	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB	DOM
intervalo							
intervalo							
intervalo							
intervalo							

Nome

Endereço

Cidade **Estado**

Curso **Turma**

Telefone **Celular**

E-mail

POLIEDRO
CURSO

ISBN: 978-85-7901-118-4

São José dos Campos – SP
Telefone: (12) 3924-1616
editora@sistemapoliedro.com.br
www.sistemapoliedro.com.br

Copyright © Editora Poliedro, 2019
Todos os direitos de edição reservados à Editora Poliedro

SUMÁRIO

FÍSICA **5**

Frente 1: Complemento teórico 1 – Análise dimensional **6**
Frente 1: Série 3 – Análise dimensional, Ordem de grandeza e Algarismos significativos **16**
Frente 1: Série 4 – Questões de ciclos antigos de Análise dimensional e Ordem de grandeza **20**
Frente 2: Série 4 – Cinemática: Lançamento horizontal, Lançamento oblíquo e Parábola de segurança **22**
Frente 3: Complemento teórico 1 – Gravitação **27**
Frente 3: Série 6 – Gravitação **32**
Frente 3: Série 7 – MHS **39**
Frente 4: Complemento teórico 4 – Ondulatória **44**
Frente 4: Série 4 – Ondulatória **57**
Frente 4: Série 5 – Física moderna **64**
Módulos: ITA / IME **70**

MATEMÁTICA **105**

Frente 1: Série 5 – Logaritmos **106**
Frente 2: Série 4 – Polinômios e Equações algébricas **113**
Frente 3: Série 5 – Sistemas lineares **120**
Frente 5: Série 3 – Geometria espacial II **124**
Módulos: ITA / IME **129**

QUÍMICA **159**

Frente 1: Complemento teórico 2 – Carvão **160**
Frente 1: Série 5 – Petróleo, Bioquímica e Polímeros **162**
Frente 2: Série 6 – Quântica e Descritiva **167**
Frente 4: Série 5 – Propriedades coligativas **175**
Módulos: ITA / IME **179**

PORTUGUÊS **239**
Módulo: ITA **240**
Módulo: IME Interpretação **257**

INGLÊS **263**
Prova 29: FGV - 2017.2 ..... **264**
Prova 30: Unifesp - 2012 ..... **267**
Prova 31: Unifesp - 2015 ..... **270**
Prova 32: Unifesp - 2016 ..... **273**
Prova 33: Fuvest - 2014 ..... **276**
Prova 34: Fuvest - 2015 ..... **277**
Prova 35: Fuvest - 2016 ..... **278**
Prova 36: Fuvest - 2017 ..... **279**

ROTEIRO DE ESTUDOS: História / Geografia / Biologia **281**

FÍSICA

seraficus/iStockphoto.com

FÍSICA – FRENTE 1

COMPLEMENTO TEÓRICO 1 ANÁLISE DIMENSIONAL

"O livro da natureza é escrito em linguagem matemática, os seus caracteres sendo triângulos, círculos e outras figuras geométricas; sem tais meios é humanamente impossível entender-se uma palavra, é um debater-se inutilmente num labirinto escuro."

(GALILEO, Il Saggiatore, Roma, 1.622)

1. Introdução

Os fenômenos observados na natureza são bastante complexos e acontecem como têm de acontecer há muito tempo. Nós tentamos explicar a nós mesmos os acontecimentos, da forma mais racional possível, para isso construímos teorias e modelos a partir da nossa observação.

Isto é o trabalho dos Físicos: buscar um modelo, um padrão de como as coisas acontecem e por quê é desse jeito e não daquele.

Nesta apostila nós *não* jogamos estes modelos, nós damos pistas de como deve ser o modelo e quando você tiver montado o modelo na sua cabeça, aí *sim* nós mostramos o modelo, nossa intenção é que você nesta hora pense: "realmente era isso que eu estava pensando" ou "nossa não tinha atentado a este fato, realmente deve ser assim". Desta forma você não cairá em nenhuma pegada de vestibular, pois o seu conceito estará sedimentado e *correto*.

Exemplo

O ar oferece resistência ao deslocamento de um corpo, como uma bola que cai. No entanto, isto pode dificultar um estudo breve sobre a queda de um corpo. O físico, então, pode assumir um modelo para este estudo e dizer que considera desprezível a resistência do ar. Baseado nesta hipótese, que é o modelo do nosso físico, ele faz cálculos sobre, por exemplo, o tempo da queda de um corpo de uma certa altura. O físico observa a natureza e mede o tempo que o corpo leva para cair daquela altura. Se os resultados obtidos pelos dois métodos (teórico, a partir do modelo, e experimental) forem muito próximos, é sinal de que o ar realmente não tem grande influência na queda daquele corpo estudado, e o nosso físico acertou na escolha do seu modelo.

Durante todo o estudo da Física, vamos adotar modelos que se mostrarão muito úteis e eficazes.

Além do modelo, existem certas afirmações essenciais sobre a ocorrência de fenômenos, que são as leis físicas.

Exemplo

"Qualquer corpo permanece em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme (velocidade constante) se for nula a resultante das forças que atuam sobre ele."

Esta é a primeira lei de Newton e é uma afirmação sempre válida. Garante que, se for satisfeita a condição de ser nula a resultante das forças que atuam sobre o corpo, ele permanecerá em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme.

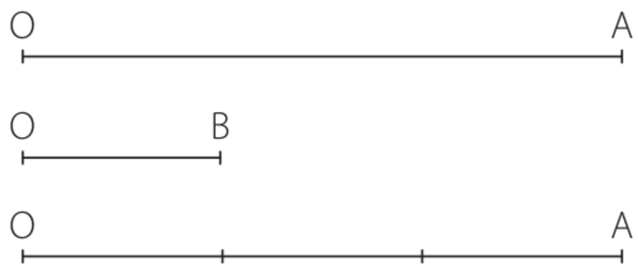
1.1. Sistemas de Unidades

Falamos, no tópico anterior, em tempo, altura, velocidade, força. Estes são os nossos instrumentos de medição e comparação para os fenômenos físicos que observamos. São denominados grandezas físicas.

Para se medir uma grandeza, devemos compará-la com um padrão arbitrariamente escolhido, ao qual denominamos *unidade*. O número resultante desta comparação é chamado de *valor numérico*.

Exemplo

Para medir o comprimento do segmento $\overline{OA}$, utilizamos como unidade o comprimento do segmento $\overline{OB}$. Isto consiste em repetir o comprimento de $\overline{OB}$ até que o segmento $\overline{OA}$ seja totalmente preenchido. No nosso caso encontramos o valor 3, significando que a medida de $\overline{OA}$ é 3 na unidade $\overline{OB}$.



Assim, uma grandeza física tem o seu valor expresso por um número e uma unidade. No caso de uma força, não tem sentido dizer que o seu valor é 12 se não especificarmos com clareza a unidade em que a força é dada.

Exemplo

12 newtons ou, usando o símbolo N, 12 N. Neste caso, 12 é o valor numérico da força e newton é a unidade.

IMPORTANTE: *Exceções são as grandezas expressas por quocientes, como no caso do índice de refração (razão de duas velocidades), expresso por um número sem unidade.*

As unidades das grandezas físicas estão definidas nos vários sistemas de unidades que foram sendo estabelecidos à medida que as necessidades da Ciência e da Tecnologia o exigiram. Todos os sistemas de unidades têm em comum o fato de se basearem em um pequeno número de *grandezas fundamentais* e terem as outras unidades definidas a partir dessas. As unidades fundamentais devem ser definidas a partir de estudos

aprofundados que envolvem, muitas vezes, a construção de padrões. Isto é necessário porque essas grandezas devem fornecer a base para as outras grandezas e a sua precisão vai determinar a precisão das outras. As grandezas definidas a partir das fundamentais são denominadas grandezas derivadas.

No passado, um grande número de sistemas de unidades foi utilizado concomitantemente, tanto na Ciência, como na Técnica. Cada sistema de unidade é dado pelas suas unidades fundamentais. Alguns exemplos desses sistemas de unidades às vezes citados são:

a) *MKSA* cujas grandezas fundamentais são o comprimento (metro), a massa (quilograma), o tempo (segundo) e uma unidade elétrica, a corrente elétrica (ampère).

b) *CGS* (centímetro, grama, segundo), com as mesmas grandezas mecânicas do MKSA e com duas possibilidades de unidades para a carga elétrica, o que acarreta a existência de dois sistemas CGS. Estes sistemas de unidades ainda hoje são, às vezes, empregados em alguns trabalhos de Física Teórica devido ao fato de que as equações do Eletromagnetismo, quando escritas em unidades CGS, apresentam aspectos de simetria interessantes para a análise de alguns problemas. Apesar disso, há uma tendência indiscutível de se passar a usar exclusivamente o SI (vide abaixo), mesmo nos trabalhos de Física Teórica, conforme recomendações de associações de Física em todo o mundo.

c) *Técnico* tendo como grandezas fundamentais o comprimento (metro), a força (quilograma-força) e o tempo (segundo).

Além desses, muitos outros sistemas, tais como o MTS, o técnico inglês e outros, foram propostos e utilizados, com vantagem em alguns casos específicos.

1.2. O Sistema Internacional de Unidades

A utilização simultânea de vários sistemas sempre gerou alguns problemas:

- Necessidade de se manter uma grande quantidade de padrões diferentes;

- Diferentes formas nas equações da Física (particularmente no caso do Eletromagnetismo), sendo, em cada caso, necessário especificar claramente qual o sistema que estava sendo empregado;

- Necessidade de se converter os valores das grandezas quando fosse preciso comparar duas medidas ou dois valores teóricos;

- Complicações maiores ou menores no ensino e aprendizado das ciências físicas;

- Dificuldades nas transações comerciais.

A tentativa de se resolver os problemas mencionados com um sistema de unidades que fosse o único, não só em um dado país, mas no mundo inteiro, começou no século XVIII, na França, com o estabelecimento do Sistema Métrico Decimal, de cuja evolução surgiram alguns dos sistemas de unidades já mencionados (MKS, CGS, técnico, MTS).

A adoção, porém, de um único sistema de unidades, pelos vários países somente começou a se cristalizar em 1960, como resultado de estudos científicos e de longas discussões em nível diplomático, que deram origem ao Sistema Internacional de Unidades (SI). Este sistema se baseia no antigo MKSA, porém tem uma estrutura um pouco diferente dele e dos outros sistemas. O SI foi proposto no sentido de ser um sistema de unidades prático, apto a ser usado tanto na Ciência, como na Técnica e no Comércio. Uma de suas grandes vantagens é ser o *sistema legal de unidades* em quase todos os países do nosso planeta.

No Brasil, o SI é o sistema legal desde 1960 (por sinal, foi o nosso País um dos primeiros a adotar, também, o Sistema Métrico: Lei Imperial nº 1.157 de 26/06/1862) e a sua adoção na forma prática encontra cada vez menos resistência, devido aos esforços de várias entidades, entre elas a ABNT, que está reformulando suas normas para se ajustar ao SI.

1.2.1. Estrutura do SI

O Sistema Internacional de Unidades se fundamenta em:

- Sete unidades de base:

Unidade	*Símbolo*	*Grandeza*
metro	*m*	comprimento
quilograma	*kg*	massa
segundo	*s*	tempo
ampère	*A*	corrente elétrica
kelvin	*K*	temperatura termodinâmica
mol	*mol*	quantidade de matéria
candela	*cd*	intensidade luminosa

Observação: *Essas unidades não são chamadas de fundamentais: são unidades de base.*

- Unidades suplementares:

Unidade	*Símbolo*	*Grandeza*
radiano	*rad*	ângulo plano
esterradiano	*sr*	ângulo sólido

- *Unidades derivadas, deduzidas direta ou indiretamente das unidades de base ou suplementares.*

Exemplos de algumas unidades derivadas:

Unidade	*Símbolo*	*Grandeza*
metro por segundo	*m/s*	velocidade
newton	*N*	força
joule	*J*	trabalho
ohm	Ω	resistência elétrica
tesla	*T*	campo magnético
lúmen	*lm*	fluxo luminoso
pascal	*Pa*	pressão

- Múltiplos e submúltiplos decimais das unidades:

Nome	*Símbolo*	*Fator*
exa	*E*	$10^{18} = 1.000.000.000.000.000.000$
peta	*P*	$10^{15} = 1.000.000.000.000.000$
tera	*T*	$10^{12} = 1.000.000.000.000$
giga	*G*	$10^{9} = 1.000.000.000$
mega	*M*	$10^{6} = 1.000.000$
quilo	*k*	$10^{3} = 1.000$ (Obs.: letra k minúscula)
hecto	*h*	$10^{2} = 100$
deca	*da*	10
deci	*d*	$10^{-1} = 0,1$
centi	*c*	$10^{-2} = 0,01$
mili	*m*	$10^{-3} = 0,001$
micro	μ	$10^{-6} = 0,000\ 001$
nano	*n*	$10^{-9} = 0,000\ 000\ 001$
pico	*p*	$10^{-12} = 0,000\ 000\ 000\ 001$
femto	*f*	$10^{-15} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 001$
atto	*a*	$10^{-18} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001$

Observações:

- *Por motivos históricos, o nome da unidade SI de massa contém um prefixo, excepcionalmente e por convenção, os múltiplos e os submúltiplos dessa unidade são formados pela colocação adequada dos prefixos SI na palavra grama, com o respectivo símbolo g.*
  Exemplo: 1 miligrama = 0,001 g = 0,000 001 kg.

- *Não se admitem combinações de prefixos do tipo: milimicro, que corresponde a nano, nem micro-micro (pico).*

- *O símbolo de quilo é k (letra minúscula) e não K. Esta letra é o símbolo de kelvin de modo que Km deve ser lida "kelvin metro" e não quilômetro, que deve ser grafada como km.*

- *Não existe no SI a unidade "mícron" plural "micra" para representar 0,000 001 m. Esta quantidade é dada pelo micrometro: adjunção do prefixo micro à unidade metro.*

- *A pronúncia das palavras deve ser com a sílaba tônica na unidade e não no prefixo: nanometro (sílaba tônica mé).*

As únicas exceções, consagradas pelo uso, são: quilômetro, decímetro, centímetro e milímetro. Mas nunca "micrômetro", "nanômetro" etc.

1.2.2. Aspectos da Legislação Brasileira

- **Grafia das Unidades:**
  Os nomes das unidades que têm nome de cientistas começam sempre com letra minúscula: newton, kelvin, pascal, etc. O símbolo começa com letra maiúscula. Exceção: grau Celsius (que não pertence ao SI).

  O plural se faz da seguinte forma:

- os nomes recebem a letra "s" no final: newtons, mols, metros, joules, etc sem desfigurar o nome da unidade. Por exemplo, o plural de pascal é pascals e não "pascais".
  Exceções: os terminados em s, x ou z: 1 hertz, 60 hertz;

- no caso de palavras compostas não ligadas por hífen, ambas recebem s no final: metro quadrado, metros quadrados;

- no caso de palavras compostas por multiplicação em que uma pode variar independentemente da outra, ambas recebem s no final: ampères-horas; ohms-metros etc;

- no caso de palavras compostas por divisão, o denominador não recebe o s: quilômetros por hora, lúmens por watt etc;

- outros casos:
  ano-luz, anos-luz
  elétron-volt, elétron-volts
  unidade de massa atômica, unidades de massa atômica.

Observação: *Neste item utilizamos algumas unidades não pertencentes ao SI: hora, elétron-volt, ano-luz. Estas unidades são admitidas pela legislação brasileira.*

1.2.3. Unidades aceitas não Pertencentes ao SI

Unidade astronômica, parsec, litro, grau, minuto, segundo (de ângulo), oitava, unidade de massa atômica, tonelada, minuto, hora, dia (de tempo), rotação por minuto, elétron-volt, decibel, neper, angstron, atmosfera, bar, barn, caloria, cavalo-vapor, curie, gal, gauss, hectare, milímetro de mercúrio, milha marítima, nó, quilate, quilograma-força, rad, roentgen e rem.

Observação: *Das unidades acima, embora sejam aceitas, recomenda-se evitar e substituir pela unidade SI correspondente:*

atmosfera ..... 101.325 Pa
caloria ..... 4,1868 J
cavalo-vapor ..... 735,5 W
gauss ..... 0,0001 T
quilograma-força ..... 9,80665 N
milímetro de Hg ..... 133,322 Pa
quilate .....0,0002 kg

Importante é notar que não se admite em nenhuma hipótese o uso de unidades "inglesas" (a Inglaterra já adotou o SI) libra, libra-força, psi, pé etc. Nem unidades antigas como alqueire, arroba etc.

1.2.4. Definições de Algumas Unidades de Base

O METRO – O metro foi originalmente definido em termos de uma fração do meridiano terrestre que passa por Paris. Mais tarde, a preocupação de um melhor compromisso entre a precisão e a invariabilidade levou os cientistas a proporem novas definições.

Durante um certo tempo adotou-se como metro o comprimento de uma barra de uma liga de platina e irídio. Posteriormente, passou-se a defini-lo como um certo número de comprimentos de onda de uma dada raia espectral da luz emitida pelo criptônio-86. Mais recentemente, devido a experiências metrológicas de alta precisão com lasers altamente estabilizados, foi possível medir a velocidade da luz com altíssima precisão, o que fez com que uma nova definição fosse proposta. A definição atual (desde 1963) é:

"Metro é o comprimento do trajeto percorrido pela luz, no vácuo, durante um intervalo de tempo de 1/299.792.458 de segundo".

O SEGUNDO – O segundo foi definido originalmente como uma fração do dia solar médio. Esta definição sofreu, posteriormente, algumas modificações e sua definição atual é:

"Segundo é a duração de 9.192.631.770 períodos da radiação correspondente à transição entre os dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio-133."

O QUILOGRAMA – A primeira definição do quilograma estava ligada à massa de um decímetro cúbico de água na temperatura de sua máxima densidade. Sua definição moderna é:

"Um quilograma é igual à massa do protótipo internacional do quilograma".

(Esse protótipo é um cilindro de uma liga de platina e irídio e é conservado no Bureau Internacional de Pesos e Medidas em Sèvres, nas proximidades de Paris).

1.2.5. Escrever e Falar Corretamente

É muito importante que nos eduquemos no uso correto do Sistema Internacional de Unidades, na grafia e pronúncia das unidades e seus prefixos da mesma forma que procuramos sempre a correção ortográfica e gramatical.

O fato de que muitas pessoas continuam usando erradamente a simbologia metrológica no seu dia a dia, o que transparece em seus escritos e na sua linguagem, não deve ser motivo para nos descurarmos deste aspecto importante da cultura. Que dizer se tolerássemos a grafia das palavras com a ortografia anterior às reformas ortográficas, escrevendo "pharmacia", "chímica", "heroe" etc.?

Por que, então aceitarmos pressão em "psi", tamanho de televisores em "polegadas", ou altitude em "pés", diâmetro de orifícios em "mícrons" ou, ainda, que alguém diga que "a abreviatura de metros é mts", ou que se escreva "Kg" como símbolo do quilograma, "seg" representando segundos, ou que a temperatura de um corpo é trezentos "graus Kelvins"?

O estudante deve estar atento ao fato de que livros, inclusive os textos didáticos, são escritos por seres humanos e, portanto, suscetíveis a erros. O espírito crítico deve estar sempre presente nos estudos e na vida.

1.2.6. Alguns Erros Comuns

- Não se deve usar "Km", "Kg", "KΩ" etc. e sim km, kg, kΩ etc. como símbolos para quilômetro, quilograma, quiloohm etc.

- Os símbolos não aceitam plural: 1 m, 10 m e nunca 10 ms ou 10 mts.

- Depois do símbolo da unidade, não se coloca ponto (não se trata de abreviaturas). É errado, pois, escrever "25 m." quando se pretende dizer 25 metros; o certo é 25 m sem o ponto.

- A unidade de força é newton (inicial minúscula) e não Newton (o cientista). O símbolo, no caso de nomes de unidades associado a nomes de pessoas leva inicial maiúscula. Nos outros casos o símbolo é escrito com letras minúsculas: como no caso de metro (m), candela (cd), quilograma (kg) etc.

- Não se diz que 0,000 001 m é um "mícron" (nem o respectivo plural "micra"). O certo para este comprimento é usar o termo micrometro que se pronuncia com a sílaba tônica mé que se distingue de micrômetro (o aparelho). Aliás esta regra de pronúncia vale também para outros casos de uso de prefixos: megametro (pronúncia: "megamétro"), nanometro ("nanômetro"), etc. As exceções são aquelas consagradas pelo uso: milímetro, centímetro, decímetro e quilômetro.

- A unidade de temperatura termodinâmica é o kelvin e não o "grau kelvin". Outra unidade de temperatura aceita é o grau Celsius (este sim tem grau). Não se usa, também, "grau centígrado" ou "grau centesimal" como sinônimos de grau Celsius.

- Os símbolos " e ' são reservados para segundo e minuto de ângulo plano. Quando se trata de intervalos de tempo, os respectivos são s e min. Exemplo: para representar: três horas, 25 minutos e 12 segundos deve-se escrever: 3h25min12s.

- Outro erro muito comum é escrever "seg" como símbolo de segundo.

1.2.7. Grandezas Escalares e Vetoriais

As grandezas físicas classificam-se em *escalares* e *vetoriais*:

Escalares: ficam totalmente definidas por um número, que fornece a medida, e por uma unidade.

Exemplo

Massa e tempo são grandezas escalares. A massa de um homem pode ser 70 kg, onde o número 70 significa que a massa desse homem é 70 vezes a massa da unidade utilizada, neste caso 1 kg.

Vetoriais: necessitam, além de medida e unidade, de uma orientação para ficarem totalmente definidas. A orientação é estabelecida por uma direção e um sentido.

Exemplo

Imagine que ao trafegar numa estrada o seu carro enguiçou, jamais alguém irá tentar empurrar pelo lado, ou mesmo pela frente com a esperança que o carro "ande" para frente; com isso você pode perceber que intuitivamente você já atribui à grandeza força duas características diferentes do seu valor, são elas: direção e sentido. Então, podemos concluir que a força não pode ser representada somente pelo seu valor (alto permitirá empurrar um caminhão e baixo uma bicicleta), mas sim por três características: módulo (intensidade, valor), direção e sentido.

Velocidade também é uma grandeza vetorial. Se dissermos que um carro viaja a uma velocidade de 80 km/h, não definimos completamente o fenômeno. Se soubermos que a viagem é feita na rodovia Presidente Dutra, ficaremos ainda na dúvida sobre o sentido do movimento, que pode ser Rio-São Paulo ou São Paulo-Rio.

1.3. Notação Científica

Sabemos que um número qualquer pode ser escrito de várias formas, em termos de potências de dez.

Exemplo

$20 = 2 \cdot 10 = 200 \cdot 10^{-1} = 0{,}02 \cdot 10^{3} = 20.000 \cdot 10^{-3}$

Escrever um número em notação científica significa colocá-lo na seguinte forma:

$N \cdot 10^{n}$	onde:	$1 \leq N < 10$ n é inteiro

Baseados nesta definição, concluímos que colocar 20 na notação científica é escrevê-lo como $2 \cdot 10^{1} = 2 \cdot 10$.

1.4. Ordem de Grandeza

É o valor aproximado de uma grandeza em termos de potência de dez. Isto significa escolher um número da forma 10^{n} que mais se aproxime do valor da grandeza.
Assim, se N é o valor de uma grandeza tal que $10^{1,5} < N < 10^{2,5}$ a ordem de grandeza de N será 10^{2}.

Mas:
$10^{1,5} = \sqrt{10} \cdot 10 \cong 3{,}16 \cdot 10$ e
$10^{2,5} = \sqrt{10} \cdot 10^{2} \cong 3{,}16 \cdot 10^{2}$

Logo, se $3{,}16 \cdot 10 < N < 3{,}16 \cdot 10^{2}$ então a ordem de grandeza de N será 10^{2}.

Então:

$3{,}16 \cdot 10 \qquad 3{,}16 \cdot 10^{2} \qquad 3{,}16 \cdot 10^{3} \qquad 3{,}16 \cdot 10^{4}$

$10^{1,5} \underset{OG=10^{2}}{\longleftrightarrow} 10^{2,5} \underset{OG=10^{3}}{\longleftrightarrow} 10^{3,5} \underset{OG=10^{4}}{\longleftrightarrow} 10^{4,5}$

(*OG* significa ordem de grandeza)

O conceito de ordem de grandeza sugere que, pelo menos, devemos conhecer o "tamanho" da medida com a qual estamos lidando, pois os problemas sugeridos normalmente refletem a ordem de grandeza real. Se num problema é pedida a massa de um automóvel (que não seja de brinquedo!) e chegamos ao resultado de 2 g, podemos recomeçar os cálculos desde o princípio.

1.5. Análise Dimensional

Com o estudo da análise dimensional será possível resolver quatro tipos distintos de problemas:

- Mudança de unidades;
- Verificação da legitimidade das equações da Física;
- Caracterização das grandezas Físicas;
- Pesquisa da forma de relações entre grandezas Físicas, a Análise Dimensional propriamente dita.

Por definição, chama-se equação dimensional ou fórmula dimensional toda expressão que relaciona símbolos dimensionais.

Para símbolo dimensional, temos:
[e] é o símbolo dimensional da grandeza comprimento
[m] é o símbolo dimensional da grandeza massa
[t] é o símbolo dimensional da grandeza tempo

A partir da definição de uma grandeza, podemos escrever a equação dimensional desta grandeza.
Sabemos, por exemplo, que a definição da grandeza velocidade é dada por:

$$\text{velocidade} = \frac{\text{espaço}}{\text{tempo}} \Rightarrow v = \frac{e}{t}$$

É bom lembrar que não estamos falando da fórmula da velocidade, mas da definição da grandeza.

Para a equação dimensional, basta substituirmos, na definição da grandeza, a grandeza por seu símbolo dimensional, ou seja:

$$v = \frac{e}{t} \Rightarrow [v] = \frac{[e]}{[t]} \Rightarrow [v] = [e][t]^{-1}$$

Esta é a equação dimensional da velocidade.

Convém analisarmos o significado dessa equação. Ela relaciona o símbolo dimensional da grandeza "velocidade" com os símbolos dimensionais das grandezas "comprimento" e "tempo". O símbolo dimensional [e] está com o expoente 1 e o símbolo dimensional [t] está com o expoente –1. As grandezas que aparecem no segundo membro são as bases. O expoente com que aparece cada base constitui a dimensão da grandeza indicada no primeiro membro em relação a essa base. Portanto, a velocidade possui dimensão 1 em relação à base e, e dimensão –1 em relação à base t. Mais precisamente, a velocidade possui dimensão 1 em relação ao comprimento e dimensão –1 em relação ao tempo.

Vamos escrever agora a equação dimensional da aceleração, em relação às bases velocidade e tempo, a partir da relação:

$$\text{aceleração} = \frac{\text{velocidade}}{\text{tempo}} \Rightarrow a = \frac{v}{t}$$

E assim obtemos: $[a] = [v]\,[t]^{-1}$
Mas: $[v] = [e]\,[t]^{-1}$
Então: $[a] = [e]\,[t]^{-1}\,[t]^{-1} \Rightarrow [a] = [e]\,[t]^{-2}$

Portanto, a equação dimensional da aceleração, que havia sido escrita em relação às bases v e t, aparece agora em relação às bases e e t, e verificamos que a aceleração possui dimensão 1 em relação ao comprimento e dimensão –2 em relação ao tempo, caracterizando a possibilidade de mudança de base.

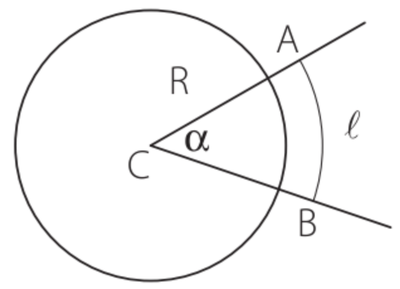
Os símbolos dimensionais das grandezas de base são:
[comprimento] = L
[massa] = M
[tempo] = T
[corrente elétrica] = I
[temperatura termodinâmica] = θ
[quantidade de matéria] = N
[intensidade luminosa] = I0

Com o uso destes símbolos, as equações dimensionais vistas anteriormente se escrevem da seguinte maneira:
velocidade: $[v] = L\,T^{-1}$
aceleração: $[a] = L\,T^{-2}$

Observações importantes:

- *O símbolo dimensional de um número real é igual a 1.*
- *O símbolo dimensional de um ângulo plano é igual a 1.*

Demonstração:



Para medir, em radianos, o ângulo α, basta escrever: $\alpha = \frac{\ell}{R}$

Temos, pois: $[\alpha] = \frac{[\ell]}{[R]}$

Mas: $[\ell] = L$ e $[R] = L$

Portanto: $[a] = \frac{L}{L} = L^0 \Rightarrow [a] = 1$ ou seja, α é adimensional. Este resultado também é aplicável ao caso do ângulo sólido.
Em muitas equações da Física, aparecem constantes. Estas constantes podem ser adimensionais, como no caso do coeficiente 1/2 da equação da energia cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Elas podem ter dimensão, como no caso da constante de gravitação universal, G, que aparece na equação de Newton:

$$F = G \cdot \frac{m^1 \cdot m^2}{d^2}$$

A seguir, mostraremos como se estabelece a equação dimensional de uma grandeza qualquer, ou seja, como se determinam as dimensões da grandeza, em relação às grandezas fundamentais do SI.

Vejamos primeiramente o caso da força. Sua definição é dada como sendo o produto da grandeza massa pela grandeza aceleração. Portanto:

$[f] = [m]\,[a]$
Mas: $[m] = M$ e $[a] = L\,T^{-2}$
Logo: $[f] = L\,M\,T^{-2}$

Considere agora o caso do trabalho que é o produto da grandeza força pela grandeza deslocamento. Portanto:

$[\tau] = [f]\,[e]$
Mas: $[f] = L\,M\,T^{-2}$ e $[e] = L$
Portanto: $[\tau] = L\,M\,T^{-2} \cdot L = L^2\,M\,T^{-2}$

Vejamos, finalmente, a equação dimensional do calor específico. Até agora utilizamos apenas as definições das grandezas. Neste caso, vamos precisar da equação que relaciona o calor específico de uma substância com o calor fornecido a essa substância, a sua massa e a variação de sua temperatura.

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t$$

Esta equação considera o calor específico constante, porém a dedução é válida para o caso de ele não ser constante.
Podemos escrever:

$$[Q] = [m]\,[c]\,[\Delta t] \Rightarrow [c] = \frac{[Q]}{[m][\Delta t]}$$

O calor é uma forma de energia, tendo, pois, as dimensões de energia, que são as mesmas do trabalho:

$[Q] = L^2\,M\,T^{-2}$
Mas: $[m] = M$ e $[\Delta t] = \theta$
Logo: $[c] = \dfrac{L^2 M T^{-2}}{M\theta} \Rightarrow [c] = L^2\,T^{-2}\,\theta^{-1}$

1.5.1. Homogeneidade Dimensional

Uma equação que traduz uma lei física é dita homogênea se as parcelas que constituem os dois membros da igualdade apresentam os mesmos símbolos dimensionais, tendo, respectivamente, os mesmos expoentes.

Considere, por exemplo, a equação da energia potencial gravitacional:
$E_p = m \cdot g \cdot h$

No primeiro membro, temos:
$[E_p] = [\tau] = M\,L^2\,T^{-2}$

No segundo membro, temos:
$[m]\,[g]\,[h] = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$

Portanto, nos dois membros aparecem os mesmos símbolos dimensionais tendo, respectivamente, os mesmos expoentes: a equação é homogênea.

Outro exemplo é a equação de Torricelli:
$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$

No primeiro membro, temos:
$[v^2] = [v]^2 = (L\,T^{-1})^2 = L^2\,T^{-2}$

Na primeira parcela do segundo membro, temos:
$[v_0^2] = (L\,T^{-1})^2 = L^2\,T^{-2}$

Na segunda parcela:
$[2]\,[a]\,[e] = 1 \cdot L\,T^{-2} \cdot L = L^2\,T^{-2}$

Assim, em todas as parcelas aparecem apenas os símbolos L e T, com os expoentes 2 e –2, respectivamente. Portanto, a equação é homogênea.

Considere agora a igualdade $E = \rho . g . h$, na qual E indica a força empuxo, ρ a massa específica, g a aceleração da gravidade e h a distância do ponto considerado à superfície livre do líquido.

No primeiro membro, temos:
$[E] = [f] = M\,L\,T^{-2}$

No segundo membro:
$[\rho]\,[g]\,[h] = M\,L^{-3} \cdot L\,T^{-2} \cdot L = M\,L^{-1}\,T^{-2}$

Neste caso, os símbolos que aparecem em ambos os membros são os mesmos, porém os respectivos expoentes não são iguais. Portanto esta equação não é homogênea.

- **Princípio da homogeneidade dimensional:**

Você acabou de ver um exemplo de uma equação que não é dimensionalmente homogênea. De acordo com o princípio da homogeneidade dimensional, esta equação não pode ser correta. O enunciado do princípio é o seguinte:

IMPORTANTE: *"Toda equação que traduz um fenômeno físico verdadeiro é, necessariamente, homogênea do ponto de vista dimensional."*

Note que este enunciado exprime uma condição necessária, mas não suficiente, pois nem toda equação dimensionalmente homogênea traduz um fato físico verdadeiro; a veracidade ou não do fato traduzido pela equação deve ser verificada experimentalmente.

Exemplo

Dada a equação: $A = \dfrac{4}{\pi}\sqrt[3]{\dfrac{B}{CD^4}}$ na qual A é força, B é potência, C é velocidade angular e D é massa específica superficial, verificar se esta equação pode traduzir um fato físico verdadeiro.

Solução:

Vamos determinar as dimensões das parcelas de produto de cada membro, em relação às grandezas fundamentais do SI, e comparar os resultados para então decidirmos sobre a homogeneidade dimensional da equação dada.

1º membro:

$[A] = [força] = M\,L\,T^{-2}$

2 º membro:

Vamos calcular $[4]\,[\pi]^{-1}\,[B]^{1/3}\,[C]^{-1/3}\,[D]^{-4/3}$

$[4] = [\pi]^{-1} = 1$, *uma vez que 4 e* π *são adimensionais*

$[B]^{1/3} = [potência]^{1/3} = (M\,L^2\,T^{-3})^{1/3} = M^{1/3}\,L^{2/3}\,T^{-1}$

$[C]^{-1/3} = [velocidade\ angular]^{-1/3} = (T^{-1})^{-1/3} = T^{1/3}$

$[D]^{-4/3} = [massa\ específica\ superficial]^{-4/3} = (M\,L^{-2})^{-4/3} = M^{-4/3}\,L^{8/3}$

Portanto, no segundo membro, temos:

$[4]\,[\pi]^{-1}\,[B]^{1/3}\,[C]^{-1/3}\,[D]^{-4/3} = (M^{1/3}\,L^{2/3}\,T^{-1})\,(T^{1/3})$

$(M^{-4/3}\,L^{8/3}) = M^{-1}\,L^{10/3}\,T^{-2/3}$

Comparando os símbolos dimensionais de ambos os membros e os respectivos expoentes, concluímos que a equação dada não é dimensionalmente homogênea. Assim sendo, ela não pode traduzir um fato físico verdadeiro.

O princípio da homogeneidade dimensional constitui um importante recurso para o físico experimental, auxiliando-o na montagem da lei de dependência entre as grandezas físicas que participam do fenômeno que está sendo analisado no laboratório.

1.5.2. Previsão de fórmulas – Teorema de Bridgman

Se ao princípio da homogeneidade associarmos o chamado teorema de Bridgman, teremos condições para estabelecer, a menos de um coeficiente puramente numérico, a equação que relaciona as grandezas físicas que participam de um fenômeno que está sendo analisado experimentalmente.

O enunciado do teorema de Bridgman é o seguinte:

IMPORTANTE: *"Se for constatado experimentalmente que uma grandeza G depende apenas das grandezas independentes entre si A, B, C,..., então G pode ser expresso pelo produto de um fator puramente numérico K por potências* α, β, γ,..., *das grandezas das quais ela depende."*

Em outras palavras, o teorema de Bridgman permite escrever:

$G = K \cdot A^{\alpha} \cdot B^{\beta} \cdot C^{\gamma} \ldots$

O valor de K é sempre obtido experimentalmente.

Para indicar que a grandeza G depende apenas das grandezas A, B, C,..., usamos a notação

$G = f(A, B, C, \ldots)$

que se lê da seguinte maneira: G é função apenas das grandezas A, B, C, ...

Exemplo

A experiência mostra que a força atuante numa partícula de massa m, que descreve uma circunferência de raio R, com velocidade constante v, depende apenas de m, R e v, isto é, F = f(m, R, v). Estabelecer a expressão da força, sabendo-se que o coeficiente adimensional K é igual a 1.

Solução:

De acordo com o enunciado temos:

$F = f(m, R, v)$

Aplicando o teorema de Bridgman, obtemos:

$F = K \cdot m^{\alpha} \cdot R^{\beta} \cdot v^{\gamma} \quad (I)$

Pelo princípio da homogeneidade, temos:

$[F] = [K \cdot m^{\alpha} \cdot R^{\beta} \cdot v^{\gamma}] = [K]\,[m^{\alpha}]\,[R^{\beta}]\,[v^{\gamma}] = [m]^{\alpha}\,[R]^{\beta}\,[v]^{\gamma} \quad (II)$

Mas sabemos que:

$[F] = M\,L\,T^{-2}$

$[m] = M$

$[R] = L$

$[v] = L\,T^{-1}$

Substituindo em (II), obtemos:

$M\,L\,T^{-2} = M^{\alpha}\,L^{\beta}\,(L\,T^{-1})^{\gamma}$

$M\,L\,T^{-2} = M^{\alpha}\,L^{\beta+\gamma}\,T^{-\gamma}$

Igualando os expoentes de mesma base, teremos o seguinte sistema:

$\alpha = 1$

$\beta + \gamma = 1$

$-\gamma = -2$

cuja solução é:

$\alpha = 1;\ \beta = -1;\ \gamma = 2$

Substituindo estes valores em (I), obtemos:

$$F = K \cdot \frac{m \cdot v^2}{R}$$

e, por ser K = 1, resulta finalmente a expressão procurada:

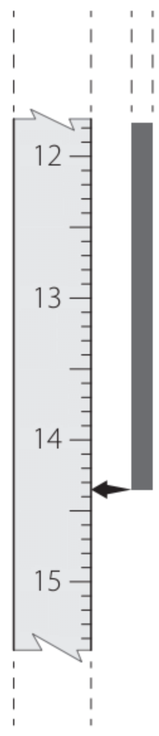
$$F = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

1.6. Algarismos Significativos

Algarismos Corretos e Avaliados:

Imagine que você esteja realizando uma medida qualquer, como, por exemplo, a medida do comprimento de uma barra (ver figura). Observe que a menor divisão da régua utilizada é de 1 mm. Ao tentar expressar o resultado desta medida, você percebe que ela está compreendida entre 14,3 cm e 14,4 cm. A fração de milímetro que deverá ser acrescentada a 14,3 cm terá de ser avaliada, pois a régua não apresenta divisões inferiores a 1 mm.

Para fazer esta avaliação, você deverá imaginar o intervalo entre 14,3 cm e 14,4 cm subdividido em 10 partes iguais, e com isso, a fração de milímetro que deverá ser acrescentada a 14,3 cm, poderá ser obtida com razoável aproximação. Na figura podemos avaliar a fração mencionada como sendo 5 décimos de milímetro e o resultado da medida poderá ser expresso como 14,35 cm.



[Fig. A]

Observe que estamos seguros em relação aos algarismos 1, 4 e 3, pois eles foram obtidos através das divisões inteiras da régua, ou seja, eles são algarismos corretos. Entretanto, o algarismo 5 foi avaliado, isto é, você não tem muita certeza sobre o seu valor e outra pessoa poderia avaliá-lo como sendo 4 ou 6, por exemplo. Por isto, este algarismo avaliado é denominado de *duvidoso* ou algarismo *incerto*.

É claro que não haveria sentido em tentar descobrir qual o algarismo que deveria ser escrito, na medida, após o algarismo 5. Para isso, seria necessário imaginar o intervalo de 1 mm subdividido mentalmente em 100 partes iguais, o que evidentemente é impossível. Portanto, se o resultado da medida fosse apresentado como sendo 14,357 cm, por exemplo, poderíamos afirmar que a avaliação de algarismo 7 (segundo algarismo avaliado), não tem nenhum significado e, assim, ele não deveria figurar no resultado.

Algarismos Significativos:

Pelo que vimos, no resultado de uma medida devem figurar somente os algarismos corretos e o primeiro algarismo avaliado. Esta maneira de proceder é adotada convencionalmente entre os físicos, os químicos e, em geral, por todas as pessoas que realizam medidas. Estes algarismos (corretos e o 1° duvidoso) são denominados de *algarismos significativos*. Portanto, **Algarismos Significativos de uma medida são os algarismos corretos e o primeiro algarismo duvidoso.**

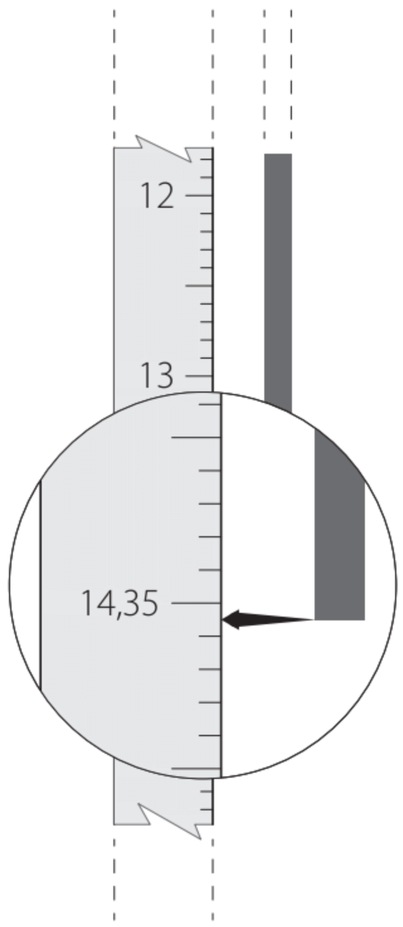
Desta maneira, ao efetuarmos uma medida, devemos apresentar o resultado apenas com os algarismos significativos. O resultado da nossa medida exemplo deve, então, ser expresso como 14,35 cm.

Comentários:

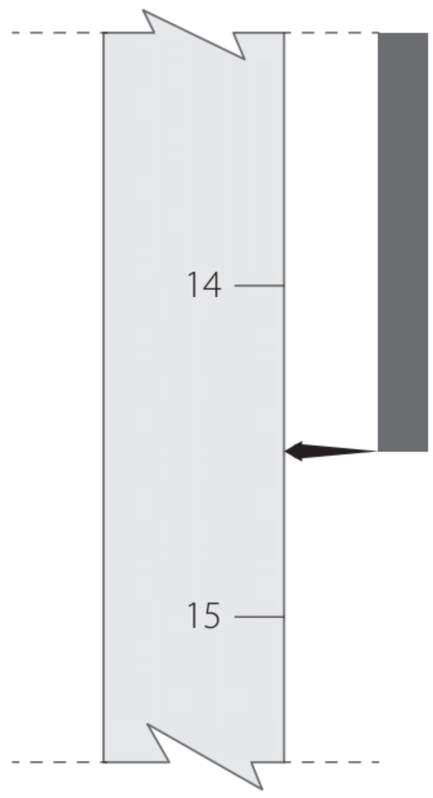
1. Se cada divisão de 1 mm da régua da [Fig. B] fosse, realmente, subdividida em 10 partes iguais, ao efetuarmos a leitura do comprimento da barra (usando um microscópio, por exemplo), o algarismo 5 passaria a ser um algarismo correto, pois iria corresponder a uma divisão inteira da régua [Fig. C].

Neste caso, o algarismo seguinte seria o primeiro avaliado e passaria a ser, portanto, um algarismo significativo. Se nesta avaliação fosse encontrado o algarismo 7, por exemplo, o resultado da medida poderia ser escrito como 14,357 cm, sendo todos estes algarismos significativos. Por outro lado, se a régua da fig. A não possuísse as divisões de milímetros [Fig. C], apenas os algarismos 1 e 4 seriam corretos. O algarismo 3 seria o primeiro algarismo avaliado e o resultado da medida seria expresso por 14,3 cm, com apenas três algarismos significativos.

Vemos, então, que o número de algarismos significativos, que se obtém no resultado da medida de uma dada grandeza, dependerá do aparelho usado na medida.



[Fig. B]



[Fig. C]

2. A convenção de se apresentar o resultado de uma medida contendo apenas algarismos significativos é adotada de maneira geral, não só na medida de comprimentos, mas também na medida de massas, temperaturas, forças etc. Esta convenção é também usada ao se apresentar os

resultados de cálculos envolvendo medidas das grandezas. Quando uma pessoa lhe informar, por exemplo, que mediu (ou calculou) a temperatura de um objeto e encontrou 37,82 °C, você deverá entender que a medida (ou o cálculo) foi feita de tal modo que os algarismos 3, 7 e 8 são corretos e o último algarismo, neste caso o 2, é sempre duvidoso.

3. A partir deste momento, você pode compreender que duas medidas expressas, por exemplo, como 42 cm e 42,0 cm, não representam exatamente a mesma coisa. Na primeira, o algarismo 2 foi avaliado e não se tem certeza sobre o seu valor. Na segunda, o algarismo 2 é correto, sendo o zero o algarismo duvidoso. Do mesmo modo, resultados como 7,65 kg e 7,67 kg, por exemplo, não são fundamentalmente diferentes, pois diferem apenas no algarismo duvidoso.

Operações com algarismos significativos:

Conforme dissemos, os resultados de cálculos que envolvem medidas devem conter apenas algarismos significativos. Ao resolver exercícios de Física, de Química etc., teremos que realizar operações envolvendo essas medidas e os resultados desses exercícios também devem ser expressos com algarismos significativos somente. Para isto, será necessário observar as regras que apresentaremos a seguir. Se estas regras não forem obedecidas, suas respostas poderão conter algarismos que não são significativos.

Adição e subtração, Multiplicação e divisão.

Suponha que desejemos, por exemplo, multiplicar 3,67 por 2,3. Realizando normalmente a operação, encontramos

$$3{,}67 \cdot 2{,}3 = 8{,}441.$$

Entretanto, procedendo desta maneira, aparecem, no produto, algarismos que não são significativos. Para evitar isto, devemos observar a seguinte regra: verificar qual o fator que possui o menor número de algarismos significativos e, no resultado, manter apenas um número de algarismos igual ao deste fator.

Assim, no exemplo anterior, como o fator que possui o menor número de algarismos significativos é 2,3, devemos manter, no resultado, apenas dois algarismos, isto é, o resultado deve ser escrito da seguinte maneira:

$$3{,}67 \cdot 2{,}3 = 8{,}4$$

Na aplicação desta regra, ao abandonarmos algarismos no produto, devemos seguir o critério de arredondamento que analisamos ao estudar a adição.

Comentários:

1. As regras citadas para se operar com algarismos significativos não devem ser consideradas como absolutamente rigorosas. Elas se destinam, apenas, a evitar que você perca tempo, trabalhando inutilmente com um grande número de algarismos que não têm significado algum. Assim, não sendo estas regras muito rígidas, na multiplicação analisada acima seria perfeitamente razoável manter um algarismo a mais no resultado.
   São, pois, igualmente aceitáveis os resultados:
   $$3{,}67 \cdot 2{,}3 = 8{,}4 \text{ ou } 3{,}67 \cdot 2{,}3 = 8{,}44$$

2. Ao contar os algarismos significativos de uma medida devemos observar que o algarismo zero só é significativo se estiver situado à direita de um algarismo significativo.
   Assim, 0,00041 tem apenas dois algarismos significativos (4 e 1), pois os zeros não são significativos.
   40.100
   tem cinco algarismos significativos, pois aqui os zeros são significativos.
   0,000401
   tem três algarismos significativos, pois os zeros à esquerda do algarismo 4 não são significativos.

3. Quando realizamos uma mudança de unidades, devemos tomar cuidado para não escrever zeros que não são significativos. Por exemplo, suponha que queiramos expressar, em gramas, uma medida de 7,3 kg. Observe que esta medida possui dois algarismos significativos, sendo duvidoso o algarismo 3. Se escrevêssemos 7,3 kg = 7 300 gramas estaríamos dando a ideia errônea de que o 3 é um algarismo correto, sendo o último zero acrescentado o algarismo duvidoso. Para evitar este erro de interpretação, lançamos mão da notação de potência de 10 e escrevemos:
   $$7{,}3 \text{ kg} = 7{,}3 \cdot 10^3 \text{ gramas}$$

Desta maneira, a mudança de unidades foi feita e continuamos a indicar que o 3 é o algarismo duvidoso.

4. Finalmente, chamamos sua atenção para alguns números que encontramos em fórmulas (na Matemática ou na Física) que não são resultados de medida e, para os quais, portanto, não teria sentido falar em número de algarismos significativos. Por exemplo, na fórmula que fornece a área A de um triângulo de base b e altura h,
   $$A = \frac{b \cdot h}{2}$$
   se b for medido com três algarismos significativos e h com cinco algarismos significativos, a área, como já sabemos, deverá ser expressa com três (ou quatro) algarismos. O número 2 não foi obtido através de medida e, assim, não deverá ser levado em consideração para a contagem dos algarismos significativos do resultado.
   Os mesmos comentários aplicam-se a outros números tais como o número da placa de um automóvel, de um telefone etc.

Série 3 Análise dimensional, Ordem de grandeza e Algarismos significativos

Notação científica

1 Colocar em notação científica os seguintes números:

a) 0,0047
b) 340000000
c) 34902,8
d) 0,05
e) 0,00000000000023
f) 0,0008

Ordem de grandeza

2 Qual a ordem de grandeza do número de jogadores em quadra em uma partida de vôlei?

3 Qual a ordem de grandeza, em uma partida de xadrez, do número de peças e de casas, antes de se iniciar o jogo?

4

a) Obter a ordem de grandeza, em °C, da temperatura do corpo humano.
b) Qual a ordem de grandeza do tempo gasto pela Terra, em minutos, para realizar uma volta completa em torno de seu próprio eixo?
c) Determinar a ordem de grandeza de $5 \cdot 10^2$.

5 Qual a ordem de grandeza do número de habitantes do planeta?

6 Qual a ordem de grandeza, em gramas, da massa de uma criança com um ano de idade?

7 Qual a ordem de grandeza da distância, em milímetros, de um congestionamento envolvendo 10 000 veículos?

Unidades de medida

8 **MAUÁ** Considere um sistema de unidades em que as unidades fundamentais mecânicas são:

- comprimento: o decímetro (= 0,1 m)
- massa: a arroba (= 15 kg)
- tempo: o "segundo novo" (definido como sendo 0,1 do "minuto novo", que por sua vez vale 0,1 da "hora nova", sendo que o dia tem 10 "horas novas").

Calcule, em unidades do SI, o valor da unidade de pressão neste sistema.

Unidades de medida e análise dimensional

9 **FEI** Um certo fenômeno físico relacionando às grandezas y e t é regido pela equação $y = A \cdot e^{-\gamma \cdot t} \cdot \text{sen}(\beta \cdot t + \phi)$, onde A, γ, β e ϕ são constantes. Se γ é dado em metros, t em segundos e ϕ em radianos, indique as unidades de A, γ e β.

Grandezas físicas e análise dimensional

10 Observe as seguintes grandezas e obtenha para cada uma delas a unidade no sistema SI e a dimensional:

a) área = distância x distância
b) volume = distância x distância x distância
c) trabalho = força x distância
d) $\text{pressão} = \dfrac{\text{força}}{\text{área}}$
e) $\text{densidade volumétrica} = \dfrac{\text{massa}}{\text{volume}}$

11 Determinar as dimensões da grandeza X, em relação às fundamentais do SI, que aparecem nas seguintes equações dimensionalmente homogêneas:

a) $Z = \dfrac{2}{5}\sqrt{\left(\dfrac{Y}{X}\right)^3}$, onde:
Z = (trabalho realizado por uma força) / (impulso de uma força)
Y = (peso específico) · (aceleração angular)

b) $Y = \sqrt{\dfrac{\pi}{(X \cdot Z)^{-1}}}$, onde:
Y = (massa específica) · (aceleração centrípeta)
Z = (energia cinética) · (pressão)

c) $X = \pi\sqrt{\dfrac{B^2 C}{D}}$, onde:
$[B] = L^{-1/2} M^{-1} T^{-2}$
C = aceleração angular
D = (ângulo plano) · (coeficiente de dilatação)

12 A equação horária de uma partícula, efetuando um movimento harmônico simples, é $x = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_0)$, onde x é a abscissa da partícula no instante t. Determine a equação dimensional no SI das grandezas A, ω e ϕ_0.

13 Dada a equação dimensionalmente homogênea: $A = BCe^{BD/C} + E$, onde B é pressão, C é quantidade de movimento, e *e* a base dos logaritmos neperianos, que é adimensional, determinar as dimensões das grandezas A, D e E, em relação às fundamentais do SI.

14 Considere a função $U = \Phi - A \cdot v$, onde Φ representa um potencial elétrico e v representa uma velocidade. A deve ter dimensão de:

A $\frac{[\text{energia}]}{[\text{velocidade}]}$

B [força] · [tempo]

C [força] · [corrente elétrica]

D [campo elétrico] · [tempo]

E $\frac{[\text{campo elétrico}]}{[\text{corrente elétrica}]}$

15 **ITA** Uma grandeza física x satisfaz a equação $x = \frac{R \cdot q}{A}$, onde R é dada em ohms, q em coulombs e A em metros quadrados. A dimensão de x é igual a:

A [x] = [campo elétrico]/[velocidade]

B [x] = [energia]/[velocidade]

C [x] = [campo elétrico] · [tempo]/[carga elétrica]

D [x] = [energia]/[corrente elétrica]

E [x] = [força] · [tempo]/[carga elétrica]

Equação dimensional

16 Verificar a homogeneidade dimensional das seguintes equações:

a) $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

b) $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

c) $t = \sqrt{\frac{2g}{h}}$

d) $F_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{R}$

e) $\Delta p = \rho \cdot g \cdot h$

f) $v = a \cdot t^2$

g) $h = \frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{M}{\Delta p}}$

h) $h = \pi\sqrt{\frac{F \cdot V}{\tau}}$

Sabe-se que h é altura, g é aceleração da gravidade, t é tempo, E_c é energia cinética, m é massa, v é velocidade, F_{cp} é força centrípeta, R é raio, Δp é variação de pressão, ρ é massa específica volumétrica, a é aceleração, M é momento de uma força, F é força, V é volume e τ é trabalho realizado por uma força.

17 Verificar a homogeneidade da fórmula:

$$q = \frac{2\pi a}{\mu_0 i} \cdot \frac{mv}{R}$$

onde a e R são comprimentos, m é massa, v é velocidade, i é corrente elétrica, μ_0 é permeabilidade magnética do vácuo e q é carga elétrica.

18 Sabendo que a expressão que relaciona o espaço percorrido s por uma partícula em movimento, sujeita à aceleração da gravidade g, varia com o tempo t segundo a expressão: $s = k \cdot g^x \cdot t^y$ sendo k uma constante adimensional, determine x e y.

19 Sendo $T = 2\pi\left(\frac{L}{g}\right)^x$, onde T é o período de um pêndulo simples que é função exclusiva do comprimento L do fio do pêndulo e da aceleração da gravidade g, e sendo 2π a constante adimensional, determine o valor de x.

20 Sabendo que a expressão que relaciona a velocidade escalar v de propagação das ondas transversais numa corda elástica com a intensidade da força tensora F e com a massa específica linear ρ da corda é: $v = k \cdot F^x \cdot \rho^y$, sendo k uma constante adimensional, determine x e y.

21 **FEI** Estudando um determinado fenômeno físico, um pesquisador concluiu que a velocidade do objeto em estudo dependia de certa força, de certa massa e de certo comprimento, ou seja, concluiu que v = v(F, m, l). Através da análise dimensional das grandezas acima, determinar uma possível expressão monômia para v = v(F, m, l).

22 Um corpo de massa m é preso a um dos extremos de uma mola, de massa desprezível em relação a m, cujo extremo é fixo. Afastando-se o corpo verticalmente da sua posição de equilíbrio (para baixo ou para cima) e abandonando-se a seguir, verifica-se que ele passa a oscilar com uma certa frequência f. Sabendo-se, experimentalmente, que a frequência depende apenas da massa m do corpo e da constante k da mola (constante da lei de Hooke, que relaciona a força aplicada à mola com a variação de comprimento nela produzida), e sabendo-se que o fator adimensional de proporcionalidade que figura na relação de dependência de f, m e k é $1/2\pi$, pede-se determinar a expressão que nos permita calcular f quando conhecemos m e k.

23 Sabemos que a força de resistência que um fluido, com coeficiente de viscosidade η, oferece a um corpo esférico de raio R, que se move no seu interior com velocidade v, é dada pela expressão: $F_R = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot R \cdot v$

Calcular a equação dimensional de η, tomando como bases:

a) as grandezas fundamentais do SI;

b) as grandezas potência, comprimento e tempo.

24 Uma partícula de massa m eletrizada com carga q é lançada com velocidade escalar v, perpendicularmente a um campo de indução magnética B, passando então a descrever trajetória circular de raio R. Sabendo-se que o raio R depende apenas de m, q, B e v, determine a fórmula que permite calcular R, sabendo-se que o fator de proporcionalidade que figura nesta relação de dependência vale 1.

25 Deduzir, por meio da análise dimensional, a 3ª lei de Kepler relativa ao movimento dos planetas, sabendo-se que o período T de revolução planetária depende do semieixo maior da órbita, da constante G de gravitação universal e da massa M do Sol.

26 A potência P sobre o eixo de um motor de corrente contínua é diretamente proporcional ao comprimento h do eixo e é função ainda da indução magnética B, do diâmetro D do induzido, da velocidade angular e da corrente elétrica I. Determine a equação que dá a dependência de P com as grandezas das quais depende.

27 Calcular a velocidade escalar v com a qual uma onda longitudinal se propaga num meio elástico contínuo, cuja massa específica é ρ e cujo módulo de Young é E. Sabe-se que v depende apenas de ρ e E, e que o fator adimensional que relaciona ρ e E tem valor igual a 1.

28 Sabe-se que a intensidade da indução magnética B no eixo de um solenoide é função apenas do comprimento h do solenoide, da permeabilidade magnética μ_0 do vácuo e da intensidade da corrente i no solenoide. Sabe-se ainda que o fator numérico que figura nesta relação de dependência é igual a N/2, onde N é o número de espiras do solenoide. Estabelecer a fórmula que fornece B em função de μ_0 e h.

29 A velocidade escalar mínima necessária para um corpo lançado de um dos polos da Terra não mais voltar a ela é de 11,2 km/s, desprezando-se a resistência do ar. Esta velocidade é denominada de "velocidade de escape da Terra". Generalmente, velocidade de escape de um planeta qualquer é a velocidade mínima necessária para que um corpo lançado de um dos polos do planeta consiga escapar do seu campo gravitacional. Esta depende apenas da constante G da gravitação universal, da massa m e do raio R do planeta ao qual é relativa. Calcular a velocidade de escape nos polos de um planeta P, sabendo-se que sua massa é a quinta parte da massa da Terra e que o seu raio é dez vezes menor do que o raio da Terra.

30 A velocidade do som num gás depende apenas do mol do gás, da sua temperatura absoluta, da constante universal R dos gases e da massa m do gás. Sabendo-se que a velocidade escalar do som no ar, à temperatura de 0 °C, é de 332 m/s, pede-se calcular o valor de sua velocidade no ar a 27 °C.

Algarismos significativos

31 O que são algarismos significativos de uma medida?

32 Uma pessoa sabe que o resultado de uma medida deve ser expresso com algarismos significativos apenas. Se esta pessoa lhe disser que a velocidade de um carro era 123 km/h:

a) quais os algarismos que ela leu no velocímetro (algarismos corretos)?
b) qual o algarismo que ela avaliou (algarismo duvidoso)?

33 A temperatura de uma pessoa foi medida usando-se dois termômetros diferentes, encontrando-se 36,8 °C e 36,80 °C.

a) Qual é o algarismo duvidoso da primeira medida?
b) Na segunda medida, o algarismo 8 é duvidoso ou correto?

34 Lembrando-se da "regra de arredondamento", escreva as medidas seguintes com apenas três algarismos significativos:

a) 422,32 cm^2
b) 3,428 g
c) 16,15 s

35 Quantos algarismos significativos há em cada uma das medidas seguintes?

a) 702 cm
b) 36,00 kg
c) 0,00815 m
d) 0,05080 L

36 Ao medir o comprimento de uma estrada, uma pessoa encontrou 56 km.

a) Qual o algarismo duvidoso desta medida?
b) Seria aceitável escrever esta medida como 56 000 m?
c) Qual a maneira de expressar esta medida em metros, sem deixar dúvidas quanto aos algarismos significativos?

Operações com algarismos significativos

37 Uma pessoa deseja realizar a seguinte adição, de tal modo que o resultado contenha apenas algarismos significativos: 27,48 cm + 2,5 cm. Qual é o resultado da adição?

38 **UFU** Uma lata contém 18,2 litros de água. Se você despejar mais 0,2360 litros, o volume total terá um número de algarismos significativos igual a:

A dois
B três
C quatro
D cinco
E seis

39 O volume de um cone é dado pela expressão:

$$V = \frac{A \cdot h}{3}$$

onde A é a área de sua base e h é sua altura. Para um dado cone, temos A = 0,302 m^2 e h = 1,020 m. Com quantos algarismos você deve expressar o volume deste cone?

40 Para efetuar a multiplicação 342,2 · 1,11, responda:

a) Qual dos fatores possui o menor número de algarismos significativos?
b) Com quantos algarismos devemos apresentar o resultado?
c) Escreva o resultado da multiplicação com algarismos significativos apenas.

41 **E.E.Mauá** O comprimento C de uma circunferência de raio R é dado por $C = 2\pi R$. Calcule C para os valores medidos experimentalmente:

Dado: $\pi = 3,14159$

a) R = 0,50 m b) R = 0,500 m c) R = 0,5000 m

Erros e desvios

42 O comprimento L de um objeto foi medido cinco vezes com o mesmo instrumento, e os resultados encontrados estão registrados na tabela:

L (cm)	8,50	8,60	8,55	8,55	8,45

O valor que melhor representa o comprimento do objeto, em centímetros, é:

A 8,60
B 8,55
C 8,53
D 8,50
E 8,45

43 **UFU** Em uma aula de laboratório, uma resistência de 40 ohms foi entregue a um aluno para calcular o seu valor. O aluno encontrou o valor de 42 ohms. O erro relativo cometido foi de:

A 5%
B 2%
C 4,7%
D 4%
E 1,5%

44 **UFU** Um estudante mediu o comprimento de um objeto e o expressou como sendo (2,7654 ± 0,002) cm. Se o erro absoluto está expresso corretamente, o algarismo duvidoso da medida é o:

A 7
B 6
C 5
D 4
E 2

45 **UEL** Certa medida de comprimento foi expressa por (12,0 ± 0,3) cm. Nesse caso, 0,3 cm é o desvio absoluto da medida, enquanto a razão $\frac{0,3}{12,0}$ é o desvio relativo. Na referida medida, o desvio relativo percentual é de:

A 0,3
B 2,5
C 3,0
D 25
E 30

46 **UFRGS** O mecanismo de um relógio move-se um pouco mais rápido do que deveria, porém regularmente, de modo que o relógio adianta10 minutos por dia.
Que erro resulta ao se medir com esse relógio um intervalo de tempo que num relógio certo é de 6 h? O erro é acidental ou sistemático?

A 1,66 min; acidental
B 1,66 min; sistemático
C 2,50 min; acidental
D 2,50 min; sistemático
E 5,00 min; sistemático

Gabarito

1. a) $4,7 \cdot 10^{-3}$
b) $3,4 \cdot 10^{8}$
c) $3,49028 \cdot 10^{4}$
d) $5,0 \cdot 10^{-2}$
e) $2,3 \cdot 10^{-12}$
f) $8,0 \cdot 10^{-4}$

2. 10^{1}

3. Peças: 10^{2}; Casas: 10^{2}

4. a) 10^{2}; b) 10^{3}; c) 10^{3}

5. 10^{10}

6. 10^{4}

7. 10^{8}

8. $u(P) = 2 \cdot 10^{-2}$ N/m^2

9. $u(\gamma) = u(\beta) = s^{-1}$; u(A) = m

10. a) m^2; L^2
b) m^3; L^3
c) J; ML^2T^{-2}

d) Pa; $ML^{-1}T^{-2}$

e) kg/m^3; ML^{-3}

11. a) $[X] = ML^{-8/3}T^{-10/3}$

b) $[X] = L^{-5}$

c) $[X] = M^{-1}L^{-1/2}T^{-3}\theta^{1/2}$

12. L; T^{-1}; 1

13. $[D] = L^2 \cdot T$; $[E] = M^2 \cdot T^{-3} = [A]$

14. D

15. A

16. Somente a fórmula da letra c não é homogênea.

17. A fórmula é homogênea.

18. $x = 1$; $y = 2$

19. 1/2

20. $x = 1/2$; $y = -1/2$

21. $v = k \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}$

22. $f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$

23. a) $MT^{-1}L^{-1}$; b) $[Pot] \cdot L^{-3} \cdot T^2$

24. $R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$

25. $T = k \cdot \sqrt{a^3/(GM)}$

26. $P = k \cdot B \cdot I \cdot \omega \cdot h \cdot D$

27. $T = k \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

28. $B = \frac{N \cdot \mu_0 \cdot i}{2 \cdot h}$

29. $11{,}2\sqrt{2}$ km/s

30. 348,03 m/s

31. São os algarismos corretos e o primeiro algarismo duvidoso.

32. a) 1 e 2; b) 3

33. a) 8; b) Correto, o zero é duvidoso.

34. a) 422 cm^2; b) 3,43 g; c) 16,1 s ou 16,2 s

35. a) três; b) quatro; c) três; d) quatro

36. a) 6; b) não; c) $5{,}6 \cdot 10^4$ m

37. 30,0 cm

38. B

39. três

40. a) 1,11; b) três; c) 380

41. a) 3,1 m; b) 3,14 m; c) 3,142 m

42. C

43. A

44. C

45. B

46. D

SÉRIE 4 QUESTÕES DE CICLOS ANTIGOS DE ANÁLISE DIMENSIONAL E ORDEM DE GRANDEZA

1 Classifique em (V) ou (F) as seguintes afirmações. Justifique cada uma das respostas.

( ) Um corpo em queda livre, partindo do repouso, percorre a distância de 25,9 m nos primeiros 2,3 s de queda. Sabe-se que $g = 9{,}81$ m/s^2 e que os cálculos foram feitos levando-se em conta o número de algarismos significativos.

( ) Estão corretas as expressões das seguintes grandezas no SI: doze mols, 9 pascals, 2 Kelvins.

( ) Quando resolvemos a soma dos seguintes números: $20{,}34 + 0{,}272 + 127{,}1 + 3{,}6 \cdot 10$, levando-se em conta o número de algarismos significativos, encontramos um certo resultado. A soma dos algarismos deste resultado é 13.

( ) Estão corretas as expressões das seguintes grandezas no SI: 12,4 nm, treze ampères-horas, vinte graus Celsius.

( ) A ordem de grandeza do número de professores de Mecânica da turma ITA é **a**. A ordem de grandeza do número total de professores da turma ITA é **b**. A ordem de grandeza do número de aulas semanais da turma ITA é **c**. Então $a + b + c = 111$.

2

a) Estime a ordem de grandeza da densidade populacional brasileira, em hab/km^2.

b) Estime a ordem de grandeza da densidade populacional do nosso planeta Terra, em hab/km^2.

c) O Brasil é um país muito ou pouco povoado? Entenda-se por povoado a magnitude da densidade populacional, e não o número de habitantes.

Obs.: Nesta questão o aluno não será avaliado sobre seus conhecimentos de Geografia, ele deve ter apenas noção dos valores a serem utilizados no cálculo e utilizar um raciocínio lógico. O aluno deve indicar todo o procedimento usado na obtenção do seu resultado.

3 *"... quantas bolas de golfe cabem na piscina utilizada na Olimpíada de Atlanta? A pergunta parece extraída de algum almanaque, mas foi feita para o candidato a uma vaga na empresa de consultoria americana Booz, Allen & Hamilton." "O que as companhias querem agora é submeter o candidato a perguntas que avaliem a sua capacidade de raciocinar."*

Exame, 26 de março de 1997.

Imaginando ser você este candidato, desenvolva um raciocínio coerente e responda qual é a ordem de grandeza do número de bolas que cabem dentro da piscina. Você deve indicar todo o procedimento usado na obtenção do seu resultado.

4

a) Estime o número de pessoas necessárias para, de braços dados e esticados, completarem uma circunferência em torno da Terra, pelo Equador.

b) Estime a ordem de grandeza da quantidade de água, em m^3, que todas essas pessoas devem ingerir anualmente para suprir a água perdida, sabendo que cada pessoa perde mensalmente uma quantidade de água equivalente a três vezes o volume de água contida em seu organismo.

5 Imagine que a população do planeta só ingerisse, para sobreviver, água proveniente do mar. Suponha que esta população não varie com o tempo e que a água seja potável. Se não houver reposição da água retirada, estime a ordem de grandeza, em milênios, do tempo necessário para que a água fosse esgotada completamente.

6 Determine as unidades das grandezas A, B e C no sistema internacional, sabendo que são válidas as seguintes relações:

$$S = k_1 \cdot \frac{A \cdot B^2}{C};\ \omega = k_2 \cdot \frac{C}{B^2} \text{ e } F = k_3 \cdot \frac{A \cdot C}{B};$$

onde S, ω e F representam área, velocidade angular e força respectivamente. k_1, k_2 e k_3 são grandezas adimensionais.

7 Determine as unidades das grandezas A, B, C e D no Sistema Internacional, sabendo que são válidas as seguintes relações:

$$v = k_1 \cdot \frac{A^2 \cdot C}{B} \qquad P = k_2 \cdot \frac{B^2 \cdot D^2}{A}$$

$$\rho_L = k_3 \cdot \frac{A \cdot C}{B} \qquad V = k_4 \cdot \frac{C^2 \cdot A^4}{B^2 \cdot D}$$

onde v, P, ρ_L e V representam velocidade linear, potência, densidade linear e volume. k_1, k_2, k_3 e k_4 são grandezas adimensionais.

8 Na expressão $k = \sqrt{m_0^2\ c^4 + p^2 c^2}$, m_0 representa massa, c representa velocidade da luz e p representa a quantidade de movimento de um corpo. Em um sistema em que as grandezas fundamentais são comprimento (L), força (F) e tempo (T), a equação dimensional de k é dada por $L^\alpha\ F^\beta\ T^\gamma$. Determine os valores de α, β e γ.

9 Sabe-se que a potência **P** de uma hélice de avião depende do raio **R** da hélice, de sua velocidade angular ω e da densidade do ar ρ. Determine a potência de uma hélice de raio R quando $\omega = 20$ rad/s e $\rho = 1{,}25$ kg/m³, sabendo que a mesma hélice, operando com $\omega = 10$ rad/s e $\rho = 1{,}0$ kg/m³, possui uma potência igual a 2 N·m/s.

10 Um cientista, ao realizar um experimento com um determinado sistema, verificou que a energia (E) associada ao sistema dependia da densidade linear (μ), do volume (V), da quantidade de movimento (p) do sistema e de uma força (F) realizada sobre o mesmo. Seu objetivo era o de determinar a fórmula exata da relação E = E(μ, F, V, p) com um único termo. Realizando a análise dimensional, faltaram duas incógnitas para obter a fórmula exata (incluindo a determinação da constante adimensional). Observou, então, alguns dados da experiência. Quando $\mu = 1$ kg/m, F = 3 N, V = 4 m³ e p = 2 kg · m/s, a energia era E = 18 J. Verificou também que, quando $\mu = 3$ kg/m, F = 2 N, V = 2 m³ e p = 4 kg · m/s, a energia era E = 3 J. Ajude o cientista e encontre a fórmula procurada por ele.

11 Um cientista, ao realizar um experimento com um determinado sistema, verificou que a potência (P) associada ao sistema era diretamente proporcional à densidade volumétrica (ρ), inversamente proporcional ao cubo de massa (M) e dependia, ainda, da quantidade de movimento (p), da energia (E) e da aceleração angular (γ), todas essas grandezas associadas ao sistema. Realizando a analise dimensional, conseguiu determinar a fórmula.
Determine o valor de P deste sistema quando $\rho = 5$ kg/m³, M = 2 kg, p = 6 kg · m/s, E = 4 kg · m²/s² e $\gamma = 8$ rad/s², sabendo que P = 20 kg · m²/s³ quando $\rho = 3$ kg/m³, M = 1 kg, p = 2 kg · m/s, E = 10 kg · m²/s² e $\gamma = 4$ rad/s².

12 Um cientista, ao realizar um experimento com um determinado sistema, verificou que a força (**F**) associada ao sistema era diretamente proporcional à densidade superficial (ρ) e dependia da aceleração do sistema (**a**), da potência do sistema (**P**) e de certa grandeza (**N**) constante para qualquer sistema. Seu objetivo era o de determinar a fórmula exata da relação **F = F(ρ, a, P, N)** a menos de uma constante adimensional **k**. Este cientista sabe que a grandeza N aparece na equação $\mathbf{V = N \cdot (p \cdot t)^2}$, onde **V** é volume, **p** é quantidade de movimento e **t** é tempo. Realizando a análise dimensional, conseguiu determinar a fórmula. Diga para o cientista qual o valor de **F** deste sistema quando $\rho = 10$ kg/m², **a** = 1 m/s² e **P** = 4 W, se **F** = 5 N quando $\rho = 20$ kg/m², **a** = 3 m/s² e **P** = 2 W.

Gabarito

1. F; F; V; V; V

2. a) 101 hab/km²; b) 10^2 hab/km²; c) Pouco povoado.

3. 10^8 bolas

4. a) 10^8 pessoas; b) 10^8 m³

5. 10^5 milênios

6. $u(A) = m^2 \cdot s^{-1}$; $u(B) = kg \cdot m^{-1}$ e $u(C) = kg^2 \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$

7. $u(A) = m^2 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-1}$; $u(B) = m^3$; $u(C) = kg^2 \cdot s$ e $u(D) = m^{-1} \cdot s^{-2}$

8. $\alpha = 1$, $\beta = 1$ e $\gamma = 0$

9. 20 N·m/s

10. $E = \frac{2\mu V F^2}{p^2}$

11. 1 kg·m²/s³

12. 90 N

FÍSICA – FRENTE 2

SÉRIE 4 CINEMÁTICA: LANÇAMENTO HORIZONTAL, LANÇAMENTO OBLÍQUO E PARÁBOLA DE SEGURANÇA

Lançamento horizontal

1 Um avião supersônico está voando horizontalmente a uma altitude de 18 km, com velocidade de 2.400 km/h, quando um dos motores se desprende.

a) Quanto tempo leva o motor para atingir o solo?
b) Qual a distância horizontal entre o ponto em que a queda do motor começou e ponto em que bateu no chão?
c) Qual a distância entre o motor e o avião (admitindo que este continuava o voo sem perturbações) quando aquele chega ao solo? Desprezar a resistência do ar.

2 Um bloco, escorregando sobre uma mesa, passa por um ponto a 400 m da borda com uma velocidade de 3 m/s. O bloco deixa a mesa, que tem 1 m de altura e atinge o solo a 1 m de distância. Qual a desaceleração sofrida pelo bloco enquanto estava sobre a mesa?

3 Uma bola de golfe é lançada horizontalmente de cima de uma pequena colina com a velocidade de 25 m/s. Atinge o chão 3,0 s depois. Determine:

a) a altura da qual a bola caiu verticalmente;
b) a distância percorrida horizontalmente;
c) as componentes horizontal e vertical do vetor velocidade de bola, bem como o módulo e a direção do vetor resultante, no momento em que atinge o chão.

4 Um caçador aponta para um macaco dependurado num galho, que, ao ouvir o disparo, assusta-se e cai; mas isto não o salva, porque a aceleração da gravidade atua da mesma maneira sobre ele e a bala no movimento de queda livre, e o desvio vertical da bala e do macaco em relação à linha de mira original é o mesmo. Demonstre esse fato analiticamente e calcule em que instante isso ocorre, para uma dada distância d horizontal entre eles e altura h do galho, sendo v_0 a velocidade inicial da bala. Interprete o resultado.

5 Uma pedra cai de um balão que se desloca horizontalmente. A pedra permanece no ar durante $\sqrt{3}$ s e atinge o solo segundo uma direção que faz um ângulo de 30° com a vertical.

a) Qual é a velocidade do balão?
b) De que altura caiu a pedra?
c) Que distância a pedra percorreu na horizontal?
d) Com que velocidade a pedra atinge o solo?

6 Uma bola rola do alto de uma escada com uma velocidade horizontal de módulo igual a 2,0 m/s. Os degraus têm 20 cm de altura por 35 cm de largura. Que degrau a bola tocará primeiro?

7 Um menino faz girar uma pedra num círculo horizontal a 1,8 m acima do solo por meio de um barbante de 2,0 m de comprimento. O barbante arrebenta e a pedra é lançada horizontalmente, colidindo com o chão a 12 m de distância. Calcule a aceleração centrípeta da pedra durante o movimento circular.

Lançamento oblíquo

8 Do alto de uma torre de 100 m de altura, lança-se, formando um ângulo θ com a horizontal, um projétil com velocidade inicial igual a 13 m/s. Despreze a resistência do ar e suponha o campo gravitacional uniforme e igual a 10 m/s^2.

Dados: massa do projétil = 20 kg; sen θ = 5/13; cos θ = 12/13.

Determine:

a) o tempo que o projétil leva para chegar ao solo, suposto horizontal;
b) a distância que o projétil alcança, contada a partir do pé da torre;
c) a projeção vertical da velocidade no instante em que o projétil toca o solo;
d) a projeção horizontal da velocidade no mesmo instante;
e) a intensidade da velocidade do projétil nesse instante.

9 Uma espingarda de mola dispara um projétil com um ângulo de elevação de 45°. O alcance horizontal é 10 m. Determine:

a) a altura máxima atingida pelo projétil;
b) para a mesma velocidade inicial, os dois ângulos de elevação para os quais o alcance horizontal é de 6 m.

10

a) Calcule o alcance de um projétil que possui velocidade inicial v_0 e ângulo de lançamento θ_0.
b) Ache o alcance máximo.
c) Calcule a altura máxima atingida pelo projétil.
d) Determine o ângulo de lançamento para o qual o alcance e a altura máxima de um projétil são iguais.

11 O disparo de uma arma se faz de um ponto que pertence a um plano inclinado de 30° em relação à horizontal, estando o cano da arma disposto perpendicularmente ao mesmo. Sendo de 30 m/s a velocidade do projétil ao sair da arma, determine a diferença de nível entre o ponto de partida e o ponto de chegada do projétil no referido plano. (g = 10 m/s^2).

12 Um projétil é lançado obliquamente, no vácuo, com certa velocidade inicial sob o ângulo de 30° com a horizontal. Simultaneamente, um projétil idêntico é lançado com a mesma velocidade inicial, porém sob um ângulo de 60° com a horizontal. Em um ponto de altura H, o primeiro tem velocidade v. Em um ponto da mesma altura, determine a velocidade do segundo projétil.

13 Se um jogador de beisebol for capaz de lançar uma bola sobre o campo a uma distância de 60 m, determinar a altura máxima em que ele pode lançá-la com um arremesso vertical. Admitir que a bola tenha a mesma velocidade inicial em ambos os casos.

14 Um jogador chuta uma bola com um ângulo de 37° com a horizontal e velocidade inicial de 50 m/s. Um segundo jogador, a 90 m do primeiro e na direção do chute, avança para a bola no instante em que ela é chutada. Com que velocidade ele deve correr para alcançá-la, no momento em que bate no chão?

15 Um projétil lançado com um ângulo de 60° sobre a horizontal atinge um prédio num ponto a 20 m do local de lançamento e a $20\cdot(\sqrt{3}-1)$ m acima deste. Determine:

a) a velocidade do lançamento;
b) o módulo e a direção da velocidade do projétil quando ele atinge o prédio.

16 Um jogador de basquete quer encestar a bola levantando-a desde uma altura de 1,8 m do chão. A distância da bola à vertical que passa pelo centro do cesto é de 3 m, e o aro do cesto está a 3,6 m de altura do chão. Com que velocidade a bola deve ser levantada?

17 Um jogador de futebol inexperiente chuta um pênalti a 9 m do gol, levantando a bola com velocidade inicial de 15 m/s. A altura da trave é de 2,4 m. Calcule:

a) a que distância mínima da trave, atrás do gol, um apanhador de bola pode ficar agachado;
b) a que distância mínima da trave devem ficar os espectadores, para que não corram risco nenhum de levar uma bolada.

18 Um rifle cuja velocidade de disparo é de 250 m/s é usado para atirar em um alvo distante de 100 m. Para que altura acima do centro do alvo o rifle deverá ser apontado, de modo que a bala atinja o alvo?

19 Uma bola é arremessada para um garoto, distante 50 m, a uma velocidade de 20 m/s e fazendo um ângulo de 45° com a horizontal. Com que velocidade, e em qual direção, o garoto deve correr para conseguir apanhar a bola, à mesma altura em que foi lançada?

20 Um bombardeiro, mergulhando em um ângulo de 60° com a vertical, lança uma bomba de uma altitude de 700 m. A bomba atinge o solo 5,0 s após ser lançada.

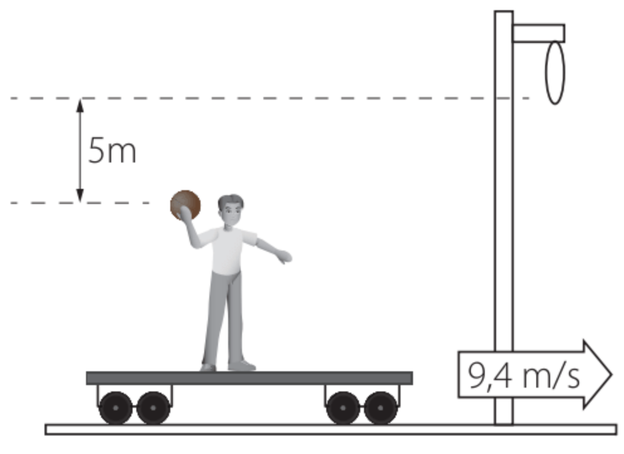
a) Qual é a velocidade do bombardeiro?
b) Qual a distância que a bomba percorre horizontalmente durante seu trajeto?
c) Quais as componentes horizontal e vertical de sua velocidade exatamente antes de atingir o solo?

21 Em um tubo de raios catódicos, um feixe de elétrons é projetado horizontalmente com velocidade de $1{,}0\cdot10^8$ cm/s, na região entre um par de placas de 1,0 cm de comprimento. O campo elétrico existente entre as placas imprime aos elétrons uma aceleração constante de $1{,}0\cdot10^{16}$ cm/s^2 e dirigida para baixo. Calcule:

a) o deslocamento vertical do feixe de elétrons ao emergir das placas;
b) a velocidade (módulo, direção e sentido) do feixe neste mesmo instante.

22 Provar que um projétil, lançado com um ângulo de elevação θ_0, tem o mesmo alcance que um lançado com ângulo $(90° - \theta_0)$.

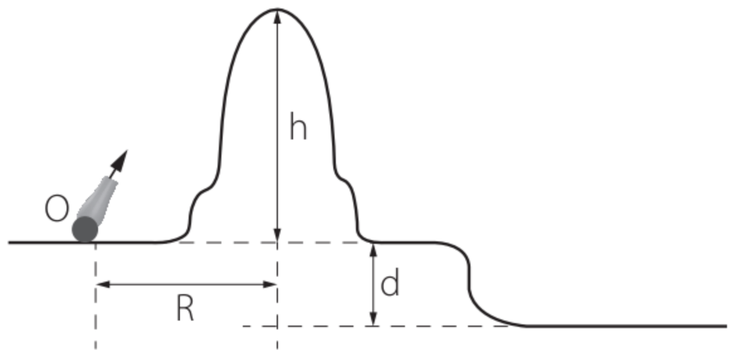
23 Um homem está de pé sobre um pequeno carro que se desloca a uma velocidade constante de 9,4 m/s, e deseja lançar uma bola através de um aro situado a 5 m acima de suas mãos, de tal forma que a bola cruze o aro em movimento horizontal. A bola é lançada com uma velocidade inicial de 12,5 m/s relativamente ao homem. Determine:



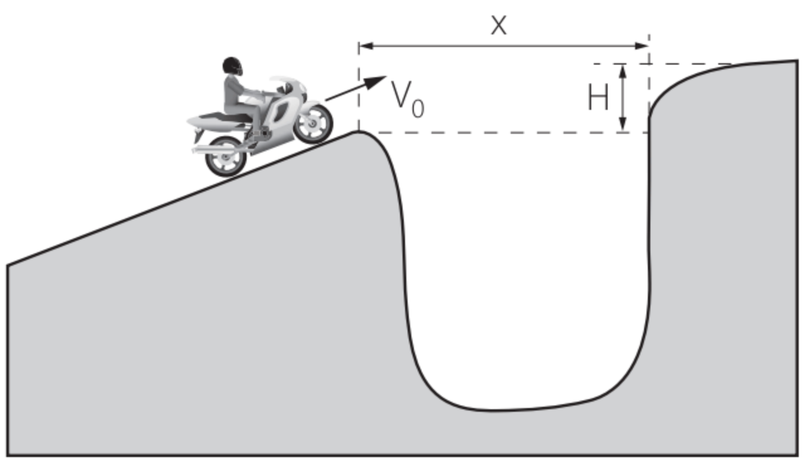
a) qual deve ser o valor da componente vertical da velocidade da bola;
b) quantos segundos depois do lançamento a bola estará cruzando o aro;
c) a que distância horizontal do aro a bola deve ser lançada.

24 Demonstre o enunciado de Galileu, mostrando que, para uma dada velocidade inicial v_0, um projétil pode atingir o mesmo alcance A para dois ângulos de elevação diferentes, $\theta = 45° + \delta$ e $\theta = 45° - \delta$, contanto que A não ultrapasse o alcance máximo $A_m = v_0^2 / g$. Calcule δ em função de A e A_m.

25 Um canhão lança um projétil por cima de uma montanha de altura h, de forma a passar quase tangenciando o cume C no ponto mais alto de sua trajetória. A distância horizontal entre o canhão e o cume é R. Atrás da montanha há uma depressão de profundidade d. Determine a distância horizontal entre o ponto de lançamento O e o ponto P onde o projétil atinge o solo, em função de R, d e h.



26 Na figura, a moto sobe a rampa com a elevação θ, a fim de saltar o fosso de largura x e atingir a outra margem, que tem uma cota H em relação ao término da rampa. Desconsidere a gravidade

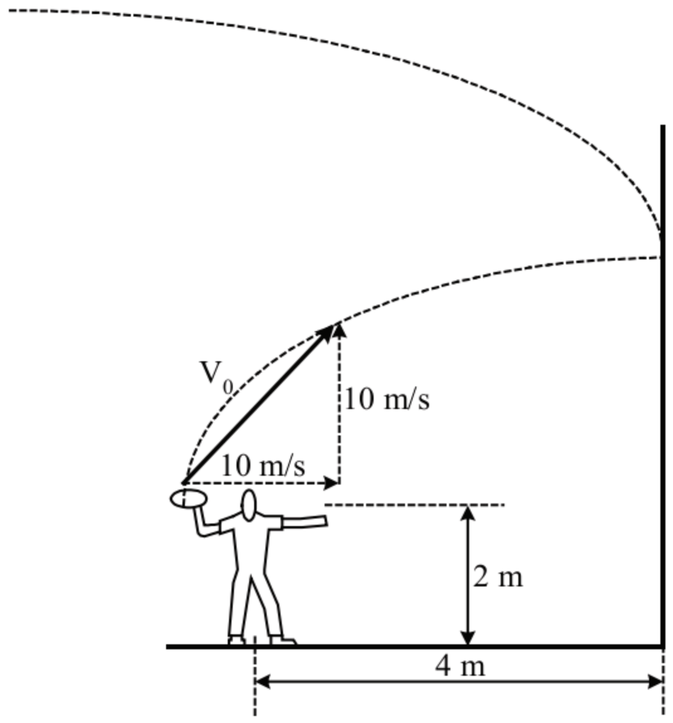


a) Dados o ângulo θ e a distância x, qual é o limite superior de H dentro do qual a moto tem velocidade para efetuar o salto?
b) Com H menor que este limite superior, qual é a velocidade mínima v_0 da moto no início do salto para que o fosso seja transposto? (Desprezar o porte da moto e admitir que a cobertura da distância horizontal x e da distância vertical H é condição suficiente para se transpor o fosso.)

27 Um automóvel está trafegando numa estrada a 25 m/s. Quando o carro passa por uma encruzilhada, um passageiro lança para fora, com um ângulo de 45°, uma bola, numa direção perpendicular à do movimento do carro. A velocidade inicial da bola em relação ao carro é 10 m/s, e ela parte de uma altura igual a 1,2 m do chão.

a) Escrever a velocidade inicial da bola (relativa à estrada), em termos dos vetores unitários $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$.
b) Em que ponto a bola atinge o solo?

28 Um garoto está 4 m à frente de uma parede vertical e lança uma bola. A bola deixa a mão do garoto, a uma altura de 2 m do chão, com velocidade inicial $\vec{v} = 10\hat{i} + 10\hat{j}$ m/s. Quando a bola bate na parede, a componente horizontal do vetor velocidade troca de sinal, e a vertical permanece inalterada. Onde a bola atinge o solo?



29 Uma bola, movendo-se inicialmente para o norte a 300 cm/s, fica, durante 40 s, sob a ação de uma força que causa uma aceleração de 10 cm/s² para leste. Determinar:

a) o módulo e a direção da velocidade final da bola;
b) a equação de sua trajetória;
c) a distância entre a posição inicial e a posição final da bola no intervalo de tempo de 40 s.

30 Calcule:

a) o raio de curvatura no ponto mais alto da trajetória de um projétil cuja velocidade de disparo v_0 forma um ângulo α com a horizontal;
b) o raio de curvatura para um tempo qualquer t após o lançamento.

31 Uma bola é atirada do chão para o ar. Quando ela atinge uma altura de 2,4 m, a velocidade é dada por: $\vec{v} = 6\vec{i} + 4\vec{j}$ em m/s (eixo Ox horizontal, eixo Oy vertical).

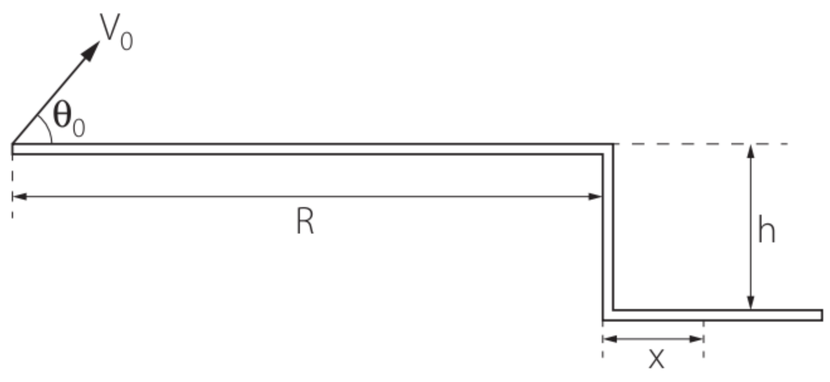
a) Até que altura a bola subirá?
b) Qual será a distância horizontal total percorrida pela bola a partir deste ponto?
c) Qual é a velocidade da bola (módulo) no instante anterior a que ela toca o chão?

32 O alcance de um projétil é 4 vezes sua altura máxima, e ele permanece no ar durante 2 s.

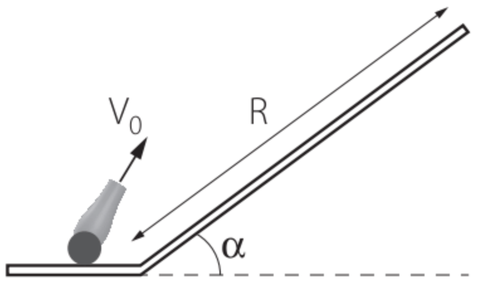
a) Em que ângulo ele foi lançado?
b) Qual foi a velocidade inicial?
c) Qual é o alcance?

33 Um jogador de baseball dá uma tacada, imprimindo à bola uma velocidade de 16 m/s, que forma um ângulo de 30° para cima com a horizontal. Um segundo jogador, distanciado 30 m do primeiro e no mesmo plano da trajetória da bola, começa a correr no instante da tacada. Sabendo-se que o segundo jogador alcança a bola até a altura de 3,6 m acima do solo, e que, no instante da tacada, a bola estava a 0,5 m de altura, calcular a velocidade mínima que deve ter o jogador para pegar a bola.

34 Várias pedras são lançadas de um ponto situado a uma distância R da borda de um penhasco de altura h, de tal modo que atingem o solo a uma distância x da base do penhasco, conforme indica a figura. Se você desejasse para x o menor valor possível, como você ajustaria θ_0 e v_0, supondo que é possível fazer variar v_0 desde zero até um valor máximo finito e que θ_0 pode variar continuamente?



35 Um canhão é ajustado para lançar projéteis, com velocidade inicial v_0, diretamente para cima, na rampa de uma colina com ângulo de elevação α, determine o ângulo formado entre a direção da bala do canhão e a horizontal para que se obtenha o alcance máximo possível sobre o plano inclinado da colina.



36 Um operador de radar, na superfície do solo, observa a aproximação de um projétil. Num dado instante ele obtém as seguintes informações: o projétil se encontra na sua altitude máxima e está se movendo horizontalmente com velocidade v; a distância em linha reta desde o ponto de observação até o ponto em que se encontra é igual a ℓ; a linha de observação do projétil está orientada formando um ângulo θ acima da horizontal.

a) Encontre uma expressão para a distância D entre o observador e o ponto de impacto do projétil.
b) Qual a condição para que o projétil atinja o observador?
c) Estabeleça a condição para que o projétil ultrapasse o observador e a condição para que o projétil não ultrapasse o observador.

Parábola de Segurança

37 Mostre que um projétil lançado do chão com velocidade inicial v_0 pode atingir um ponto situado à distância x e à altura y para dois ângulos de elevação diferentes, contanto que o ponto (x; y) esteja abaixo da "parábola de segurança" $y = \frac{1}{2}\left(A_m - \frac{x^2}{A_m}\right)$, onde A_m é o alcance máximo.

38 As provas de um detonador de granadas efetuam-se no centro do fundo de um poço cilíndrico de profundidade H. Os estilhaços da granada, que se produzem depois da explosão e cujas velocidades não ultrapassam V_0, não devem cair na superfície da Terra. Qual deverá ser o diâmetro mínimo D do poço?

39 Sob qual ângulo com a horizontal é necessário lançar uma pedra, da margem abrupta de um rio, a fim de que a mesma caia a uma maior distância possível da margem? A altura da margem é H = 20 m e a velocidade inicial da pedra é V_0 = 10 m/s.

40 Com que velocidade mínima deve ser lançado um corpo de cima de uma torre de altura H, para que ele caia a uma distância S do pé da torre. Qual o ângulo de lançamento para o corpo nessa situação?

41 Um carro do corpo de bombeiros deseja apagar um incêndio de um prédio de 100 andares. Devido às proporções do incêndio, o carro não pode se aproximar mais de 10 m da base do prédio. Sabendo que a mangueira lança o jato-d'água com velocidade não superior a 20 m/s, qual a maior altura que o jato-d'água atingirá ao longo do prédio? Nessa situação, supondo que o jato-d'água parte do nível do chão, qual a inclinação da mangueira com a horizontal?

42 Um canhão de uma fortaleza dispara ao mar projéteis com velocidade de 4 m/s, de uma altura de 1 m acima do nível do mar. Um navio pirata aproxima-se da costa a fim de invadir a fortaleza. Despreze a altura dos canhões.

a) Qual a menor velocidade inicial V_0 com que o navio pirata deve lançar seus projéteis a fim de destruir o canhão da fortaleza sem ser alvejado?
b) Para essa velocidade V_0 o navio pirata está prestes a ser destruído. Qualquer aumento da velocidade de disparo do canhão afundará o navio pirata. Nessa situação, determine o ângulo m em relação à horizontal com que o canhão faz os seus disparos?

43 O lançador de granadas da questão 38 é colocado num poço de diâmetro D e profundidade H. Qual a menor distância d a que o técnico responsável pelos testes pode chegar da borda do poço sem ser atingido por estilhaços da granada. Os disparos ocorrem com velocidade inicial V_0.
Considere:
$g = 10\ m/s^2$, $V_0 = \sqrt[4]{3} \cdot 10\ m/s$; $H = \frac{10 \cdot \sqrt{3}}{3} m$, $D = 10\ m$.

GABARITO

1. a) 60 s

b) 40 km

c) 18 km

2. $5 \cdot 10^{-3}\ m/s^2$

3. a) 45 m

b) 75 m

c) $v_x = 25$ m/s; $v_y = 30$ m/s; $\left|\vec{v}_R\right| = 5\sqrt{61}$ m/s; arctg(1,2) abaixo da horizontal

4. $t = \sqrt{h^2 + d^2}\ / v_0$, após o disparo

5. a) 10 m/s;

b) 15 m;

c) $10\sqrt{3}$ m;

d) 20 m/s

6. 2° degrau

7. $200\ m/s^2$

8. a) 5 s

b) 60 m

c) –45 m/s

d) 12 m/s

e) $3\sqrt{241}$ m/s

9. a) 2,5 m

b) $0{,}5 \cdot \text{arcsen}(0{,}6)$ e $\pi/2 - 0{,}5 \cdot \text{arcsen}(0{,}6)$

10. a) $\dfrac{v_0^2.\text{sen } 2\theta}{g}$

b) $\dfrac{v_0^2}{2g}$

c) $\dfrac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2\theta}{g}$

d) arctg(4)

11. 60 m

12. v

13. 30 m

14. 25 m/s

15. a) 20 m/s;

b) 10,4 m/s; 15° abaixo da horizontal

16. 7,3 m/s

17. a) 0,57 m;

b) 13,5 m

18. 0,80 m

19. $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ m/s para a bola

20. a) 230 m/s

b) $575\sqrt{3}$ km

c) $v_x = 115\sqrt{3}$ m/s; $v_y = 165$ m/s

21. a) 5 mm

b) $v_x = 10^6$ m/s e $v_y = 10^6$ m/s para baixo.

22. Demonstração

23. a) 10 m/s;

b) 1 s;

c) 16,9 m

24. $0{,}5.\arccos(A/A_m)$

25. $R.\left[1+\left(1+\dfrac{d}{h}\right)^{1/2}\right]$

26. a) $x \cdot \text{tg}\,\theta$;

b) $\sqrt{g \cdot x^2/[2\cos^2\theta\,(x \cdot \text{tg}\,\theta - H)]}$

27. a) $25\,\hat{i} + 5\sqrt{2}\,\hat{j} + 5\sqrt{2}\,\hat{k}$

b) $\begin{cases} x = 25\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{0{,}75}\right) \\ y = 0 \end{cases}$

28. $(6 + 10\sqrt{1{,}4})$ m da parede

29. a) 5 m/s; arctg(0,75) norte do leste

b) $y = 6\sqrt{5x}$

c) $40\sqrt{13}$ m

30. a) $\dfrac{v_0^2.\cos^2\alpha}{g}$

b) $\dfrac{\left(v_0^2 - 2 \cdot v_0 \cdot g \cdot t \cdot \text{sen}\alpha + g^2t^2\right)^{3/2}}{g \cdot v_0 \cdot \cos\alpha}$

31. a) 3,2 m;

b) 7,2 m;

c) 10 m/s

32. a) 45°;

b) $10\sqrt{2}$ m/s

c) 20 m

33. 4,2 m/s

34. $V_0 = V_{máximo}$; $\theta_0 = \dfrac{1}{2}.\text{arcsen}\left(\dfrac{R.g}{V_0^2}\right)$

35. $(\pi/4) + (\alpha/2)$

36. a) $D = v \cdot \sqrt{(2 \cdot \ell/g) \cdot \text{sen}\,\theta} - \ell \cdot \cos\theta$

b) $\ell.\cos\theta = v.\sqrt{(2.\ell/g).\text{sen}\,\theta}$

c) ultrapassa: $D > 0$ e não ultrapassa: $D < 0$

37. Demonstração

38. $D_{mín} = \dfrac{2.V_0}{g}\sqrt{V_0^2 - 2gH}$

39. $\arccos\left(\sqrt{30}/6\right)$

40. $V_{mín} = \sqrt{g\left(\sqrt{H^2 + S^2} - H\right)}$

1/2.arctg(S/H) com a horizontal

41. $H_{máx} = 75/4$ m

1/2 arctg(15/8) + $\pi/4$ = arctg(4)

42. a) 6 m/s;

b) 1/2. arctg(2,4) ou arctg(2/3)

43. 5 m

FÍSICA – FRENTE 3

COMPLEMENTO TEÓRICO 1 GRAVITAÇÃO

Neste complemento iremos discutir alguns conceitos importantes para que possamos nos aprofundar no estudo da gravitação universal.

Inicialmente iremos tratar de uma grandeza muito importante: o momento angular. Veremos que devido às características da força gravitacional, esta quantidade física se conserva.

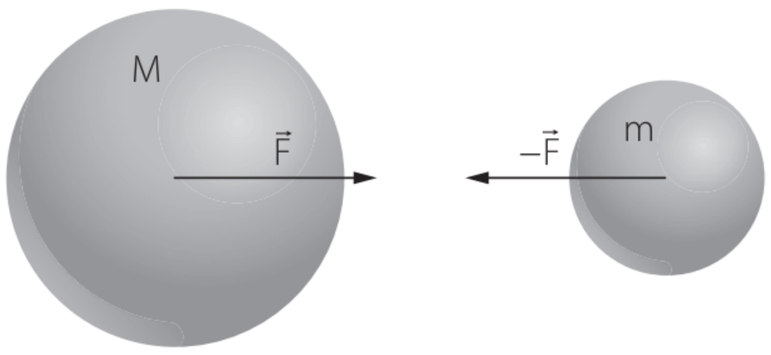
Por fim, faremos um paralelo entre a eletrostática e a gravitação. Faremos o cálculo do potencial gravitacional, o que permitirá determinar o trabalho, já que a força gravitacional é conservativa.

Neste tópico iremos definir uma "Lei de Gauss" da gravitação. Isto nos permitirá calcular o campo gravitacional para distribuições de massa com elevado grau de simetria.

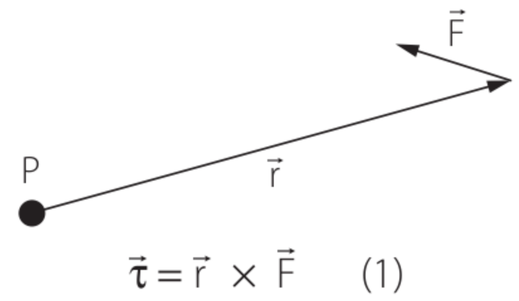
A teoria e os exercícios da apostila, complementados pela teoria e exercícios deste texto, darão a você condições de enfrentar os exercícios dos vestibulares.

1. Forças centrais

Existe uma categoria de forças denominadas centrais. Forças centrais são aquelas que agem no centro de massa dos corpos que interagem entre si e cuja direção é a mesma da reta que liga o centro de massa dos dois corpos.



O torque, ou momento ($\boldsymbol{\tau}$) de uma força em relação a um ponto, é definido conforme a figura a seguir de acordo com a equação:



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times F \quad (1)$$

Observando a característica da força gravitacional, ilustrada na figura 1, verificamos que, pelo fato de ela ser central, ela é incapaz de gerar torque.

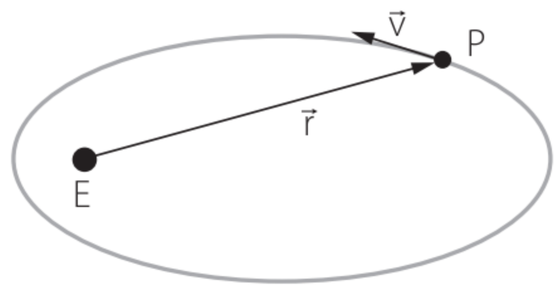
2. O momento angular

Certamente você já assistiu a shows de patinação no gelo, nos quais, em um dado momento, a patinadora inicia um giro no mesmo ponto. Você também deve ter percebido que a velocidade de giro da manobra é controlada pela abertura que ela dá ao seu corpo.

Se ela recolhe os braços junto a si, a velocidade de giro aumenta, se ao contrário, ela abre os seus braços, o giro diminui sua frequência. Por que isto ocorre?

Para explicar estes e outros fenômenos do cotidiano e também para entendermos o movimento das órbitas dos planetas e estrelas iremos definir uma nova grandeza vetorial denominada momento angular (L).

Observe o movimento de um planeta genérico de massa m, em torno de uma estrela de massa M.



Conforme visto anteriormente, a velocidade ao longo da órbita não é constante, tal que a velocidade máxima se dá no periélio e a velocidade mínima se dá no afélio. Portanto, a grandeza quantidade de movimento ($\vec{p}$) não se conserva durante a órbita. Tal que:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \neq \text{constante} \quad (2)$$

Todavia, existe um paralelo do vetor quantidade de movimento para corpos em rotação. Esta importante quantidade é chamada de momento angular, definido por:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m \cdot \vec{v}$$
$$L = r \cdot m \cdot v \cdot \text{sen}\boldsymbol{\theta} \quad (3)$$

A fim de compreendermos a utilidade desta grandeza no estudo da gravitação universal, derivemos o vetor momento angular em relação ao tempo.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = m\left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v} + \vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt}\right) = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{\tau} \quad (4)$$

Observe que o primeiro termo entre parênteses é nulo, já que os operandos do produto vetorial são paralelos $\left(\frac{d\vec{r}}{dt} // \vec{v}\right)$.

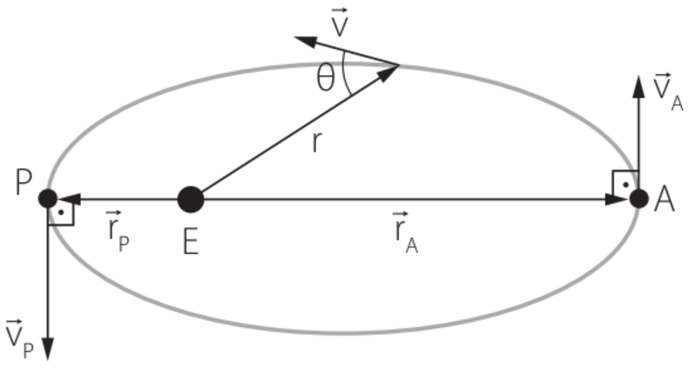
Fica fácil entender agora o porque do movimento da patinadora. Como o torque é pequeno enquanto ela patina, pois o atrito é pequeno, o momento angular da patinadora tende a se conservar, portanto quando ela recolhe os braços (diminui o **r**), a velocidade tende a aumentar (aumento de **p**). Da mesma forma, quando ela abre os braços (aumento de **r**) a velocidade tende a diminuir (diminui o **p**). Pois o produto **r** x mv é constante.

Como forças centrais não geram torque, podemos concluir que sistemas sob a ação destas forças terão o momento angular constante durante toda a órbita, ou seja:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \qquad (5)$$

Este fato é sumamente importante já que, conforme notado anteriormente, a velocidade não é a mesma em toda a órbita, ou seja, a quantidade de movimento linear não é constante, porém, o momento angular o é. Assim, tem-se que:

$$L = r \cdot m \cdot v \cdot \text{sen}\,\theta = \text{constante} \qquad (5)$$



Para os pontos notáveis da órbita, periélio e afélio, observa-se na figura anterior que o ângulo entre o vetor posição r e o vetor velocidade v é de 90°, desta forma, podemos escrever:

$$L_{perigeu} = L_{apogeu}$$

$$r_p \cdot v_p \cdot \cancel{m} \cdot \text{sen}\,90° = r_a \cdot v_a \cdot \cancel{m} \cdot \text{sen}\,90° \qquad (6)$$

$$r_p \cdot v_p = r_a \cdot v_a$$

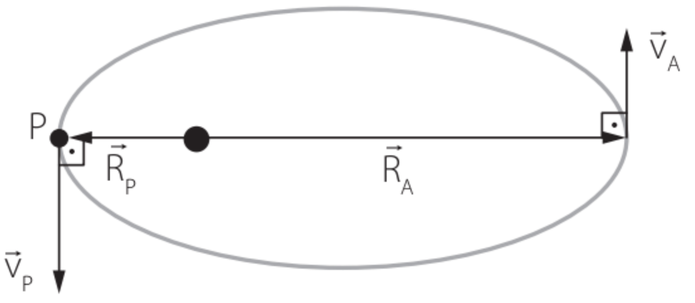
Portanto, para a resolução de problemas de gravitação, temos que:

a) A energia mecânica se conserva devido ao fato de que a força gravitacional é conservativa;
b) O momento angular se conserva, já que a força gravitacional é uma força central.

Exemplo

Um planeta de massa m, orbita em uma órbita elíptica, em torno de uma estrela de massa M. os raios de periélio e afélio são conhecidos (R_p e R_a respectivamente). Nessas condições, determine a velocidade no periélio e no afélio.

Solução:



Devido ao fato de que a força gravitacional é conservativa, tem-se que a energia mecânica no periélio é a mesma do afélio, ou seja:

$$E_{M-periélio} = E_{M-aélio}$$

$$\underbrace{-\frac{G \cdot M \cdot \cancel{m}}{R_p}}_{\text{Energia potencial periélio}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_p^{\,2}}_{\text{Energia cinética periélio}} = \underbrace{-\frac{G \cdot M \cdot \cancel{m}}{R_a}}_{\text{Energia potencial afélio}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_a^{\,2}}_{\text{Energia cinética afélio}} \qquad (7)$$

$$-\frac{G \cdot M}{R_P} + \frac{v_p^{\,2}}{2} = -\frac{G \cdot M}{R_a} + \frac{v_a^{\,2}}{2} \qquad (8)$$

Observamos na equação acima que temos duas incógnitas, v_p e v_a. Precisamos de mais uma equação. Aplicando-se a condição de conservação do momento angular, temos que:

$$r_p \cdot v_p = r_a \cdot v_a \rightarrow v_a = \frac{r_p \cdot v_p}{r_a} \qquad (9)$$

Substituindo a equação (9) em (8) e tirando o mínimo em 9, temos que:

$$\frac{v_p^{\,2}}{2} - \frac{r_p^{\,2} v_p^{\,2}}{2 \cdot r_a^{\,2}} = \frac{G \cdot M}{r_p} - \frac{G \cdot M}{r_a}$$

$$\frac{v_p^{\,2}(r_a^{\,2} - r_p^{\,2})}{2 \cdot r_a^{\,2}} = \frac{G \cdot M(r_a - r_p)}{r_a \cdot r_p} \qquad (10)$$

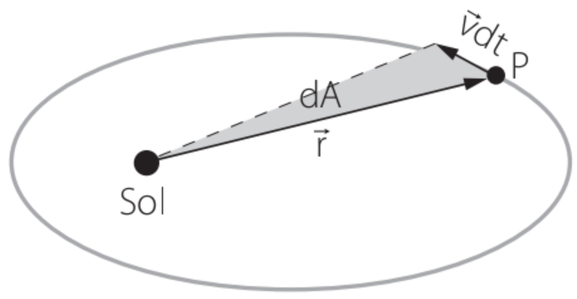
$$v_p^{\,2}(r_a + r_p) = \frac{2G \cdot M \cdot r_a}{r_p}$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M \cdot r_a}{r_p(r_a + r_p)}}$$

Substituindo o resultado anterior em (9), temos que:

$$v_a = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M \cdot r_p}{r_a(r_a + r_p)}} \qquad (11)$$

Podemos também utilizar a conservação do momento angular para demonstrarmos a segunda lei de Kepler, ou lei das áreas. Observe a figura a seguir:



O elemento de área dA pode ser escrito em função do módulo do produto vetorial entre os vetores $\vec{r}$ e $\vec{v} \cdot dt$, tal que:

$$dA = \frac{1}{2}\left|\vec{r} \times \vec{v} \cdot dt\right| \qquad (12)$$

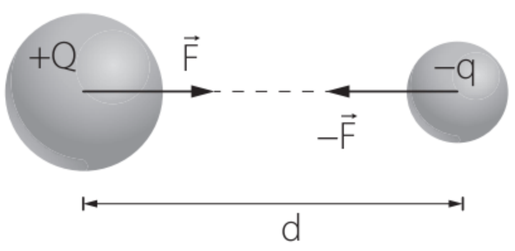
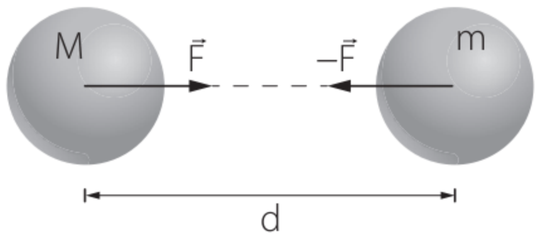
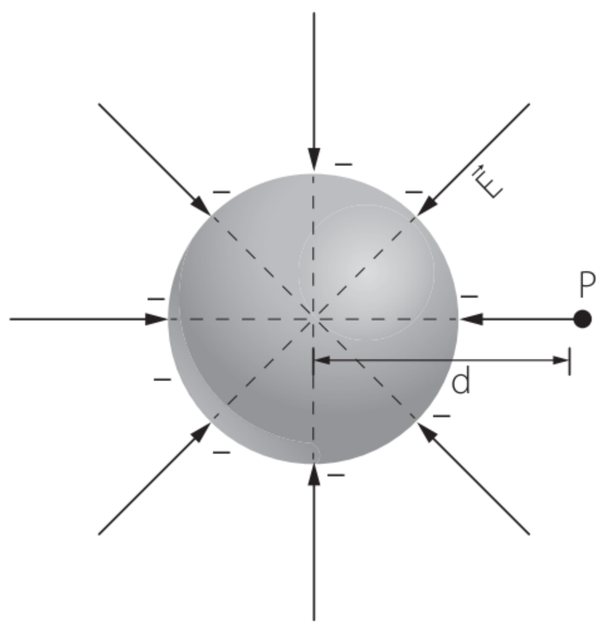
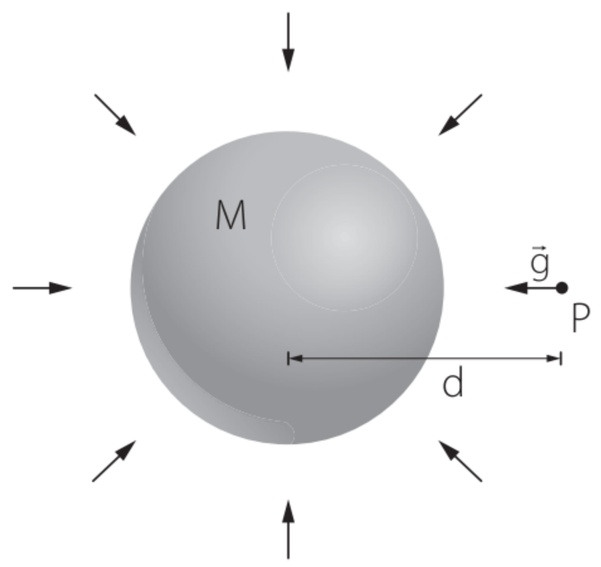
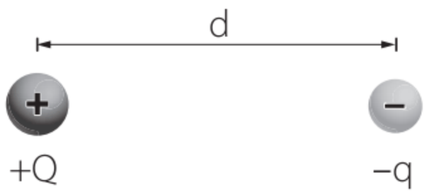
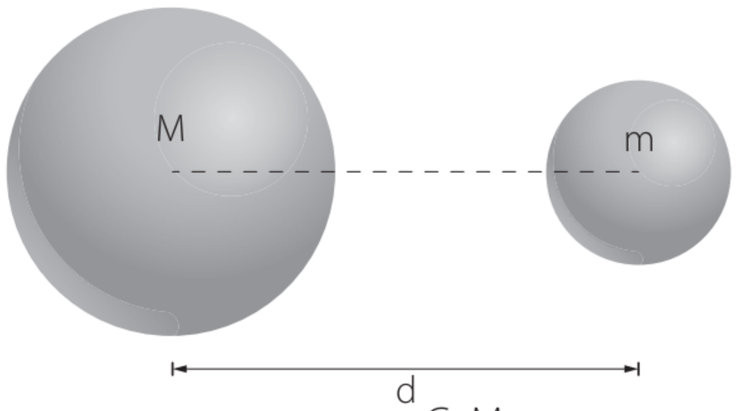
A velocidade areolar, ou seja, a velocidade com que o vetor posição $\vec{r}$ "varre" a área ao longo da órbita é dada pela derivada em relação ao tempo do elemento de área dA, tal que:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}\left|\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v} \cdot dt + \vec{r} \times \vec{v}\right| = \frac{L}{2m} \qquad (13)$$

Observe que, devido ao fato de que o momento angular é constante, a velocidade areolar também o será. A conclusão puramente cinemática de Kepler, é facilmente provada utilizando-se o conceito de conservação do momento angular.

3. A eletrostática e a gravitação

Passemos agora para um paralelo entre a eletrostática e a gravitação, veremos que, por se tratarem de forças com características bem semelhantes, o seu tratamento é bem parecido, exceto que não existem forças repulsivas na gravitação.

Eletrostática	Gravitação
Inicialmente, definimos a lei de Coulomb, que nos dá o módulo da força de interação entre duas cargas puntiformes, separadas a uma distância d entre si, em um meio de constante eletrostática K, tal que:	Na gravitação, foi apresentada a Lei da Gravitação Universal, que nos dá o módulo da força de interação entre duas massas separadas a uma distância d entre elas, tal que:
 $F = \frac{K \cdot Q \cdot q}{d^2}$	 $F = \frac{G \cdot M \cdot m}{d^2}$
Na sequência, explicamos que as cargas elétricas geram em torno de si campos elétricos (E), tal que se a distribuição de cargas for esférica e em pontos externos, o campo elétrico pode ser escrito como:	Após definida a Lei da Gravitação Universal de Newton, mostramos que as massas geram, em torno de si, campos gravitacionais (g), tal que se a distribuição de massa for esférica e em pontos externos a ela, o campo gravitacional pode ser escrito como:
 $E = \frac{K \cdot Q}{d^2}$	 $g = \frac{G \cdot M}{d^2}$
Devido ao fato de que a força elétrica é uma força conservativa, podemos associar a todos os pontos do campo uma grandeza escalar auxiliar, que chamamos de potencial elétrico. O trabalho da força elétrica depende somente do potencial inicial e do potencial final, tal que: $\tau_{AB} = q(V_A - V_B)$	A força gravitacional também é uma força conservativa; desta forma, também podemos associar uma grandeza escalar auxilar, chamada de potencial gravitacional. O trabalho, da mesma maneira, depende somente dos potenciais gravitacionais inicial e final, tal que: $\tau_{AB} = m(V_{gA} - V_{gB})$
Adotando-se potencial nulo no infinito, e supondo um ponto P externo a uma distribuição esférica de cargas, o potencial gravitacional no ponto P é dado por: $V_P = -\frac{\tau_{\infty P}}{q} = \frac{K \cdot Q}{d}$	Adotando-se potencial nulo no infinito, e supondo um ponto P externo a uma distribuição esférica de massa, o potencial gravitacional no ponto P, é dado por: $V_{gP} = -\frac{\tau_{\infty P}}{m} = -\frac{G \cdot M}{d}$
Caso tenhamos um sistema com duas cargas elétricas esféricas separadas por uma distância d entre si, conforme a figura a seguir, temos uma energia potencial elétrica, armazenada no campo elétrico, dada por:  $E_p = q \cdot V = \frac{K \cdot Q \cdot q}{d}$	Caso tenhamos um sistema com duas massas esféricas separadas entre si por uma distância d, temos uma energia potencial gravitacional, armazenada no campo gravitacional, dada por:  $E_p = m \cdot V_g = -\frac{G \cdot M \cdot m}{d}$

Conforme observado em classe, a energia mecânica de um corpo preso na órbita de um outro é sempre negativa. As famílias de todas as órbitas possíveis são as cônicas, tal que:

- Se $E_m < 0$ – Tem-se uma elipse.
- Se $E_m = 0$ – Tem-se uma parábola.
- Se $E_m > 0$ – Tem-se uma hipérbole.

Para o caso especial onde se tem uma circunferência, fica como exercício mostrar que a energia cinética é igual à metade do módulo da energia potencial, ou seja:

$$\frac{E_c}{E_p} = -\frac{1}{2} \qquad (14)$$

Este resultado é útil na resolução de vários tipos de exercícios.

4. A Lei de Gauss da gravitação

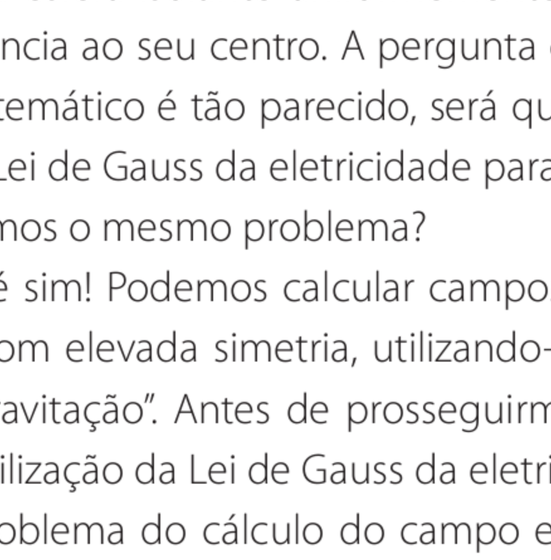
Até agora, falamos do valor do campo gravitacional externo às distribuições esféricas de massa. Porém, para calcularmos o campo gravitacional no interior da terra, ainda não temos a ferramenta matemática necessária.

Porém, como observado anteriormente, é grande a semelhança do tratamento matemático da força elétrica e da força gravitacional.

No capítulo referente à Lei de Gauss, calculamos o campo elétrico de uma esfera isolante uniformemente carregada em função da distância ao seu centro. A pergunta que fica é: se o tratamento matemático é tão parecido, será que não poderíamos adaptar a Lei de Gauss da eletricidade para a gravitação, a fim de resolvermos o mesmo problema?

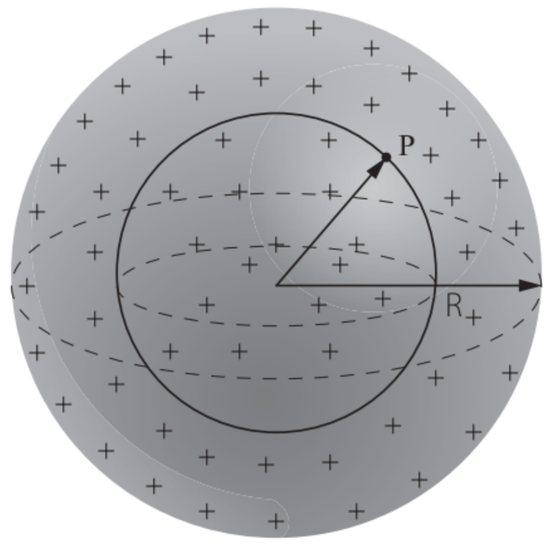
A resposta é sim! Podemos calcular campos gravitacionais de estruturas com elevada simetria, utilizando-se de uma "Lei de Gauss da gravitação". Antes de prosseguirmos, vamos nos relembrar da utilização da Lei de Gauss da eletricidade para resolvermos o problema do cálculo do campo elétrico de uma distribuição esférica homogênea de cargas.

Considere uma esfera isolante de raio R, uniformemente carregada com uma densidade de carga ρ (C/m^3), conforme a figura abaixo:



Deseja-se calcular o módulo do campo elétrico em um ponto P a uma distância r do centro da esfera. A simetria esférica nos permitirá calcular facilmente o campo através da Lei de Gauss.

A escolha da superfície gaussiana é simples pois como a simetria é esférica, a superfície gaussiana adequada é uma esfera, conforme a figura abaixo:



Desta forma temos que o módulo de **E** é o mesmo em todos os pontos da gaussiana e o ângulo θ também é constante e igual a zero em todos os pontos da mesma. Portanto:

$$\sum E \cdot dA \cdot \cos\theta = E \sum dA = \frac{q_{interna}}{\varepsilon_0} \qquad (15)$$

Portanto, basta calcular o somatório $\sum dA$ e a carga interna à superfície gaussiana $q_{interno}$ e teremos o campo elétrico no ponto P.

O somatório $\sum dA$ corresponde à própria área da superfície gaussiana, portanto:

$$\sum dA = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \qquad (16)$$

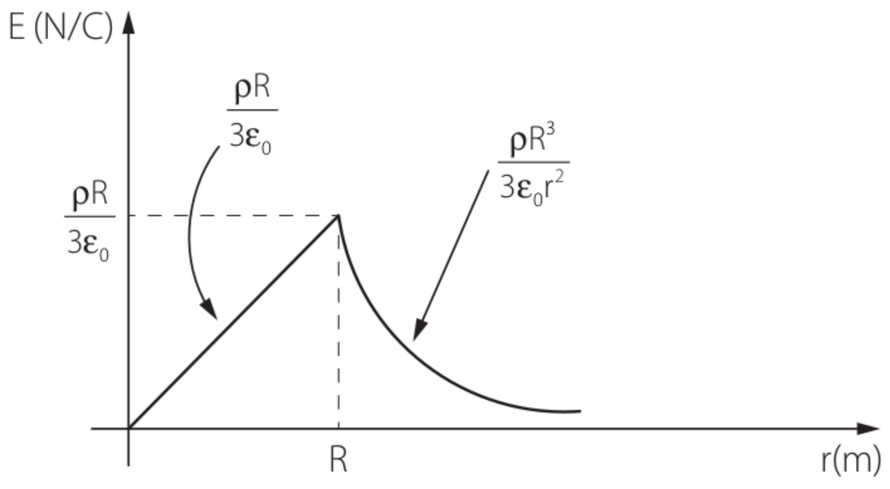
A carga interna à superfície gaussiana $q_{interna}$ é definida como sendo o produto pelo volume definido pela superfície gaussiana pela densidade de carga, tal que:

$$q_{interna} = \rho . V_{gaussiana} = \rho . \frac{4}{3} \pi . r^3 \qquad (17)$$

Substituindo as equações (16) e (17) na equação (15) temos que:

$$E \sum dA = \frac{q_{interna}}{\varepsilon_0} \rightarrow E \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = \rho \frac{4}{3 \cdot \varepsilon_0} \cdot \pi \cdot r^3 \rightarrow E = \frac{\rho \cdot r}{3 \cdot \varepsilon_0} \qquad (18)$$

Observe que na região que vai do centro da sua esfera até a sua superfície o campo elétrico é uma função linear de distância r, ou seja, o campo elétrico é nulo no centro ($r = 0$) e vale $\frac{\rho \cdot R}{3 \cdot \varepsilon_0}$ na superfície ($r = R$).



Concluímos que para calcularmos o campo elétrico em um ponto P qualquer, gerado por uma distribuição esférica de carga, basta passarmos pelo ponto P uma esfera centrada no centro da distribuição esférica e observarmos qual é a carga interna $Q_{interna}$ à esta superfície gaussiana esférica, ou seja:

$$E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \frac{Q_{interna}}{r^2} \qquad (19)$$

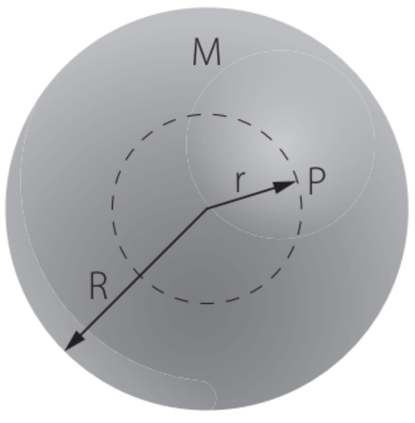
Onde r é a distância do ponto P ao centro da esfera.

Para a resolução do problema do cálculo do campo gravitacional no interior da terra, enunciemos a lei de Gauss da gravitação:

$$\oint \vec{g} \cdot d\vec{s} = 4 \cdot \pi \cdot G \cdot M_{interna} \qquad (20)$$

A equação acima nos diz que o fluxo do campo gravitacional ao longo de uma superfície fechada é proporcional à massa interna à essa superfície fechada. Este enunciado é idêntico ao da lei de Gauss da eletricidade, adaptado à gravitação. Passemos então à resolução do problema.

Observe a figura a seguir, o nosso objetivo é calcular o campo gravitacional no ponto P, que dista uma distância r do centro de uma esfera de massa M e raio R, uniformemente distribuída.



Solução:

Devemos inicialmente passar pelo ponto P uma superfície fechada que possua a simetria do problema, no caso, uma esfera. Assim, podemos escrever pela Lei de Gauss da gravitação que:

$$g \oint ds = 4\pi G M_{interna} \qquad (21)$$

Calcular a integral $\oint ds$ é calcular a própria área da superfície fechada. Portanto:

$$\oint ds = 4\pi r^2 \qquad (22)$$

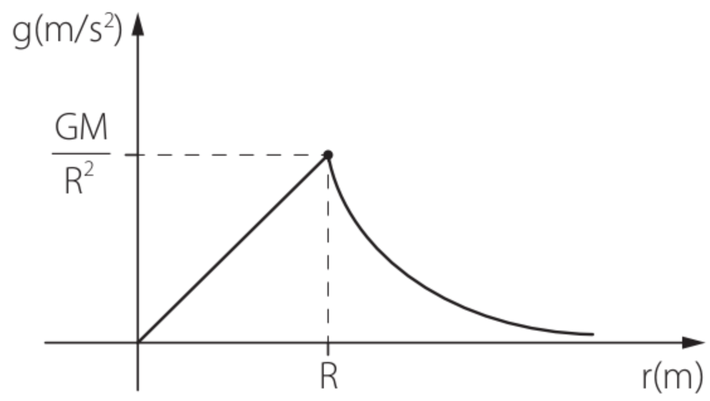
Devido ao fato de que a distribuição de massa é homogênea, a densidade é constante, tal que:

$$\frac{M}{\frac{4}{3}\pi \cdot R^3} = \frac{M_{interna}}{\frac{4}{3}\pi \cdot r^3} \rightarrow M_{interna} = \frac{M \cdot r^3}{R^3} \qquad (23)$$

Substituindo os resultados (22) e (23) em (21), tem-se que:

$$g \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot G \cdot \frac{M \cdot r^3}{R^3} \rightarrow g = \frac{G \cdot M \cdot r}{R^3} \qquad (24)$$

Este resultado é válido para pontos internos à superfície terrestre. Desta forma o gráfico do campo gravitacional terrestre em função da distância ao seu centro é visto na figura a seguir:



Observe que este resultado é idêntico ao da esfera isolante uniformemente carregada.

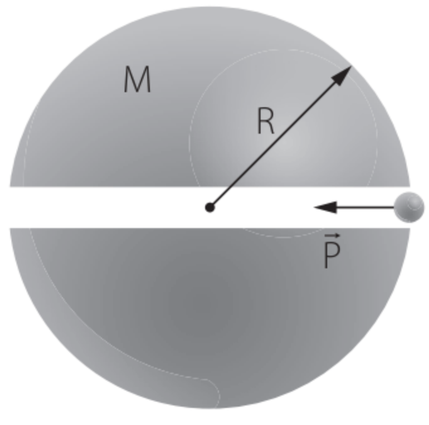
Finalmente, observe que se a distribuição de massa for esférica e homogênea, a determinação do campo gravitacional é imediata e pode ser obtida através da seguinte expressão:

$$g_{esférica} = \frac{G \cdot M_{interna}}{r^2} \qquad (25)$$

Onde $M_{interna}$ é a massa que se encontra interior a uma esfera que contenha o ponto considerado e r é a distância do ponto considerado ao centro da distribuição esférica de massa.

Exemplo

Determine o período de oscilação de um corpo de massa m, abandonado na superfície terrestre em um túnel que compreende o diâmetro da Terra. Considere a terra com raio R e massa M.



Solução:

Adotando-se o eixo Ox, com origem no centro da Terra, conforme visto anteriormente, o corpo fica sujeito a uma força peso dada por:

$$P = m \cdot g = m\frac{GMx}{R^3} = \underbrace{\frac{G \cdot M \cdot m}{R^3}}_{\text{constante do MHS}} \cdot x = k \cdot x \qquad (26)$$

Observamos que a força que age sobre o corpo é do tipo k·x, portanto o corpo executará um MHS, cujo período é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{G \cdot M \cdot m}{R^3}}} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G \cdot M}} \qquad (27)$$

A partir de agora você tem a oportunidade de exercitar-se. Boa sorte!!!

Força gravitacional e Campo gravitacional

1 A massa da Terra é 81 vezes a da Lua. A distância à Lua mede 380 000 km. A que distância do centro da Terra se situa o ponto onde o campo gravitacional é nulo?

2 Que alteração sofreria o módulo da aceleração da gravidade se a massa da Terra fosse reduzida à metade e o seu raio diminuído de $\frac{1}{4}$ de seu valor real?

3 Considere as seguintes informações:

1. um copo de massa 3 kg é atraído por uma força de 4,8 N na superfície da Lua;
2. a aceleração da gravidade na Terra é de 10 m/s^2;
3. a massa da Lua é de aproximadamente 1/100 da massa da Terra;
4. o raio da Lua é aproximadamente $\frac{1}{4}$ do raio da Terra.

Utilizando algumas destas informações, determine a aceleração de um objeto, se este for abandonado próximo à superfície da Lua.

4 O diâmetro de um planeta é o dobro do terrestre e sua massa é seis vezes maior que a da Terra. Determine a razão entre a aceleração da gravidade na superfície da Terra e na superfície do planeta.

5 Determine o valor da aceleração da gravidade a uma altitude igual a nove raios terrestres.

6 A constante de gravitação universal é G. O período de rotação de um planeta X é T. Sabe-se que, no equador de X, mesmo um dinamômetro de alta sensibilidade mantém suspenso na vertical qualquer corpo de massa 1 tonelada, acusando força zero. Determine a densidade média do planeta X.

7

a) Determine a aceleração da gravidade a $3600 \cdot 10^4$ km acima da superfície da Terra (o raio da Terra é igual a $5{,}10 \cdot 10^3$ km)
b) Considerando-se os dados e o resultado da questão anterior, determine o período de revolução de um satélite artificial, colocado em órbita circular da Terra, naquela altitude.

8 As massas num aparelho de Cavendish são $m_1 = 10$ kg e $m_2 = 10$ g; a separação entre os respectivos centros é 5 cm. A haste que suporta as duas pequeninas esferas tem 20 cm de comprimento.

a) Qual é a força de atração entre a esfera grande e a pequena?
b) Qual o torque que deve ser exercido pela suspensão para equilibrar estas forças?

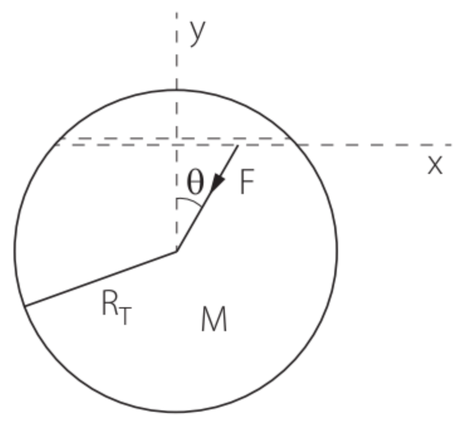
9 Uma partícula puntiforme, de massa m, está sobre o eixo dos x em $x = +a$, e uma segunda partícula de massa igual está em $x = -a$.

a) Qual o campo gravitacional a meio caminho das duas partículas, em $x = 0$?
b) Determinar o campo gravitacional sobre o eixo dos x, nos pontos $x > a$.

10 Uma casca esférica tem raio R = 2 m e massa 12 kg. Qual é o campo gravitacional:

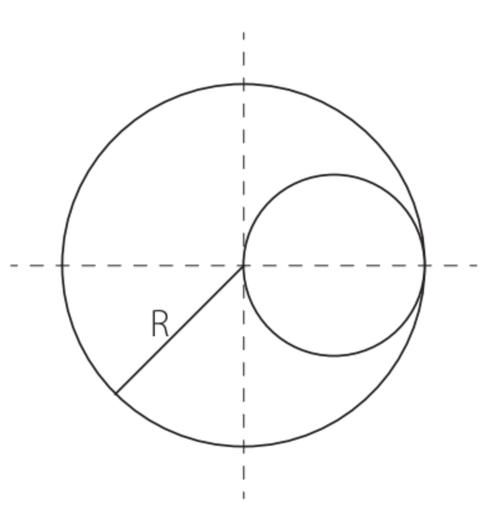
a) sobre a superfície, no lado externo?
b) sobre a superfície, no lado interno?

11 Uma partícula desliza ao longo de um túnel reto, sem atrito, cavado através da Terra (figura). Admitindo que a Terra tenha densidade constante, mostrar que o movimento é harmônico simples e calcular o período.



12 Uma casca esférica espessa tem raio interno R_1 e raio externo R_2. A sua massa é M e sua densidade uniforme. Calcular o campo gravitacional g_r como função de r para todos os r.

13 Uma esfera de raio R está com o centro na origem. A sua densidade de massa p_0 é uniforme, exceto pela presença de uma cavidade esférica de raio $r = R/2$, cujo centro está em $x = R/2$, conforme está na figura. Calcular o campo gravitacional nos pontos sobre o eixo dos x para $|x| > R$.



14 Mostrar que no interior da cavidade da esfera no Problema 13 o campo gravitacional é uniforme, e calcular o seu módulo e a sua direção.

15 Um túnel reto e liso é escavado através de um planeta esférico cuja densidade p_0 é constante. O túnel passa pelo centro do planeta e é perpendicular ao eixo de rotação do planeta, que está fixo no espaço. O planeta gira com velocidade angular ω, de modo que os corpos no túnel não têm aceleração em relação ao túnel. Calcular ω.

16 Considere um sistema de três partículas de mesma massa m, ocupado os vértices de um triângulo equilátero de lado d.

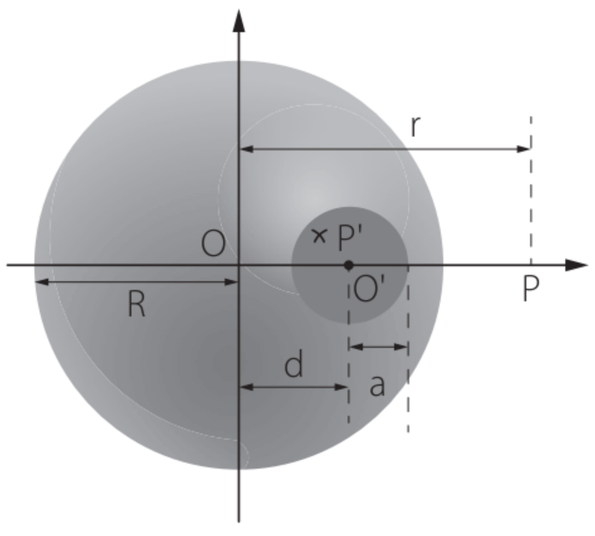
a) Calcule a força gravitacional que atua sobre cada partícula, em módulo, direção e sentido.
b) Mostre que as três partículas mantêm essa configuração triangular descrevendo órbitas circulares em torno do CM do sistema com velocidade angular ω, calcule o valor de ω.

Este caso particular solúvel do problema de três corpos foi considerado por Laplace.

17 Calcule o campo gravitacional produzido por uma camada esférica homogênea de densidade p, raio interno a e raio externo b, num ponto situado dentro da camada, à distância r do centro ($a \leq r \leq b$). Mostre que, para uma camada delgada, o campo varia linearmente (com boa aproximação) entre as superfícies interna e externa.

18 Dentro de uma esfera de raio R e densidade p existe uma cavidade esférica de raio a. A distância entre os centros O e O' da esfera e da cavidade é d (figura).

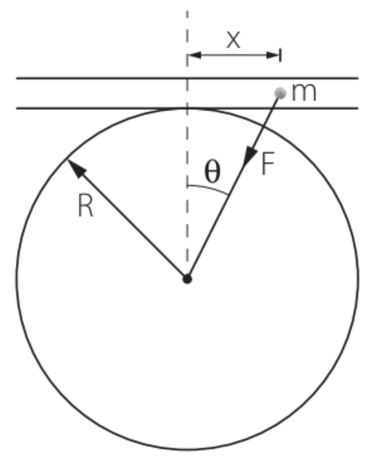
a) Para um ponto P externo, alinhado com os centros O e O' e à distância r de O, calcule a razão entre o campo gravitacional (força por unidade de massa) da esfera com a cavidade e aquele que existiria se a esfera fosse maciça.
b) Calcule o campo gravitacional (módulo, direção e sentido) num ponto P' qualquer situado dentro da cavidade.
c)



19 Um homem pesa 70 kgf. Supondo que o raio da Terra dobrasse, quanto ele pesaria:

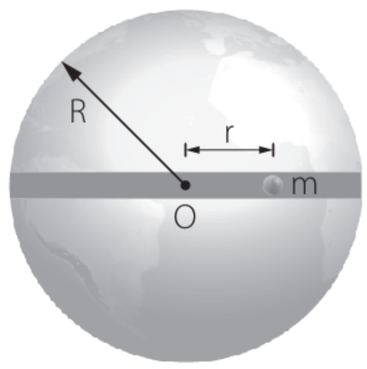
a) se a massa da Terra permanecesse constante?
b) se a densidade média da Terra permanecesse constante?

20 Uma partícula de massa m pode mover-se num tubo horizontal sem atrito (figura) sob a ação da atração gravitacional na Terra. Supondo que x seja muito pequeno, comparado com R, demonstre que a partícula executa um movimento harmônico simples e que seu período é $P = 2\pi\sqrt{R/g}$. Calcule o valor de P. Esse valor corresponde ao período mais longo de um pêndulo na superfície da Terra. Você pode demonstrar essa afirmação?

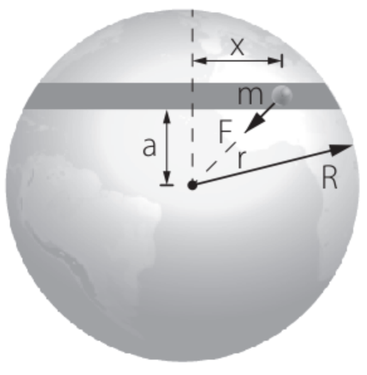


21 Suponhamos que fosse aberto um canal que atravessasse a Terra completamente, ao longo de um diâmetro (figura).

a) Mostre que a força, sobre uma massa m, a uma distância r do centro da Terra, será $F = -mgr/R$, se admitirmos que a densidade seja uniforme.
b) Mostre que o movimento de m seria harmônico simples, com um período de aproximadamente 90 min.
c) Escreva as equações para a posição velocidade e aceleração como funções do tempo, dando os valores numéricos das constantes.



22 Mostre que o movimento, sem atrito, de uma massa, num orifício feito através da Terra ao longo de uma corda, seria harmônico simples. Calcule o período.



23 Dois corpos de massa m e 3m estão separadas por uma distância a. Determine os pontos em que:

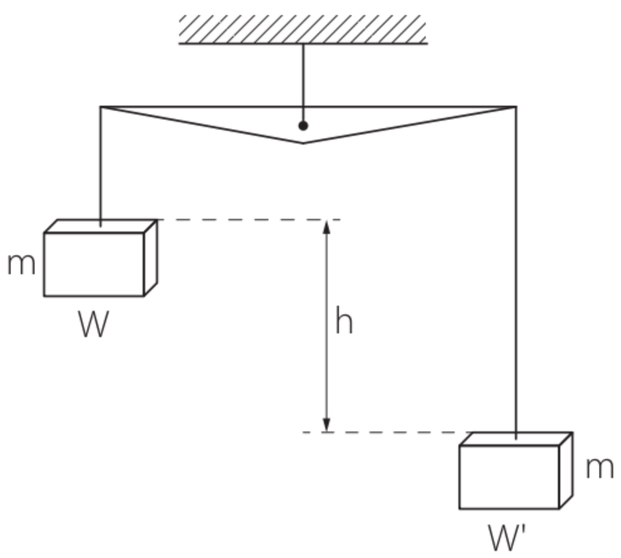
a) o campo gravitacional resultante é nulo.
b) as duas massas produzem campos gravitacionais que têm o mesmo módulo, direção e sentido.
c) as duas massas produzem potenciais gravitacionais idênticos.

24 Dois corpos de massa m e 3m estão por uma distância 13a. Determine o campo gravitacional e o potencial num ponto P, a uma distância 5a da primeira massa, sendo que as retas que ligam P às duas massas estão em ângulo reto.

25 Considere uma partícula livre situada sobre a linha equatorial da superfície de um astro de raio R que gira com velocidade angular ω. Ache a massa mínima deste astro para que a partícula não seja centrifugada da superfície do astro.

26 Massas m, supostas iguais, pendem de cordas de diferentes comprimentos dos braços de uma balança na superfície da Terra, como mostra a figura no comprimento por h.

a) Mostre que o erro de pesagem, associado ao fato de que W' está mais próximo do que W, é $W'-W = 8\pi G\rho mh/3$ e que ρ é a densidade média da Terra (5,5 g/cm^3).
b) Determine a diferença de comprimento que dará um erro de uma parte por milhão.



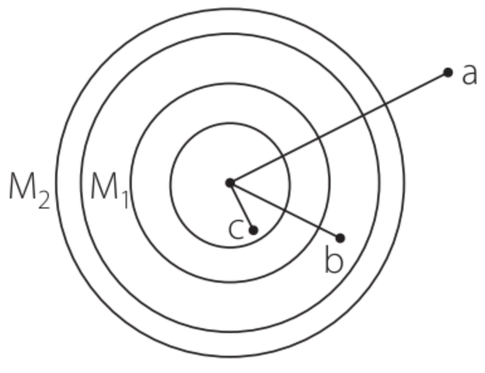
27 Um corpo está suspenso de um dinamômetro em um navio que viaja ao longo da linha do equador, com velocidade v.

a) Mostre que a leitura do dinamômetro será aproximadamente $W_0\,(1 \pm 2\omega v/g)$, sendo ω a velocidade angular da Terra e W_0 a leitura em repouso.
b) Explique o duplo sinal.

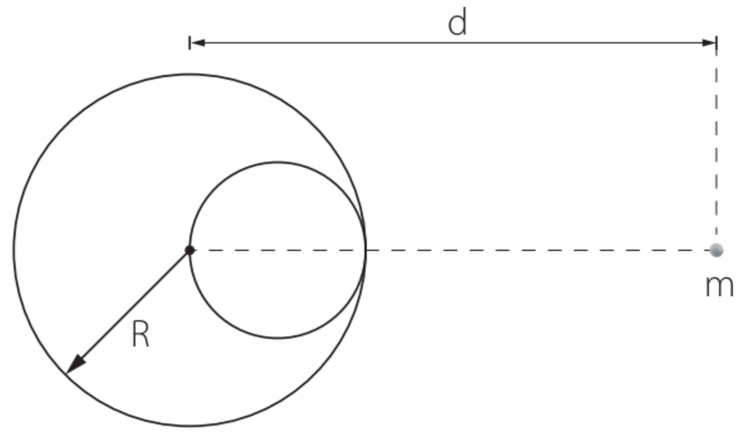
28 Duas cascas esféricas concêntricas, de massa M_1 e M_2, estão situadas conforme indicado na figura. As massas específicas são iguais e constantes em todos os pontos das cascas. Desejamos determinar a força que atua sobre uma partícula de massa m quando a partícula estiver em:

a) r = a
b) r = b
c) r = c.

A distância r é medida a partir do centro de cascas.



29 Faz-se uma cavidade esférica em uma esfera de chumbo de raio R, tal que sua superfície toque a superfície externa da esfera de chumbo e passe pelo centro desta. A massa primitiva da esfera de chumbo era M. De acordo com a lei de gravitação universal, qual será a força com que a esfera de chumbo atrairá uma pequena esfera de massa m localizada à distância d ao longo da reta que passa pelos centros das esferas e da cavidade?



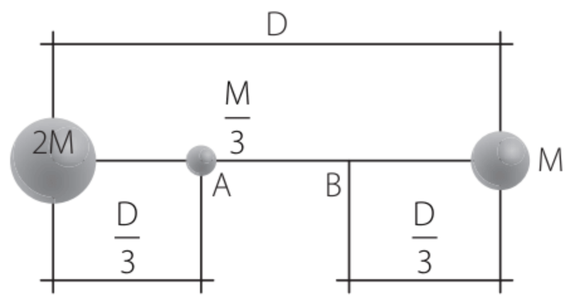
30 Considere uma esfera homogênea com massa específica ρ constante em todos os pontos do interior da esfera, que possui raio R e massa total M. Determine o campo gravitacional para os pontos situados:

a) no exterior da esfera.
b) no interior da esfera.
c) sobre a superfície da esfera.

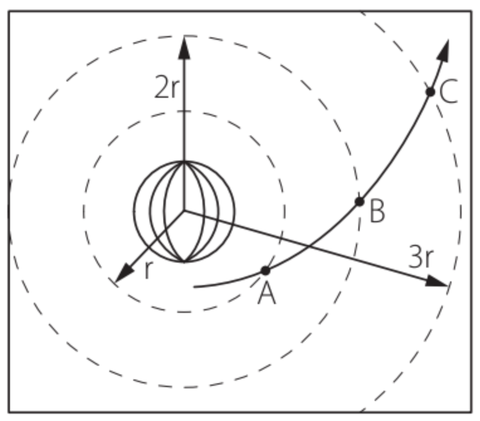
Energia

31 A energia potencial de um corpo de massa m na superfície da Terra é $-GM_T\,m/R_T$. No infinito essa energia potencial é nula. Considerando-se o princípio de conservação de energia (cinética + potencial), que velocidade deve ser dada a esse corpo de massa m (velocidade de escape) para que ele se livre da atração da Terra, isto é, chegue ao infinito com v = 0?
$G = 6{,}67\cdot10^{-11}\ N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$; $MT = 6{,}0\cdot10^{24}$; $RT = 6{,}4\cdot10^{6}$ m.
Despreze o atrito com a atmosfera.

32 Determine o trabalho necessário para levar a partícula de massa M/3 do ponto A até o ponto B, em função da constante universal da gravitação G, quando essa partícula se encontra sob a ação de duas massas, M e 2M, conforme a figura.



33 Uma nave espacial move-se no campo gravitacional da Terra seguindo uma trajetória que passa pelos pontos A, B e C pertencentes a esferas concêntricas à Terra. A massa da nave é 10 toneladas, e adotou-se como nula sua energia potencial gravitacional quando a mesma estiver a uma distância infinita da Terra. Ao passar pelo ponto A, sua energia potencial gravitacional vale $-240 \cdot 10^9$ J.



a) Determine o trabalho realizado pela força peso da nave no percurso de A para B.
b) O trabalho calculado no item anterior depende do formato da trajetória? Por quê?
c) Ao passar pelo ponto C, a nave desliga todos os motores. Que velocidade mínima deverá ter atingido neste instante para poder escapar do campo gravitacional terrestre?

34 Você está no cais de um porto e verifica que o mastro de um navio ancorado ao seu lado tem sua ponta situada 20 m acima de sua cabeça. O navio zarpa e você acompanha sua partida mar afora com binóculos. Num dado instante a ponta do mastro se esconde atrás do horizonte.

a) Qual a distância entre você e o navio neste instante?
b) Com que velocidade deve ser lançada uma pedra para que se movimente acompanhado a curvatura da Terra?

Dado: raio da Terra ≈ 6.400 km.

35 Supondo-se perfeitamente esférica e desprovida de atmosfera, qual deverá ser a velocidade de um corpo para que, lançado horizontalmente, entre em órbita circular rasante?

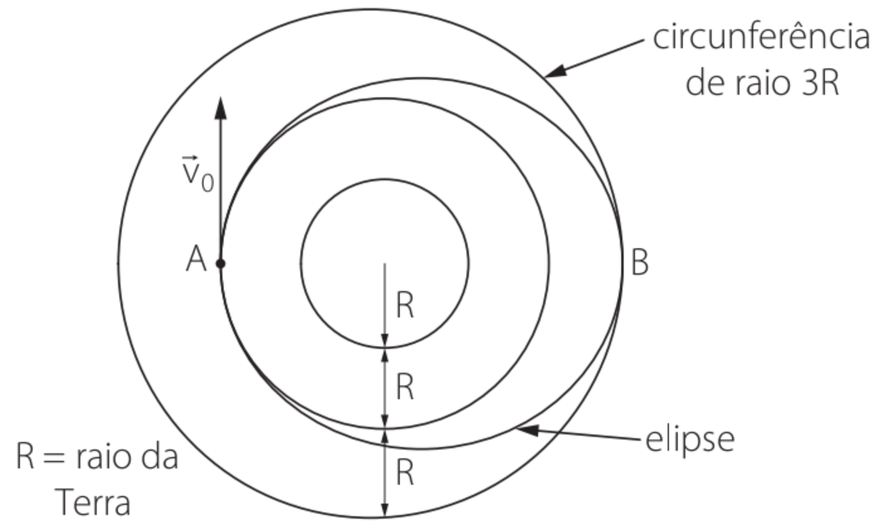
Dados: raio da Terra ≈ 6.400 km;

g próximo à superfície ≈ 10 m/s²

36 Um corpo é lançado horizontalmente a partir de um ponto situado a uma altura, em relação à superfície da Terra, igual a 3 raios terrestres. Supondo-se o raio da Terra igual 6.400 km, determine sua velocidade para que se mantenha em órbita circular.

37 Demonstre que, para um corpo em órbita circular, sua energia cinética é igual à metade de sua potencial em valor absoluto.

38 Um corpo é lançado do ponto A (onde tem uma energia potencial de – 600 J) com uma energia cinética de 350 J, descrevendo a trajetória elíptica da figura.



a) Qual a energia cinética do corpo no ponto B?
b) Se o corpo tivesse sido lançado do ponto A com uma energia cinética de 600 J, que tipo de trajetória descreveria?
c) Se o corpo tivesse sido lançado do ponto A, como indica a figura, com uma energia de 300 J, que tipo de trajetória descreveria?

39 No caso da distribuição de massa do exercício 9, calcular o trabalho necessário para trazer uma massa de prova m_0 desde $x = \infty$ até $x = 0$.

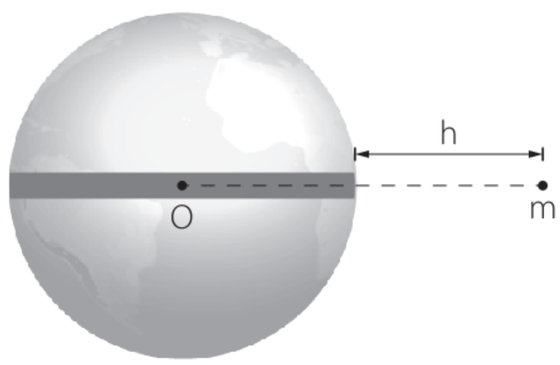
40 Em 1795, Pierre-Simon de Laplace antecipou a existência de buracos negros, afirmando: "Uma estrela luminosa de mesma densidade que a Terra, cujo diâmetro fosse 250 vezes maior que o do Sol, não permitiria, em consequência de sua atração, que os seus raios luminosos nos atingissem; é possível, portanto, que os maiores corpos luminosos existentes no Universo sejam invisíveis para nós." Embora este raciocínio não relativístico não se justifique, deduza o resultado de Laplace. Para isto, calcule a velocidade de escape a partir de uma estrela hipotética de mesma densidade que a Terra em função do seu diâmetro e ache o valor crítico do diâmetro.

41 Duas partículas de massas m_1 e m_2 são soltas em repouso, separadas de uma distância inicial r_0, movendo-se apenas sob o efeito de sua atração gravitacional mútua. Calcule as velocidades das duas partículas quando se aproximam até uma distância r ($< r_0$) uma da outra.

42 Uma massa m é deixada cair de uma grande altura h acima do orifício na Terra, como indica a figura.

a) Com que velocidade a massa m passaria pelo centro da Terra?
b) O movimento seria harmônico simples?
c) O movimento seria periódico?

Justifique suas respostas.



43 Determine a energia potencial gravitacional interna de 8 corpos, cada um de massa m, localizados nos vértices de um cubo de lado a.

44 Um astronauta transporta da Terra para a Lua um recipiente fechado contendo um gás com temperatura elevada. Ao chegar na Lua o astronauta abre o recipiente. Verifique se o gás liberado ficará retido pela atração gravitacional da Lua ou se p gás escapará para o espaço cósmico. Suponha que a velocidade média das moléculas do gás transportado permaneça constante, ou seja, suponha que a temperatura do gás permaneça constante. Considere o seguinte valor para a velocidade média das partículas do gás: $\overline{v} = 2.700$ m / s.

45 a) Obtenha uma expressão aproximada para a determinação da altura atingida por um projétil lançado verticalmente da superfície terrestre.

b) Determine uma expressão exata conveniente para o cálculo da distância r ao centro da Terra quando o projétil mencionado no item anterior atinge a altura máxima.

46 Um foguete é acelerado, para cima, até uma velocidade $v = 2\sqrt{gR_T}$, perto da superfície terrestre e, a seguir, sua propulsão é desligada.

a) Mostre que ele escapará da Terra.

b) Mostre que sua velocidade será $V = 2\sqrt{gR_T}$ em pontos muitos afastados da Terra.

47 Duas partículas de massas m e M, estão em repouso, separadas por uma distância infinita. Mostre que em qualquer instante, sua velocidade relativa de aproximação, atribuível à atração gravitacional, é $\sqrt{2\,G(M + m) / d_T}$ sendo d a distância entre elas naqueles instante.

48 Uma partícula de massa igual a 4m está situada a uma distância a de uma outra partícula de massa m.

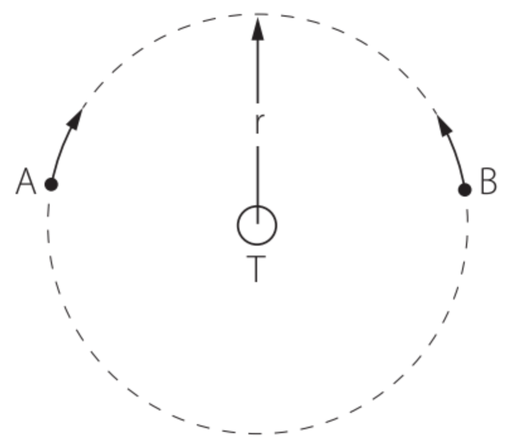
a) Calcule as distâncias entre o centro de massa deste conjunto e os pontos onde o campo gravitacional se anula.

b) Existe algum ponto entre as partículas em que o potencial gravitacional se anula?

c) Calcule a energia de ligação deste sistema (energia potencial gravitacional).

d) Determine o lugar geométrico dos pontos para os quais o potencial gravitacional produzido pela partícula de massa 4 m é igual ao potencial produzido pela partícula de massa m.

49 Considere dois satélites A e B de mesma massa m, que se movem na mesma órbita circular de raio em torno da Terra T, os satélites têm sentidos de rotação opostos, de forma que irão chocar-se, figura.



a) Determinar a energia mecânica total $E_A + E_R$ do sistema Terra + satélites, antes da colisão, em função de G, M_T, m e r.

b) Se a colisão for completamente inelástica, de forma que os destroços permaneçam unidos como um emaranhado de massa 2m, determine a energia mecânica total imediatamente após o choque.

c) Descrever o movimento subsequente dos destroços.

50 a) É necessário mais energia para elevar um satélite à altura de 1 600 km do que para colocá-lo em órbita a essa altura?

b) E a 32 000 km?

c) E a 4 800 km?

Considere o raio da Terra igual a 6 400 km.

Leis de Kepler

51 Marte está 52% mais afastado do Sol do que a Terra. Determine o ano (período do movimento de revolução em torno do Sol) de Marte, expresso em anos terrestres.

52 Se fosse possível colocar um satélite em órbita rasante em torno da Terra, o seu período seria T. Sendo G a constante de gravitação universal, expresse a massa específica média (densidade média) da Terra em função de T e G.

53 Um planeta em órbita circular em torno de uma estrela dista R do centro da mesma, e o seu período é T. Um outro planeta também em órbita circular em torno de mesma estrela tem período igual a $3\sqrt{3}$T. Determine o raio de sua órbita.

54 Um satélite é colocado em uma órbita circular, a D km acima da superfície da terra, e sua massa é m kg. Sendo R o raio médio da Terra, pede-se, em função desses dados:

a) a velocidade tangencial do satélite nessa órbita;

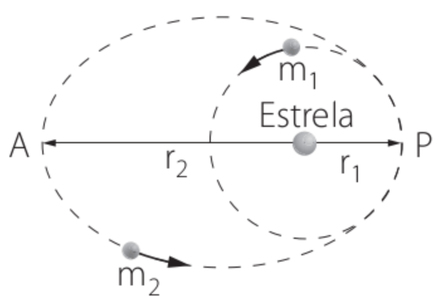
b) o período de cada revolução em torno da Terra;

c) a energia total do satélite em função da distância ao centro da Terra.

Obs. Esta equação deve ser resolvida literalmente, e os resultados, indicados com suas unidades no sistema M.K.S.

55 Dois planetas de massas iguais orbitam em torno de uma estrela de massa muito maior que a deles (figura). O planeta m_1 descreve uma órbita circular de raio $1 \cdot 10^8$ km, com período de 2 anos. O planeta m_2 descreve uma órbita elíptica com a menor distância (no período) igual a $r_1 = 1 \cdot 10^8$ km e maior distância (no afélio) $r_2 = 1{,}8 \cdot 10^8$ km, conforme a figura.

a) Sabendo que o raio médio de uma órbita elíptica é o comprimento do semieixo maior, calcular o período da órbita de m^2.
b) Qual é a massa da estrela?
c) Qual o planeta que tem maior velocidade no ponto P? Qual o que tem maior energia total?
d) Qual a razão entre a velocidade escalar de m_2 no ponto P e a velocidade escalar no ponto A?



56 Existem vários satélites movendo-se em círculos no plano equatorial e a uma altura acima da superfície terrestre tal que eles permanecem parados para um observador no nosso planeta. Encontrar essa altura.

57 Considere um satélite em órbita circular próximo da superfície de um planeta.

a) Mostre que o período T dessa órbita só depende de densidade média p do planeta, e não de sua massa total.
b) Calcule o valor de T para a Terra, para a qual $p = 5{,}52$ kg/m^3, desprezando os efeitos da atmosfera sobre a órbita.
c) Ainda no caso da Terra, calcule a velocidade do satélite nessa órbita.

58 O diâmetro angular aparente do Sol visto da Terra (ângulo subtendido pelo disco solar) é 0,55°. A constante gravitacional é $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N$\cdot$m^2/kg^2.
Utilizando apenas estes dados, juntamente com o período da órbita da Terra em torno do Sol, aproximada por um círculo, calcule a densidade média μ do Sol.

59 Supondo que a atração gravitacional da nossa galáxia, de massa total M_g e raio R_g, atua como se toda a massa estivesse concentrada no seu centro, e comparando a órbita circular de uma estrela situada na beirada da galáxia, de velocidade v_g, com a órbita da Terra em torno do Sol, de raio médio R, mostre que

$$M_g / M_s = (R_g v_g^2) / (Rv^2),$$

onde M_s é a massa do Sol e v é a velocidade orbital da Terra em torno do Sol. Sabendo que a velocidade orbital do Sistema Solar em torno do centro da galáxia é de aproximadamente 200 km/s e que a distância dele ao centro é de aproximadamente $3R_g/5$,

a) estime v_g, usando o resultado do problema 57;
b) estime M_g/M_s, sabendo que $R_g \approx 5\,104$ anos-luz.

60 A que altura devemos subir acima da superfície da Terra numa órbita cujo raio é um quarto do raio da órbita da Lua? O período da Lua é de aproximadamente 28 dias. Calcule a razão entre as velocidades do satélite e da Lua.

61 Qual seria o período de um satélite que gira em torno da Terra numa órbita cujo raio é um quarto do raio da órbita da Lua? O período da Lua é de aproximadamente 28 dias. Calcule a razão entre as velocidades do satélite e da Lua.

62 Um satélite artificial move-se numa órbita cujo perigeu é 640 km e cujo apogeu é 4000 km, acima da superfície da Terra. Calcule:

a) o semieixo maior.
b) a excentricidade.
c) a equação da órbita.
d) as velocidades no perigeu e no apogeu.
e) o período de revolução.
f) a energia total, sendo a massa 100 kg.
g) Utilizando um papel de gráfico polar, faça um gráfico da trajetória do satélite.

63 Um satélite descreve uma órbita elíptica em torno da Terra. Sabendo que no perigeu sua distância à superfície da Terra vale 400 km e que no apogeu esta distância é igual a 1.800 km calcule a razão entre a velocidade no apogeu.

64 Qual seria a duração do dia se a velocidade de rotação da Terra fosse tal que $g = 0$ no equador?

Binários

65 Duas estrelas de massa m e 2m, respectivamente, separadas por uma distância d e bastante afastadas de qualquer outra massa considerável, executam movimentos circulares em torno do centro de massa comum. Nestas condições, determine a mínima quantidade de energia necessária para separar completamente as duas estrelas, em função da constante universal de gravitação "G".

66 Considere uma estrela binária cujas componentes, de massas m_1 e m_2, separadas por uma distância r, descrevem órbitas circulares de período T e torno do CM do par. Seja T_S o período da órbita da Terra, de raio médio R, em torno do Sol, de massa M_S.

a) Mostre que $(T / T_S)^2 = [M_S / (m_1 + m_2)] \cdot (r / R)^3$.

b) Aplique este resultado para calcular o período da estrela dupla Sirius A – Sirius B, sabendo que a massa de Sirius A é 2,2 M_2 e a de Sirius B é 0,9 M_S. A separação do par é de 19,9 U·A; despreze a excentricidade das órbitas.

c) Calcule os raios r_a e r_b das órbitas de Sirius A e Sirius B.

67 Um par de estrelas gira em torno do centro de massa comum. A massa de uma delas é M, o dobro da massa m da outra, m = 2 m. A distância d entre os centros das estrelas é grande, comparada ao tamanho de qualquer delas.

a) Deduza uma expressão para o período de rotação das estrelas em torno de seu centro de massa, em função de d, m e G.

b) Compare as energias cinéticas delas, determinando a razão K_m/K_M.

Gabarito

1. x = 342 000 km

2. Ficaria reduzido de $\frac{1}{9}$.

3. 1,6 m/s²

4. $\frac{3}{2}$

5. $\frac{1}{10}$ m/s²

6. $\frac{3\pi}{GT^2}$

7. a) $2{,}23 \cdot 10^{-1}$ m/s²

b) 24 h

8.

9. a) 0

b) $g = -[4\,Gmax/(x^2 - a^2)^2]\,i$

10. a) $g = -2{,}0 \cdot 10^{-10}\,r$ N/kg

b) g = 0

11. 84,4 min

12. $g_r = 0,\ r < R_1$

13. $g_x = -(\pi GpoR^3/6)[1/(x - 1/2R)^2 - 8/x^2]$

14. Demonstração.

15. $\omega = \sqrt{4\pi Gpo}/3$

16. a) As forças apontam para o GM (≡ centro do triângulo) e têm magnitude $\sqrt{3}\ Gm^2/d^2$.

b) $\omega = \sqrt{3\ Gm/d^3}$

17. $\frac{F(r)}{m} - \frac{4}{3}\pi pG\left(r - \frac{a^3}{r^3}\right) \approx -4\pi pG(r - a)$ para $b - a << a$.

18. a) $\left[1 - \frac{(a/R)^3}{(1 - d/R)^2}\right]$

b) $-4/3\ \pi pG\vec{d}$, onde $\vec{d} = O\vec{O}$ (campo uniforme).

19. a) 17,5 kgf

b) 140 kgf

20. Demonstração.

21. a) Demonstração.

b) Demonstração.

c) $r = 6{,}37 \cdot 10^6 \cos(1{,}24 \cdot 10^{-3}\,t)$ m; $v = 7{,}90 \cdot 10^3 \operatorname{sen}(1{,}24 \cdot 10^{-3}\,t)$ m · s–1; $a = -9{,}80 \cos(1{,}24 \cdot 10^{-3}\,t)$ m · s^{-2}

22. Demonstração.

23.

24. $-3{,}01 \cdot 10^{-12}$ m/a²; $3{,}0 \cdot 10^{-11}$ m/a

25. $M = \omega^2 R^3/G$

26. a) Demonstração.

b)

27. a) Demonstração.

b)

28. a) $G(M_1 + M_2)\ m/a^2$

b) G M1 m/b2

c) Nula.

29. $\frac{GmM}{d^2}\left[1 - \frac{1}{8\,(1\ -\ R/2d)^2}\right]$

30.

31. 11,3 km/s

32. $+GM^2/2D$

33. a) L = 120 109 J

b) Não, pois trata-se de um trabalho de uma força conservativa.

c) –4 km/s.

34. a) L = 16 km

b) 8 km/s

35. 8 km/s

36. 4 km/s

37. $E_C = \frac{1}{2}|E_P|$

38. a) 150 J

b) Parabólica.

c) Circular de raio 2R.

39. $-2\ Gmm_0/a$

40. $v_e = c$

41. $v_1 = m_2\sqrt{\frac{2G}{m}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)};\ v_2 = m_1\sqrt{\frac{2G}{m}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)}$, onde M = m1 + m2.

42. a) $\sqrt{2\gamma m_e/h + R_e}$

b) Não.

c) Sim.

43. $-(4\gamma m^2/a)\left[3\left(1 + 1/\sqrt{2}\right) + 1/\sqrt{3}\right]$

44.

45. a) $h = v^2/2g$;

b) $-GMT/r = (v^2/2) - GM_T/R_T$

46. a) Demonstração.

b) Demonstração.

47. Demonstração.

48. a) $x_1 = 2a;\ x_2 = 2a/3$

b) Não, o potencial gravitacional só se anula no infinito.

c) $U - Gm_1m_2/a$

d) Para um sistema cartesiano ortogonal com origem sobre a partícula de massa 4m, o lugar geométrico mencionado é o plano $x = 4^a/5$.

49.

50. a) Não.

b) A mesma.

c) Sim.

51. 1,87

52. $D = \frac{3\pi}{GT^2}$

53. 3 R

54. a) $\sqrt{\frac{GM}{R+D}}$ m/s

b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+D)^3}{GM}}$(s)

c) $\frac{3\,GM\,m}{2\,(R+D)}$(J)

55. a) 3,31 anos

b) $1{,}49 \cdot 10^{29}$ kg

c) m_2 tem maior velocidade e maior energia total.

d) $v_P = 1{,}8\,v_A$

56.

57. a) $T^2 = 3\pi/(Gp)$

b) 84,3 min

c) 7,9 km/s

58. $\pi \approx 1{,}3 \cdot 10^3$ kg/m³

59. a) $v_g \approx 155$ km/s

b) $M_g/M_s \sim 10^{11}$

60. 32,1 km; 64,1 km

61. 3,5 dias; 2 : 1

62. a) $8{,}69 \cdot 10^6$ m

b) 0,193

c) $8{,}36 \cdot 10^6/r = 1 + 0{,}193 \cos\theta$

d) $1{,}62 \cdot 10^3$ m · s^{-1}; $1{,}10 \cdot 10^3$ m · s^{-1}

e) $8{,}06 \cdot 10^3$ s

f) $-2{,}295 \cdot 10^9$ J

g)

63.

64. 1,41 h

65. $+ 2GM^2/d$

66. a) Demonstração.

b) 50,4 anos

c) $r_A \approx 5{,}8$ U · A; $r_B \approx 14{,}1$ U · A.

67. a) $2\pi d^{3/2}/\sqrt{3\,Gm}$

b) 2

SÉRIE 7 MHS

Cinemática no MHS

1 **ITA** Uma partícula move-se no plano (x, y) de acordo com as equações:

$$x = v_0 t \qquad y = A\cos\omega t$$

onde $v_0 = 3{,}0$ m/s, A = 1,00 m e $\omega = 8{,}0$ rad/s. Calcule o módulo da velocidade da partícula no instante em que $\omega\, t = \frac{\pi}{6}$ rad.

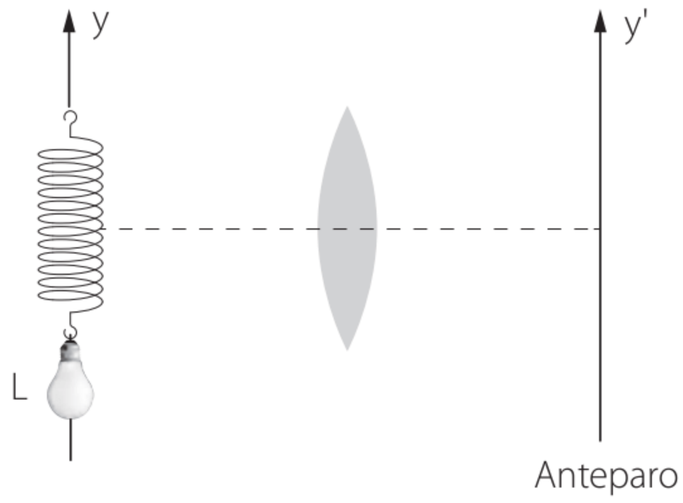
2 **ITA** A equação x = 1,0·sen·(2,0·t) expressa a posição de uma partícula em unidades do Sistema Internacional. Qual seria a forma do gráfico v(velocidade) × x(posição) desta partícula?

3 A análise do movimento de um ponto material mostra uma aceleração máxima de 30 m/s² e uma frequência de 120 ciclos por minuto. Supondo que o movimento é harmônico simples, determine:

a) a amplitude.

b) a velocidade máxima.

4 **ITA** Uma lâmpada L pende de uma mola e executa oscilações verticais, cuja equação é y = 2,0·cos·4,0·t, sendo y medido em mm e t em segundos. Uma lente delgada convergente, de distância focal f = 15 cm é colocada a 20 cm do centro de oscilações da lâmpada e a imagem é projetada num anteparo. Qual é a equação que apresenta o movimento dessa imagem?



Pêndulo simples e Massa mola

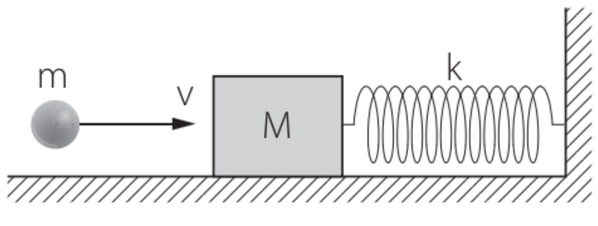
5 Um pêndulo simples está fixado ao teto de um vagão de trem. Este vagão, desce um plano que tem inclinação θ. Sabendo-se que não há atrito entre o vagão e o plano, calcule o período de oscilação do pêndulo.

6 Um pêndulo de comprimento ℓ é montado no teto de um vagão de trem, desce um plano inclinado de ângulo α. Sabendo que o coeficiente de atrito entre o trem e o plano é k < tg α, ache a frequência de oscilação do pêndulo.

7 Um pêndulo de comprimento ℓ está fixado ao teto de um avião. Calcule o período de oscilação deste pêndulo durante a decolagem do avião, sabendo que na decolagem o avião tem uma aceleração a constante, numa direção que forma θ graus com a horizontal.

8 Uma esfera de carga negativa q de massa m é atada a um fio de comprimento ℓ e sem massa, constituindo um pêndulo simples. Ache o período de oscilação do pêndulo, quando este é colocado numa região onde atua um campo elétrico $\vec{E}$ de módulo ascendente e vertical.

9 Um bloco de massa M, capaz de deslizar com atrito desprezível sobre um trilho de ar horizontal, está preso a uma extremidade do trilho por uma mola de massa desprezível e constante elástica k, inicialmente relaxada. Um projétil de massa m é lançado na direção do bloco com velocidade v, atinge-o no instante $t = 0$ e fica grudado nele (fig.). Ache a expressão do deslocamento x do sistema para $t > 0$.



10 Um pêndulo simples tem um período de 1,5 s na Terra. Quando é posto a oscilar na superfície de outro planeta, o pêndulo passa a 0,75 s. Qual é a aceleração de gravidade nesse outro planeta?

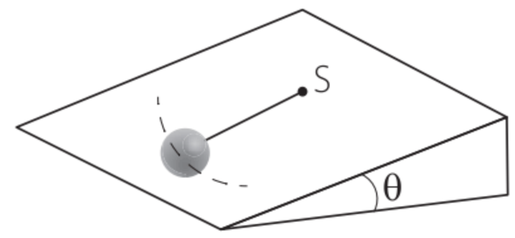
11 A frequência característica de uma massa presa a uma mola é de 5 Hz.

a) Qual a aceleração da massa quando o deslocamento é de 0,51 m?
b) Por que fator se devia aumentar a massa para duplicar o período de oscilação?

12

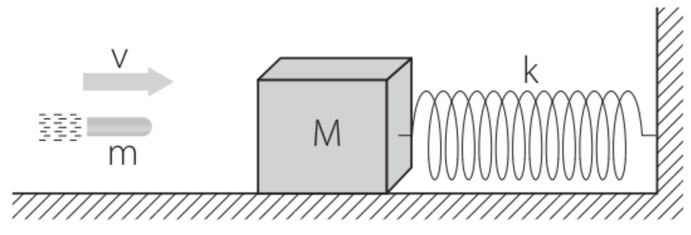
a) Calcule a frequência de um pêndulo simples de 3,0 m de comprimento.
b) Calcule sua frequência supondo que a extremidade superior do fio seja acelerada para cima a 2,5 m/s^2.
c) Qual seria sua frequência supondo que a aceleração mencionada no item anterior seja orientada para baixo?

13 Temos um pêndulo simples de comprimento ℓ, suspenso a um ponto S de um plano inclinado que a forma um ângulo θ com o horizonte. A massa pendular oscila mantendo-se em contato com o plano inclinando, sem atrito. Determinar o período de oscilação do pêndulo.



14 Um bloco de massa M, em repouso numa mesa horizontal sem atrito, é ligado a um suporte rígido por uma mola de constante k. Uma bala de massa m e velocidade v atinge o bloco como mostrado na figura. A bala penetra no bloco. Determine:

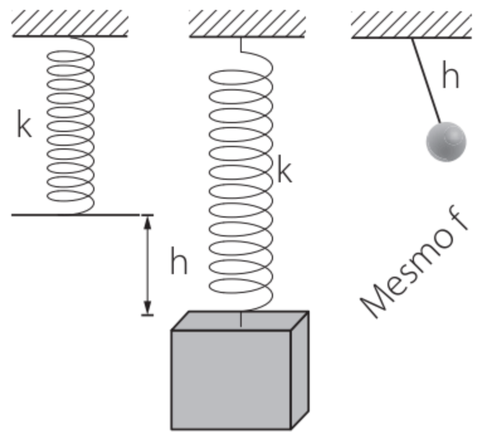
a) a velocidade do bloco imediatamente após a colisão.
b) a amplitude do movimento harmônico simples resultante.



15 Um corpo de massa 2 kg está sobre uma superfície horizontal sem atrito e ligado a uma mola cuja constante é 600 N/m. Um segundo corpo, de massa 1 kg desliza sobre a superfície, na direção do primeiro, a 6 m/s.

a) Achar a amplitude da oscilação no caso de a colisão ser perfeitamente inelástica e de os dois corpos ficarem juntos depois da colisão. Qual o período de oscilação?
b) Achar a amplitude e o período de oscilação se a colisão for elástica.
c) Com cada tipo de colisão, escrever uma expressão da posição x em função do tempo t para o corpo ligado à mola, admitindo que a colisão ocorra no instante $t = 0$. Qual o impulso proporcionado, em cada caso, ao corpo de 2 kg?

16 Dois sistemas oscilantes que você estudou são o massa-mola e o pêndulo simples. Há uma relação interessante entre eles. Suponha que você suspenda um peso da extremidade de uma certa mola e, quando o peso está em repouso, ela fica esticada de uma distância h. Mostre que a frequência deste sistema massa-mola é a mesma que o de um pêndulo simples cujo comprimentos é h. Veja figura.



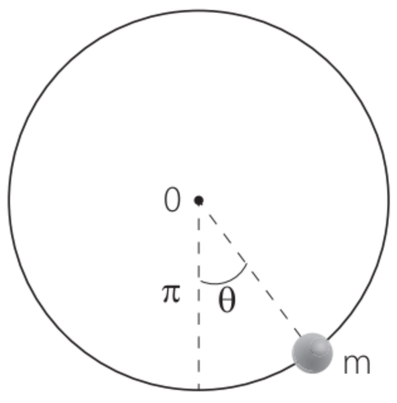
17 Determine o período de oscilação de um pêndulo de comprimento ℓ que está pendurado ao teto de um vagão que possui uma aceleração horizontal $= \vec{a}$.

Dinâmica no MHS

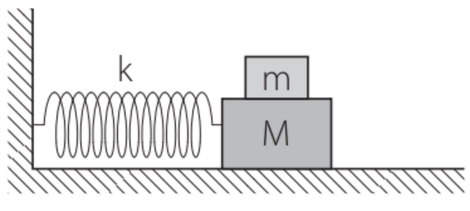
18 Um passageiro com 80 kg entra num carro. As molas dos amortecedores são comprimidas de 1,2 cm. Sendo a massa total suportada pelas molas (incluindo o passageiro) 900 kg, qual a frequência característica de oscilação do carro com o passageiro?

19 Um bloco de madeira, cuja densidade relativa à água é P, tem as dimensões a, b e c. Enquanto flutua na água, com o lado "a" na vertical, o bloco é empurrado para baixo e abandonado. Calcule o período de oscilação resultante.

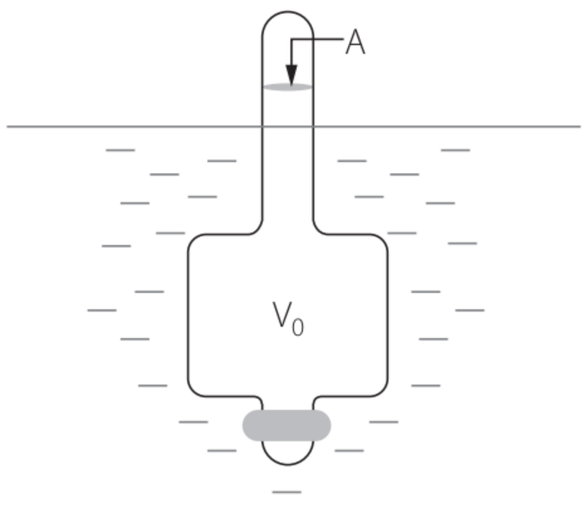
20 Uma conta de massa m enfiada num aro vertical fixo de raio r, no qual desliza sem atrito, desloca-se em torno do ponto mais baixo, de tal forma que o ângulo θ (fig.) permanece pequeno. Mostre que o movimento é harmônico simples e calcule o período.



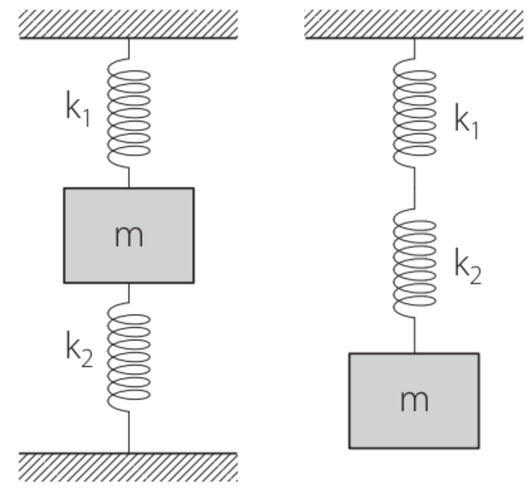
21 Um disco de massa M, preso por uma mola de constante elástica k e massa desprezível a uma parede vertical, desliza sem atrito sobre uma mesa de ar horizontal. Um bloquinho de massa m está colocado sobre o disco, com cuja superfície tem um coeficiente de atrito elástico μ_e. Qual é a amplitude máxima de oscilação do disco para que o bloquinho não escorregue sobre ele?



22 Um densímetro, flutuando em equilíbrio na água, tem um volume V_0 submerso (fig.); a área da seção transversal da porção cilíndrica é A. Empurrando-o verticalmente para baixo, o densímetro entra em pequenas oscilações na direção vertical. Calcule a frequência angular de oscilação.



23 Com um bloco de massa m e duas molas, de constantes elásticas k_1 e k_2, montam-se os dois arranjos indicados nas figs. (a) e (b). Calcule as respectivas frequências angulares ω_a e ω_b de pequenas oscilações verticais em torno do equilíbrio.

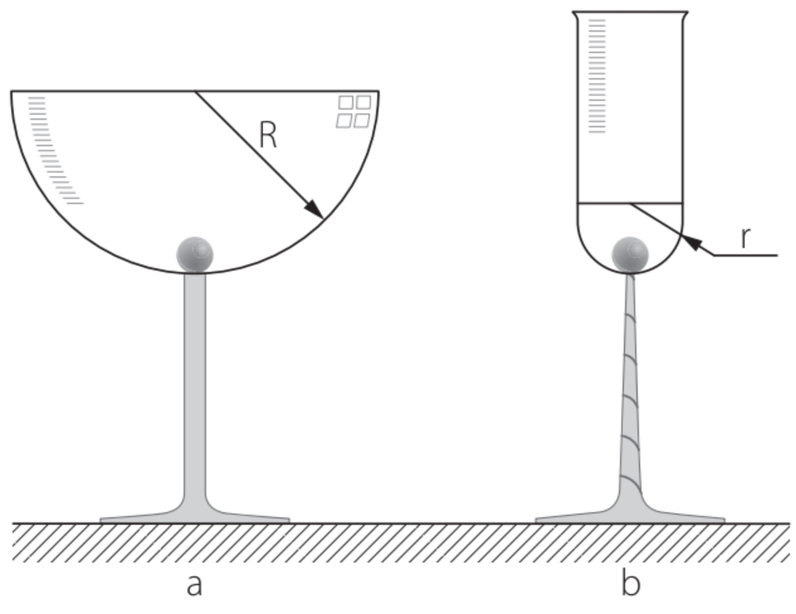


(a) (b)

24 As aranhas têm sensores nas pernas que lhes permitem capturar as presas através das vibrações na teia. Quando apanhado na rede, um inseto de massa igual a 1 g provoca uma vibração na teia de 15 Hz.

a) Qual a constante elástica da teia?
b) Qual a frequência provocada por inseto de 4 g ao ser apanhado na teia?

25 Uma ginja oscila no fundo de um copo (figura a). A superfície do copo é esférica, de raio 3 cm e a ginja tem 10 g de massa. Despreze o atrito da ginja com a superfície do copo.

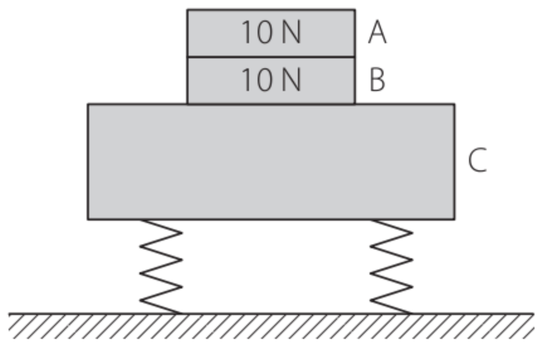


a) Sabendo que a ginja foi largada a partir do bordo do copo sem velocidade inicial calcule a velocidade e a velocidade angular máxima atingida.
b) Calcule a frequência angular e o período da ginja para pequenas oscilações junto do fundo do copo. (θ pequeno)
c) Se a ginja for ligada a uma mola, que constante elástica deverá ter esta para a frequência angular das oscilações ser idêntica à calculada em b)?
d) Se a ginja fosse largada num copo estreito, como se mostra na Figura b, a frequência angular das oscilações na maior ou menor? Por quê?

26 O período de vibração do sistema ilustrado é de 0,8 s. Se o bloco A é removido, o período é de 0,7 s. Determine:

a) o peso do bloco C.

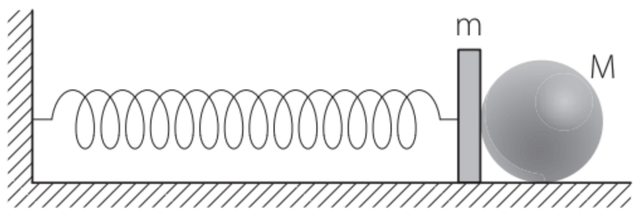
b) o período e vibração quando ambos os blocos A e B tiverem sido removidos.



Energia no MHS

27 Um oscilador harmônico começa a oscilar em t = 0. Após 1/4 de período, sua energia cinética é 3 vezes maior que a energia potencial. Qual é a fase inicial? (Dê todos os valores possíveis).

28 Uma mola de constante K = 100 N/m está ligada a uma massa m = 0,6 kg que pode deslizar sem atrito sobre uma mesa horizontal. Comprime-se a mola fazendo-a encurtar 0,1 m. Encosta-se à massa m uma esfera de massa M = 0,4 kg, liberta-se a mola.



Supondo que a esfera desliza sem rolar, qual a velocidade com que se separa de m?

Composição de MHS

29 Num oscilatório, elétrons executam movimentos que são composições de dois movimentos harmônicos simples em direções perpendiculares. Considerando que esses movimentos são descritos pelas equações $x = A \cdot \cos \cdot \omega \cdot t$ e $y = B \cdot \text{sen} \cdot \omega \cdot t$, determine a forma das trajetórias, supondo:

a) $A = B$.

b) $A \neq B$.

30 Em um osciloscópio os elétrons são defletidos por dois campos elétricos perpendiculares entre si, de tal modo que, a qualquer instante, o deslocamento é dado por:

$$x = A \cdot \cos \omega t \qquad y = A \cdot \cos(\omega t + \alpha)$$

a) Descrever a trajetória dos elétrons e determinar sua equação quando $\alpha = 0°$.

b) Quando $\alpha = 30°$.

c) Quando $\alpha = 90°$.

Desafios:

I. Ache o movimento resultante de dois movimentos harmônicos simples na mesma direção, dados por:

$$x_1 = \cos\ (\omega t - \frac{\pi}{6}),\ x_2 = \text{sen}\ (\omega\ t)$$

Represente graficamente os respectivos vetores girantes.

II. Trace as figuras de Lissajous correspondentes à composição dos seguintes movimentos harmônicos simples em direções perpendiculares:

a) $x = A \cos(\omega t)$, $y = A \text{ sen}(2\omega t)$

b) $x = A \text{ sen}(\omega t)$, $y = A \cos(2\omega t)$

III. a) Determinar a massa reduzida de cada uma das seguintes moléculas diatômicas: O_2, $HC\ell$, CO. Exprimir as respostas em unidades de massa atômica, sendo a massa do hidrogênio igual aproximadamente a 1,00 u.m.a.

b) Sabe-se que a molécula de $HC\ell$ vibra com a frequência fundamental $\nu = 8{,}7 \cdot 10^{13}$ Hz. Qual a "constante elástica" efetiva k para as forças de acoplamento entre os átomos da molécula? Em termos de sua experiência com molas comuns, você diria que "mola das moléculas" é relativamente dura ou não?

Gabarito

1. 5 m/s

2. Elipse.

3. a) 0,19 m

b) 2,4 m/s

4. $y' = 6 \cdot \cos(4t + \pi)$

5. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g.\cos\theta}}$

6. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g'}{L}}$ onde $g' = g \cdot \cos\alpha \cdot \sqrt{\mu^2 + 1}$

$f = (1/2\pi) \cdot \sqrt{(g/\ell) \cdot (1 - k \cdot \text{sen}^2\alpha + k^2 \cdot \cos^2\alpha)}$

7. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g^2 + a^2 + 2\,a \cdot g \cdot \text{sen}\theta}}$

8. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L \cdot m}{g \cdot m + q \cdot E}}$

9. $x = A \text{ sen } \omega t$; com $\omega = \sqrt{\frac{K}{m+M}}$ e $A = \frac{mv}{\omega(m+M)}$

10. 3,9 m/s²

11. a) 503,3 m/s²

b) 4

12. a) 0,29 Hz

b) 0,32 Hz

c) 0,25 Hz

13. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g \cdot \text{sen}\theta}}$

14. a) $\frac{mV}{(M+m)}$

b) $\frac{mV}{\sqrt{k \cdot (M+m)}}$

15. a) A = 0,141 m; T = 0,444 s

b) A = 0,231 m; T = 0,36 s

c) Colisão inelástica $X = 0{,}141 \cdot \cos(14{,}1 \cdot t - \pi/2)$;

$I_2 = 4$ kg · m/s.

Colisão elástica $X = 0{,}231 \cdot \cos(17{,}3 \cdot t - \frac{T}{2})$;

$I_2 = 8$ kg · m/s

16. Demonstração.

17. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2 + a^2}}}$

18. 1,36 Hz

19. $T = 2\pi\sqrt{\frac{a}{g}}$

20. $T = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$

21. $A = \mu e \cdot g(m + M)/K$

22. $\omega = \sqrt{gA / V_0}$

23. $\omega = \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}}$ e $\omega' = \sqrt{\frac{K_1 K_2}{m(K_1 + K_2)}}$

24. a) 8,88 N/m

b) 7,5 Hz

25. a) 76,7 cm/s e 25,6 rad/s

b) 18 rad/s; T = 0,35 s

c) K = 3,267 N/m

d) Aumentaria.

26. a) 2,3 Kg

b) 0,58 s

27. $\pm\frac{\pi}{6}$ e $\pm\pi$

28. 1 m/s

29. a) Circunferência.

b) Elipse.

30. a) reta $y = |x|$

b) elipse, $y^2 - \sqrt{3}xy + x^2 = \frac{A^2}{4}$

c) circunferência: $x^2 + y^2 = A^2$

Desafios

I.

II.

III.

FÍSICA – FRENTE 4

COMPLEMENTO TEÓRICO 4 ONDULATÓRIA

Neste complemento trataremos de importantes assuntos relacionados à ondulatória, todos sobre ondas eletromagnéticas, principalmente a luz.

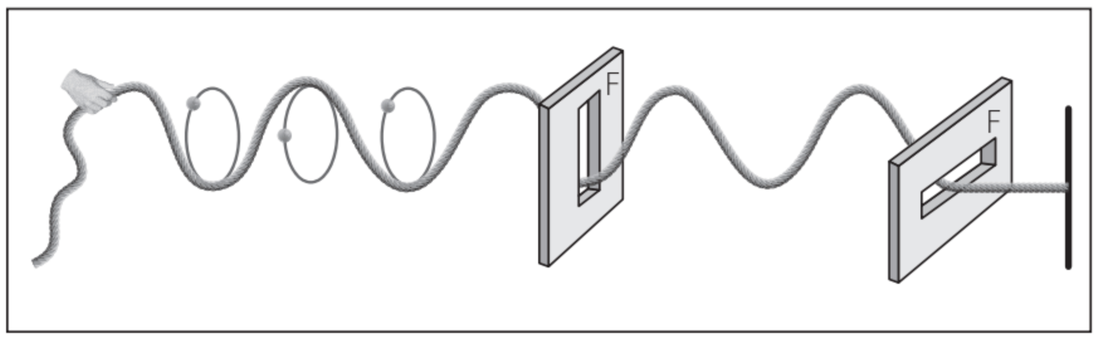
Iniciaremos discutindo a polarização de ondas eletromagnéticas e os polaroides, discutindo sua ação para ondas linearmente polarizadas e circularmente polarizadas.

Na sequência trataremos da interferência da luz em películas delgadas, tais como bolhas de sabão. Ainda trataremos do fenômeno da difração em fenda simples, fendas circulares e em redes de difração. Descreveremos brevemente o critério de resolução de Rayleigh.

Finalmente discutiremos o fenômeno do espalhamento da luz.

1. Polarização

A polarização é uma característica de ondas transversais, pois está relacionada com o plano que contém a vibração, chamado plano de polarização. Desta forma, não faz sentido falar de polarização de ondas longitudinais. Na figura a seguir, observamos a propagação de um pulso transversal em uma corda.



Polarizador.

No lado direito observa-se uma placa com uma fenda, tal que somente uma polarização (plano de vibração) é permitida passar para o outro lado. Esta placa é denominada polarizador.

Note que se o plano de polarização for perpendicular ao plano de polarização do polarizador, nenhuma componente de campo irá passar para o outro lado do polarizador.

Através de experiências de interferência e difração não é possível demonstrar que ondas eletromagnéticas são transversais, pois estes fenômenos também ocorrem com ondas longitudinais.

Porém, em 1817, Thomas Young analisando resultados experimentais de Dominique-François Arago e Augustin Jean Fresnel, os quais obtiveram dois feixes coerentes e distintos ao incidirem um feixe em um cristal de calcita, propôs que estes feixes não formavam franjas de interferência pois possuíam polarizações distintas. Esta proposição alterou a percepção da comunidade científica da época, que imaginava a luz como oscilação longitudinal.

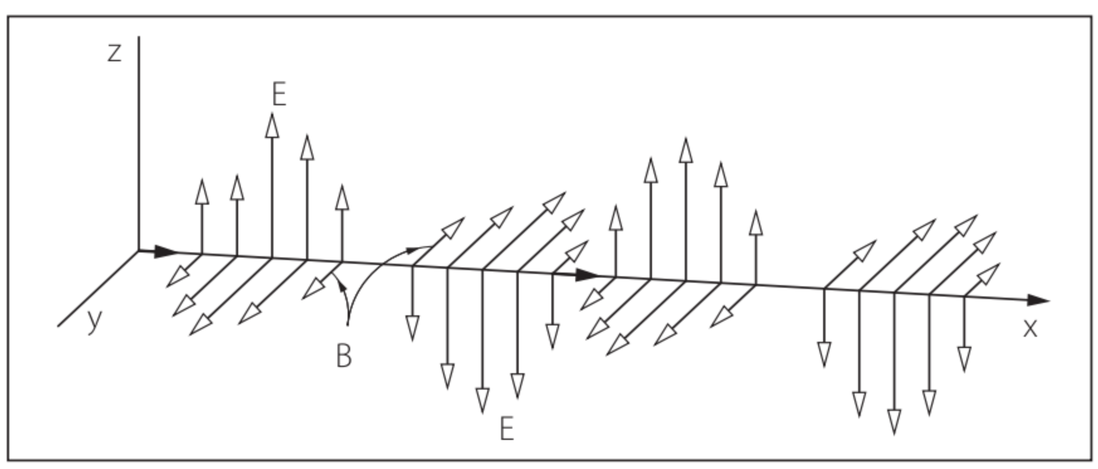
1. 1 Polarização de ondas eletromagnéticas

A análise da polarização de ondas eletromagnéticas é feita levando-se em consideração o plano de vibração do campo elétrico.

De acordo com esta análise, podemos definir dois tipos de polarizações muito importantes: ondas linearmente polarizadas e ondas circularmente polarizadas.

1. 2 Ondas eletromagnéticas linearmente polarizadas

Um caso importante de polarização é aquele onde a onda eletromagnética encontra-se linearmente polarizada, também chamada de plano-polarizada. Neste caso, o plano de vibração do campo elétrico é único, conforme se observa na figura abaixo.



Onda linearmente polarizada.

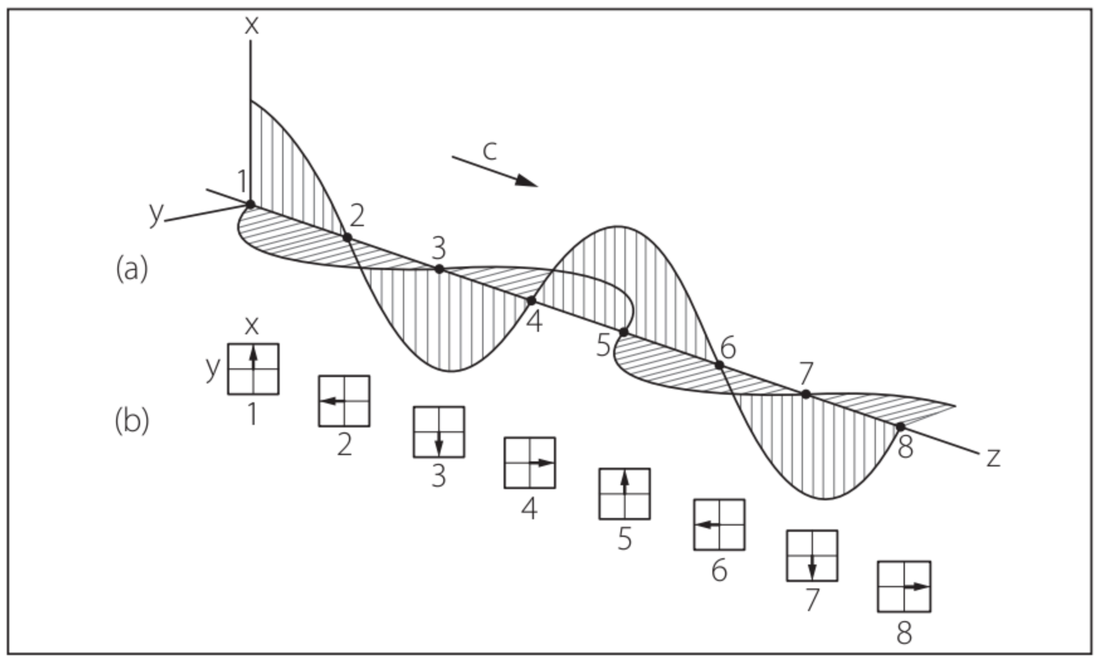
E ele pode ser escrito, considerando a propagação na direção x, como:

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)\hat{z} \qquad (1)$$

Que é a equação de onda unidimensional.

1. 3 Ondas eletromagnéticas circularmente polarizadas

Outro caso importante de polarização é aquela onde a onda eletromagnética encontra-se circularmente polarizada. Neste caso o campo elétrico não se encontra em um único plano de vibração. Se analisarmos um ponto fixo ao longo da onda, verificaremos que a extremidade do campo elétrico descreve um movimento circular uniforme, conforme se observa na figura abaixo.



Onda circularmente polarizada, mostrada como a composição de duas linearmente polarizadas.

Podemos entender uma onda circularmente polarizada como a composição de duas ondas linearmente polarizadas defasadas de 90° entre si, ou seja, uma figura de Lissajous da composição de dois MHS perpendiculares, de mesma amplitude e defasados de 90°. Assim, podemos escrever uma onda circularmente polarizada, propagando-se na direção x, como:

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega \cdot t - k \cdot z)\hat{x} + E_0 \operatorname{sen}(\omega \cdot t - k \cdot z)\hat{y} \quad (2)$$

Observação: Caso as amplitudes das componentes ortogonais não sejam iguais, temos o caso de onda elipticamente polarizada.

2. Intensidade de ondas eletromagnéticas

As ondas eletromagnéticas, como qualquer outra onda transporta energia. A frente de onda pode ser plana ou esférica, de tal forma que tem-se uma intensidade associada a esta frente de onda, tal que, conforme visto anteriormente:

$$I = \frac{\text{Potência}}{\text{Área}} \left(W/m^2\right) \quad (3)$$

Esta intensidade pode ser determinada fazendo-se uma analogia. A potencia P dissipada em uma resistência R pode ser escrita como:

$$P = \frac{U^2}{R} = R \cdot i^2 \ (W) \quad (4)$$

Em uma onda eletromagnética, a energia está distribuída no campo elétrico e no campo magnético. Da mesma forma a potência dissipada na resistência depende do produto da tensão pela corrente elétrica. Assim, pensando-se na tensão elétrica associada ao campo elétrico, podemos escrever que a potência de uma onda eletromagnética é proporcional ao quadrado da amplitude do campo elétrico E, tal que:

$$P \sim E^2 \quad (5)$$

Como a intensidade I de uma onda eletromagnética é proporcional à sua potência, podemos finalmente escrever que:

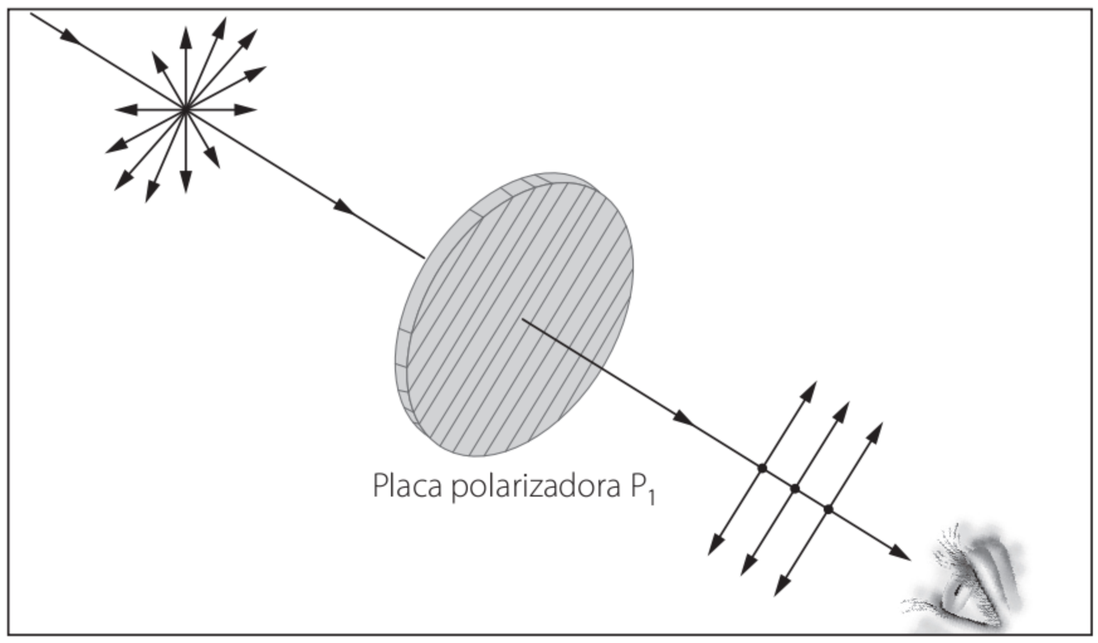
$$I \sim E^2 \quad (6)$$

A conclusão que se chega é que a intensidade de uma onda eletromagnética é proporcional ao quadrado da amplitude do campo elétrico.

Se a onda eletromagnética estiver na faixa do visível, então a intensidade estará associada ao brilho. Quanto maior a intensidade, maior o brilho e vice versa. A título de exemplo, se multiplicarmos a amplitude do campo elétrico por dois, a intensidade ficará quatro vezes maior.

3. Polaroides

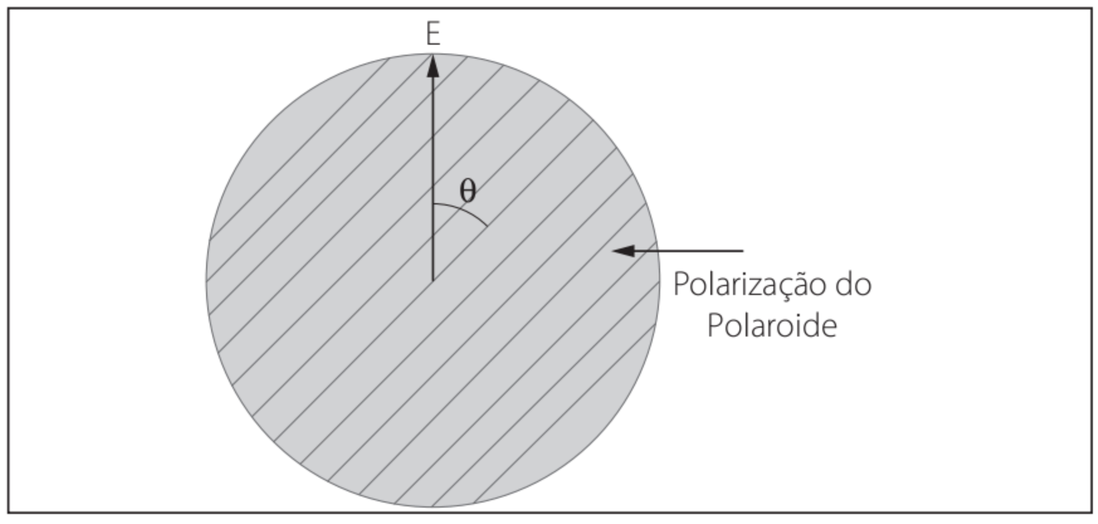
Polaroides são dispositivos polarizadores para ondas eletromagnéticas, ou seja, eles permitem que somente a componente de campo paralela ao seu plano de polarização passe por ele. A importante conclusão deste parágrafo é que uma onda com uma polarização qualquer ao atingir um polaroide, sairá dele linearmente polarizada, de tal forma que esta onda linearmente polarizada tem exatamente a mesma polarização do polaroide, conforme a figura a seguir.



Polarização linear à saída do polaroide.

3. 1 Polaroides e ondas linearmente polarizadas

O nosso problema é agora determinar qual a intensidade na saída de um polaroide quando nele incide uma onda eletromagnética, linearmente polarizada, de intensidade I_o de tal forma que a sua polarização faz um ângulo θ com o plano de polarização do polaroide, conforme a figura abaixo.



Incidência de uma onda linearmente polarizada em um polaroide.

Conforme observado na definição inicial de polaroide, ele só permitirá a passagem da componente do campo elétrico paralela ao seu plano de polarização, conforme figura 4.

Matematicamente, podemos escrever que a intensidade incidente no polaroide I_0 é proporcional ao quadrado do campo incidente E_0, tal que:

$$I_0 \sim E_0^{\,2} \quad (7)$$

À saída do polaroide tem-se a componente de campo paralela ao polaroide dada por:

$$E = E_0 \cos\theta \quad (8)$$

Portanto, a intensidade à saída do polaroide será proporcional a:

$$I \sim (E_0 \cos\theta)^2 = E_0^{\,2} \cos^2\theta \quad (9)$$

Comparando-se as equações (7) e (9), tem-se finalmente que:

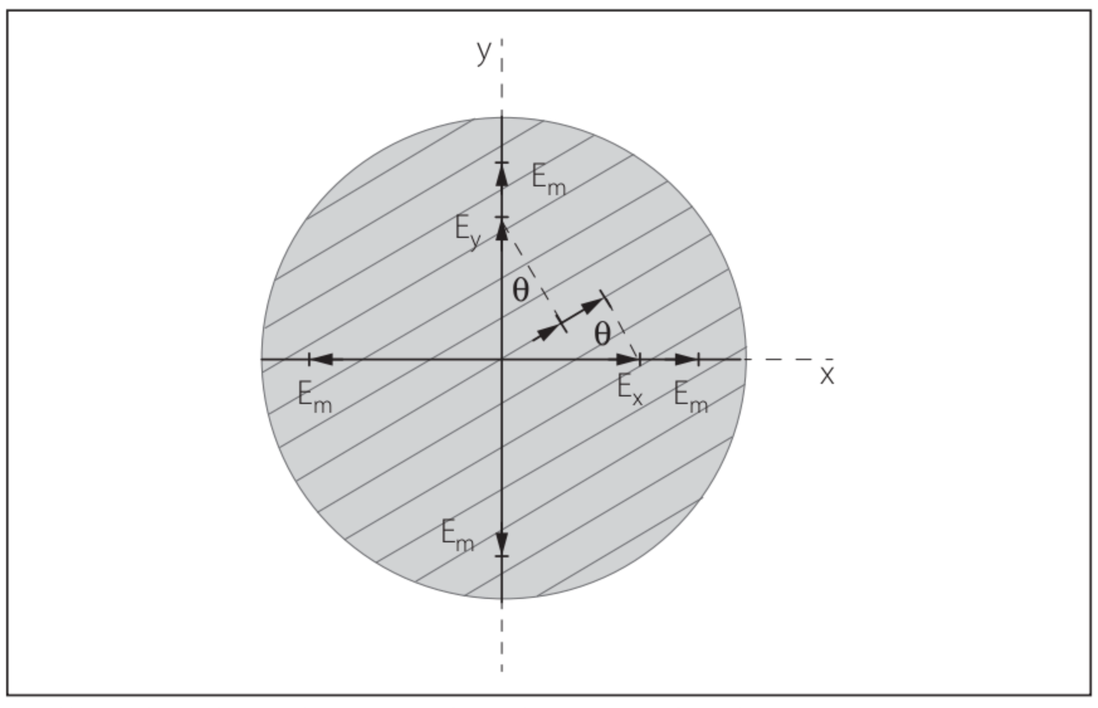
$$I = I_0 \cos^2\theta \quad (10)$$

A expressão acima, também conhecida como fórmula de Malus, nos diz que uma onda linearmente polarizada, de intensidade I_o, ao incidir em um polaroide, terá uma intensidade I à

saída do mesmo proporcional ao quadrado do cosseno do ângulo entre a sua polarização e o plano de polarização do polaroide.

3. 2 Polaroides e ondas circularmente polarizadas

Um outro caso importante de estudo de polaroides é quando sobre ele incide perpendicularmente uma onda circularmente polarizada, como se observa na figura abaixo:



Incidência de onda circularmente polarizada em um polaroide.

Da mesma forma que na onda linearmente polarizada, somente as componentes de campo paralelas ao plano de polarização do polaroide irão passar por ele. Para que possamos fazer os cálculos necessários, observemos a figura acima.

Neste caso, adotando-se a referência no polaroide, temos que o campo elétrico da onda incidente pode ser escrito em funções das componentes E_{0x} e E_{0y}, tal que:

$$E_{ox} = E_0 \cos \omega \cdot t;\ E_{0y} = E_0 \operatorname{sen} \omega \cdot t \quad (11)$$

A amplitude do campo elétrico é então dada pela soma vetorial das componentes E_{0x} e E_{0y}; portanto:

$$E_{incidente} = \sqrt{E_{0x}^{\ 2} + E_{0y}^{\ 2}} = \sqrt{E_0^{\ 2} \cos^2 \omega \cdot t + E_0^{\ 2} \operatorname{sen}^2 \omega \cdot t} = E_0 \quad (12)$$

Portanto, a intensidade incidente, sendo proporcional ao quadrado do campo elétrico incidente pode ser escrita como:

$$I_0 \sim E_0^{\ 2} \quad (13)$$

Estando o eixo x da referência fazendo um ângulo θ com o plano de polarização do polaroide, temos que o campo na saída do polaroide pode ser escrito como:

$$E_{saída} = E_{0x} \cos \theta + E_{0y} \operatorname{sen} \theta =$$
$$E_0 \cos \omega \cdot t \cdot \cos \theta + E_0 \operatorname{sen} \omega \cdot t \cdot \operatorname{sen} \theta = \quad (14)$$
$$E_0 \cos(\omega \cdot t - \theta)$$

A intensidade instantânea na saída é proporcional ao quadrado do campo elétrico na saída, ou seja:

$$I \sim E_0^{\ 2} \cdot \cos^2(\omega \cdot t - \theta) \quad (15)$$

A intensidade média é calculada, tomando-se um período T da onda, tal que:

$$I \sim \frac{1}{T}\int_0^T E_0^{\ 2} \cos^2(\omega \cdot t - \theta) = \frac{E_0^{\ 2}}{2} \quad (16)$$

Combinando-se as equações (13) e (16), podemos finalmente escrever que a intensidade I a saída de um polaroide, quando uma onda de intensidade I_0 circularmente polarizada incide sobre ele é dada por:

$$I = \frac{I_0}{2} \quad (17)$$

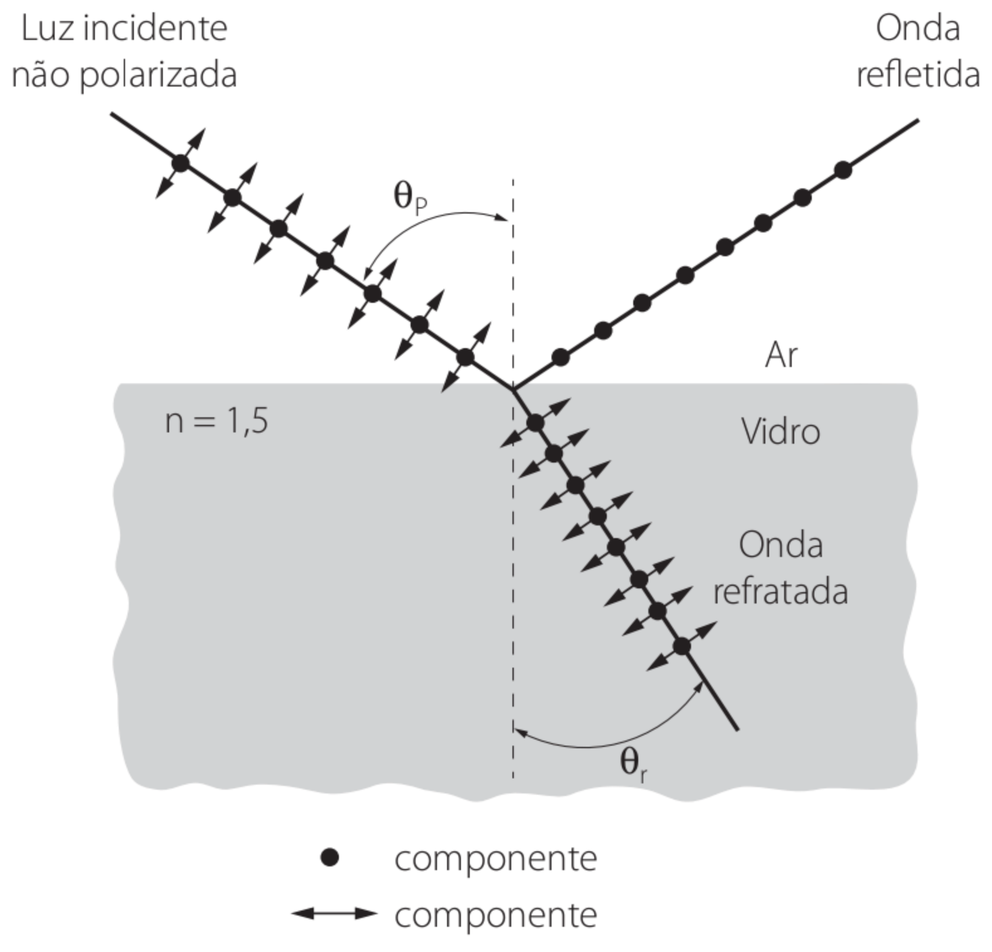
A equação acima nos mostra que quando uma onda de intensidade I_0 incide normalmente sobre um polaroide, teremos na sua saída uma onda linearmente polarizada, de intensidade $I_0/2$, cujo plano de polarização coincide com o plano de polarização do polaroide.

Este resultado também é válido para ondas não polarizadas.

4. Polarização por reflexão – ângulo de Brewster

Além dos polaroides, existem outras maneiras de deixar ondas eletromagnéticas linearmente polarizadas, uma delas é a polarização por reflexão.

Na figura a seguir, temos uma onda não polarizada (contendo componentes perpendiculares de polarização) incidente na superfície de separação de dois meios com um ângulo θ_B, denominado ângulo de Brewster.



Incidência de uma onda não polarizada no ângulo de Brewster.

Observe que nesta figura, a onda refletida é linearmente polarizada. Isto ocorre porque quando o ângulo de incidência coincide com o ângulo de Brewster, uma das polarizações é totalmente transmitida, assim, a parcela que reflete conterá uma única polarização, sendo portanto linearmente polarizada.

O ângulo de Brewster θ_B é o ângulo para o qual o raio refratado e o refletido fazem um ângulo de 90°, fica como exercício provar que:

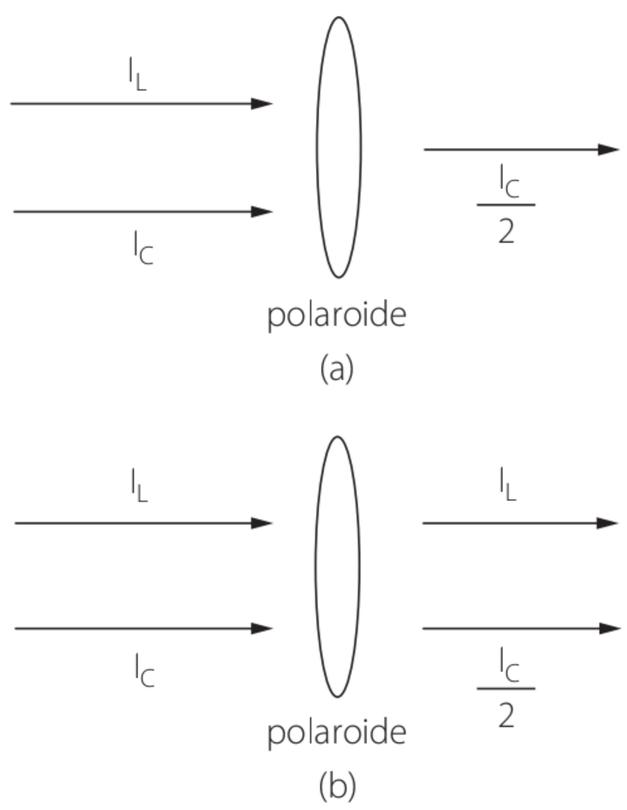
$$\theta_B = \text{arctg}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \qquad (18)$$

Onde n_2 e n_1 são os índices de refração dos meios de refração e incidência respectivamente.

Exemplo

Duas ondas, uma linearmente polarizada e a outra circularmente polarizada incidem normalmente em um polaroide. Rotacionando-se o polaroide em torno do seu eixo, observa-se que a relação entre a maior e a menor intensidades observadas é igual a 7. Determine a relação entre as intensidades das ondas linearmente polarizada (I_L) e circularmente polarizada (I_C).

Resolução:



A situação (a) corresponde à intensidade mínima, a qual acontece quando a polarização da onda linearmente polarizada incidente é perpendicular ao plano de polarização do polaroide. Já na situação (b) temos a situação de máxima intensidade que corresponde à situação que acontece quando a polarização da onda linearmente polarizada coincide com o plano de polarização do polaroide (rotação de 90° em relação a situação anterior).

Observe que independentemente da posição do polaroide, metade da intensidade da onda circularmente polarizada está sempre presente à saída do polaroide.

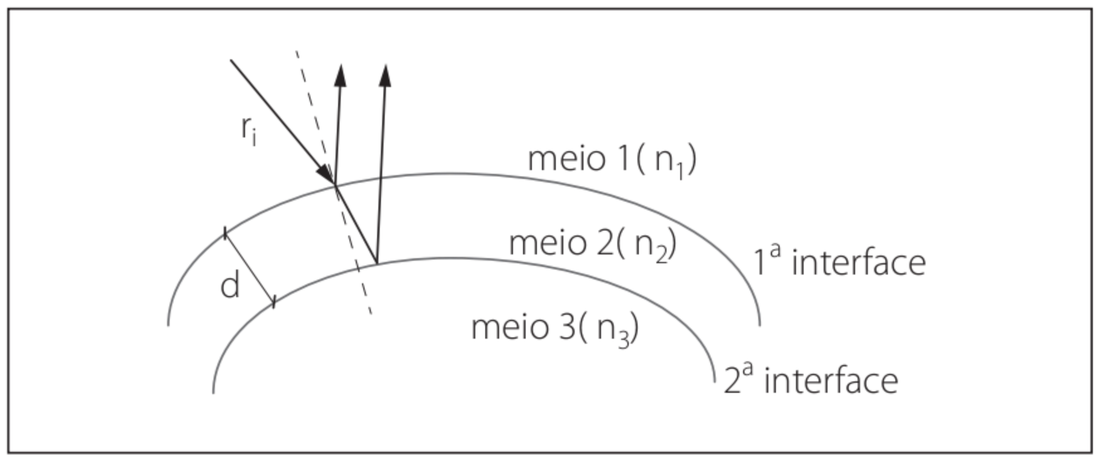
Assim, de acordo com os dados do problema:

$$\frac{I_{Máximo}}{I_{Mínimo}} = \frac{I_L + \frac{I_C}{2}}{\frac{I_C}{2}} = 7 \rightarrow I_L = 3 \cdot I_C \rightarrow \frac{I_L}{I_C} = 3$$

5. Interferência em películas delgadas

Dando prosseguimento ao nosso estudo teórico complementar de ondulatória, passaremos a tratar de fenômenos de interferência em películas delgadas, tais como bolhas de sabão, películas de óleo sobre a água.

O princípio físico para o entendimento do fenômeno é bem simples. Observe a figura:



Esquema genérico de interferência em película delgada.

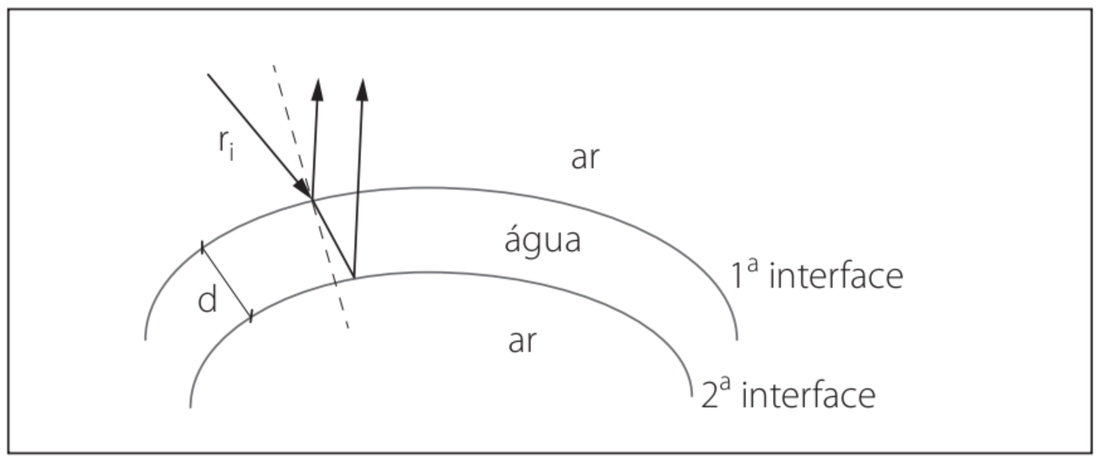
Na figura acima temos o meio 1, o meio 2 e o meio 3, cada um com os seu índice de refração. A incidência do raio r_i na película é normal, o desenho foi feito com uma pequena inclinação para facilitar o entendimento.

Ao incidir o raio r_i na interface 1, temos uma reflexão, que poderá ser com ou sem inversão de fase, dependendo da relação entre os índices de refração dos meios 1 e 2. O raio r_i também tem uma parcela que se refrata e se propaga no meio 2, quando então encontra a interface 2, sofrendo uma reflexão, que também poderá ser com ou sem inversão de fase. O raio refletido na segunda interface é então refratado de volta para o meio 1, interferindo construtivamente ou destrutivamente com o raio refletido na primeira interface. Sendo a incidência normal, a diferença de caminho entre os dois raios (refletido na primeira interface e o refratado) é igual a duas vezes a espessura da película. É importante ressaltar que tais películas devem ser bastante finas, a fim de que tenhamos a coerência entre os dois raios.

Resta saber agora, em que condições teremos interferência construtiva e interferência destrutiva.

5. 1 Interferência em película delgada com inversão de fase em somente uma interface

Este é o caso das bolhas de sabão, no qual a película, feita basicamente de água, tem o ar nas suas duas interfaces, conforme mostra a figura abaixo:



Esquema de interferência em película delgada ar-água-ar.

Neste caso, o raio incidente r_i, vindo do ar, encontra a interface 1(ar-água), e se reflete com inversão de fase, pois o ar é menos refringente que a água. O raio r_i também se refrata e o

raio refratado encontra a interface 2 (água-ar), refletindo-se sem inversão de fase, pelo mesmo motivo anterior.

Assim, tem-se que somente um dos raios sofreu inversão de fase, agindo como duas fontes em oposição de fase. Assim sendo, podemos escrever que:

$$\underbrace{2\cdot d}_{\text{diferença de caminho}} = n_{par}\cdot\frac{\lambda_n}{2} \rightarrow \text{Interferência destrutiva; } n_{par} = 0,2,4,6,... \quad (19)$$

$$\underbrace{2\cdot d}_{\text{diferença de caminho}} = n_{ímpar}\cdot\frac{\lambda_n}{2} \rightarrow \text{Interferência construtiva; } n_{ímpar} = 1,3,5,7... \quad (20)$$

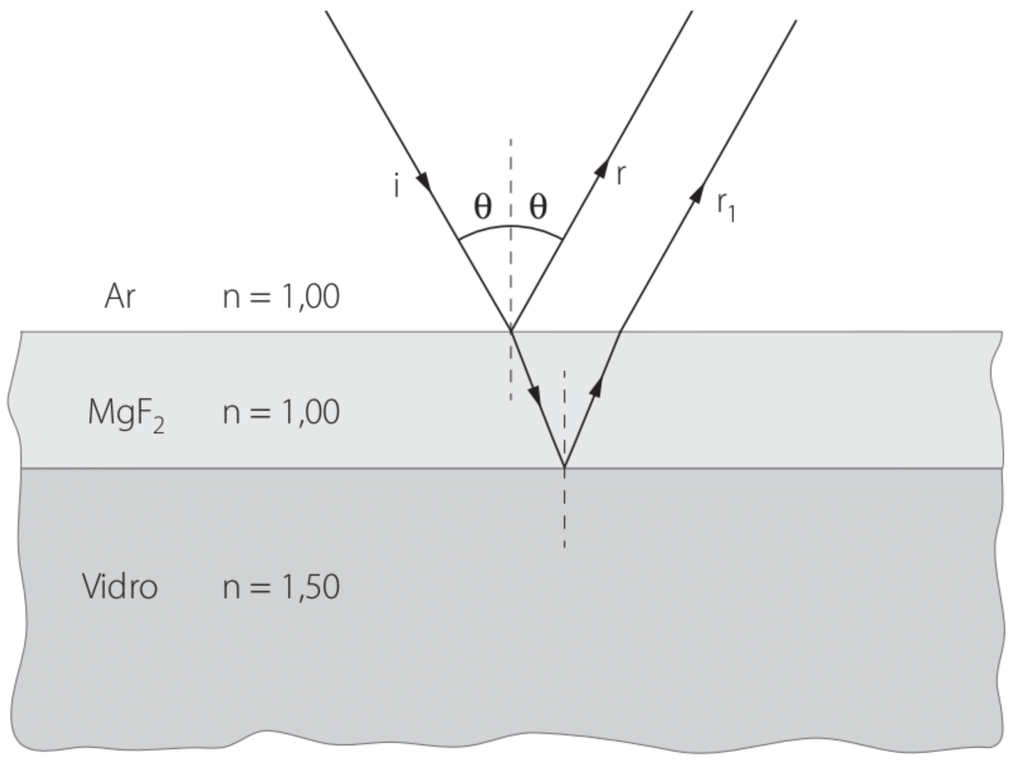
Observe que como a diferença de caminho se dá dentro do meio da película, o comprimento de onda a ser considerado deve ser o comprimento de onda na película (λ_n), dado por:

$$\lambda_n = \frac{\lambda_0}{n} \qquad (21)$$

Onde λ_0 é o comprimento de onda no vácuo e n é o índice de refração do meio da película.

5. 2 Interferência em película delgada com inversão de fase em duas interfaces ou sem inversão de fase

É o caso onde temos, por exemplo, três meios de índices de refração crescentes, tais como ar, MgF_2 e vidro. Observe a figura abaixo:



Esquema de interferência em película delgada ar- MgF_2-vidro.

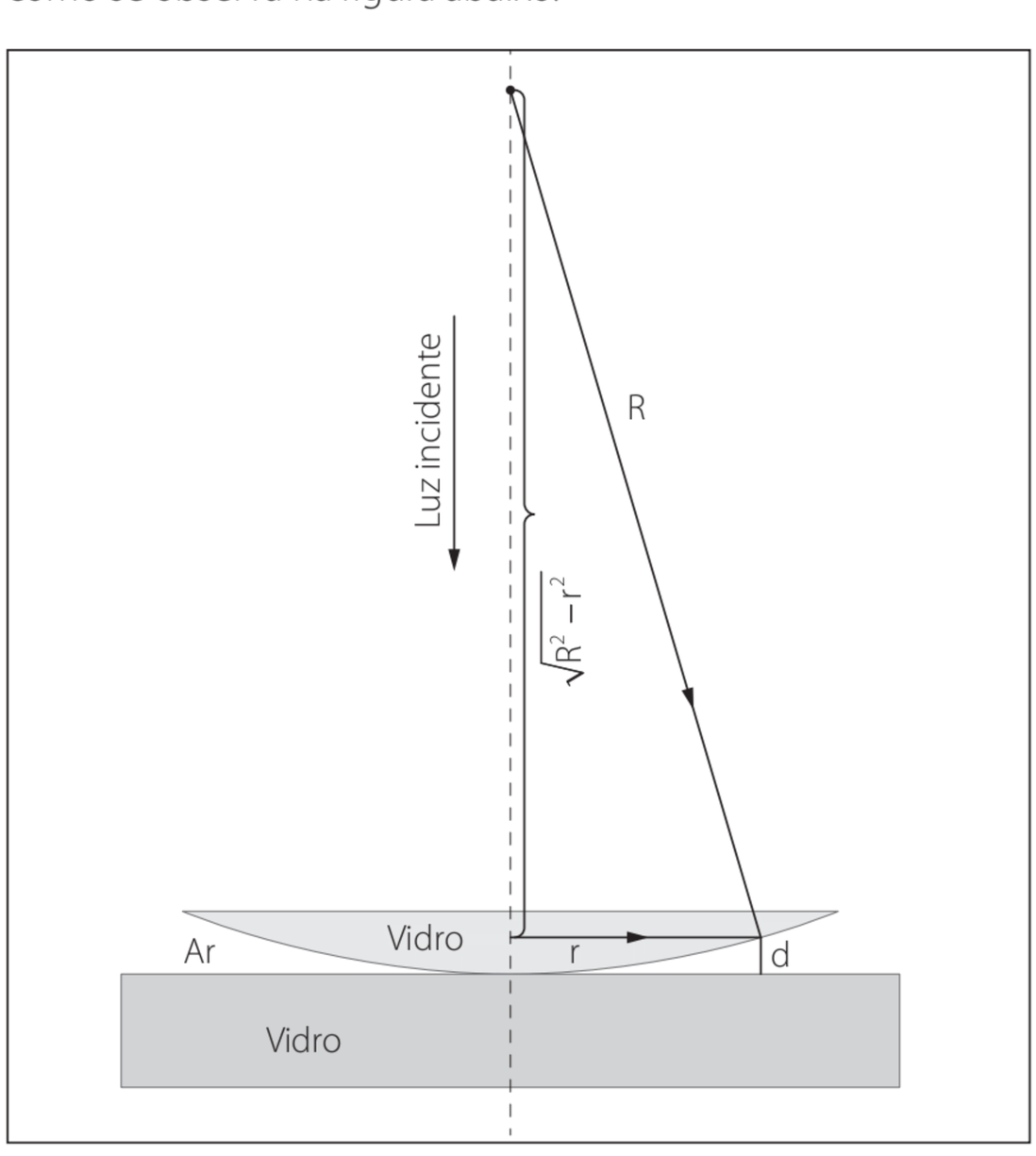
Neste caso, o raio incidente r_i reflete-se na primeira interface (ar- MgF_2) com inversão de fase, devido à relação dos índices de refração. Uma parcela do raio r_i também refrata-se, indo incidir na interface 2(MgF_2-vidro), onde também ocorre reflexão com inversão de fase. Como houve inversão de fase nas duas interfaces, é como se elas fossem em fase, ou ainda, é como se não tivesse havido nenhuma inversão de fase. Nessas condições, podemos escrever que:

$$\underbrace{2\cdot d}_{\text{diferença de caminho}} = n_{par}\cdot\frac{\lambda_n}{2} \rightarrow \text{Interferência construtiva; } n_{par} = 0,2,4,6,... \quad (22)$$

$$\underbrace{2\cdot d}_{\text{diferença de caminho}} = n_{ímpar}\cdot\frac{\lambda_n}{2} \rightarrow \text{Interferência destrutiva; } n_{ímpar} = 1,3,5,7... \quad (23)$$

5. 3 Discos de Newton

Um exemplo interessante de películas delgadas são os discos de Newton, a sua montagem é feita colocando-se sobre uma superfície plana de vidro uma lente Plano-convexa, tal como se observa na figura abaixo:



Montagem dos discos de Newton.

Como você pode observar, temos aqui um caso onde a película é feita de ar, que fica entre as duas lâminas de vidro. Assim sendo, temos uma primeira interface (vidro-ar) onde não ocorre inversão de fase na reflexão e uma segunda interface (ar-vidro) onde ocorre inversão de fase na reflexão. Desta forma temos inversão de fase em somente uma interface. Portanto as condições de interferência construtiva e destrutiva são dadas pelas equações (19) e (20). As figuras de interferência podem ser vistas abaixo:

Figura de interferência dos discos de Newton.

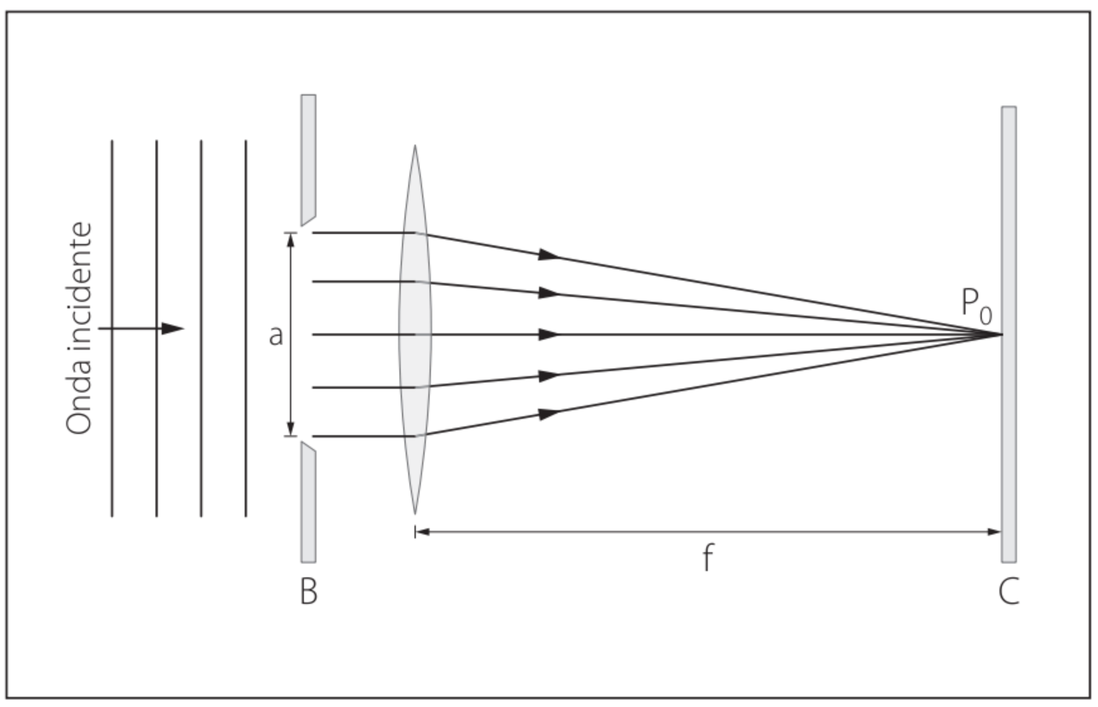
Observe que no centro temos uma interferência destrutiva (escuro central), já que à medida que a espessura (d) tende a zero, temos que o raio refletido na primeira interface e o na segunda não tem espaço para mudar a sua fase, estando os dois em oposição de fase, ocasionando a interferência destrutiva.

Sucedem-se o primeiro anel claro, o primeiro anel escuro e daí por diante.

6. Fendas simples

O nosso próximo tópico é o estudo das fendas simples. O seu tratamento é extremamente simplificado utilizando-se o princípio de Huygens.

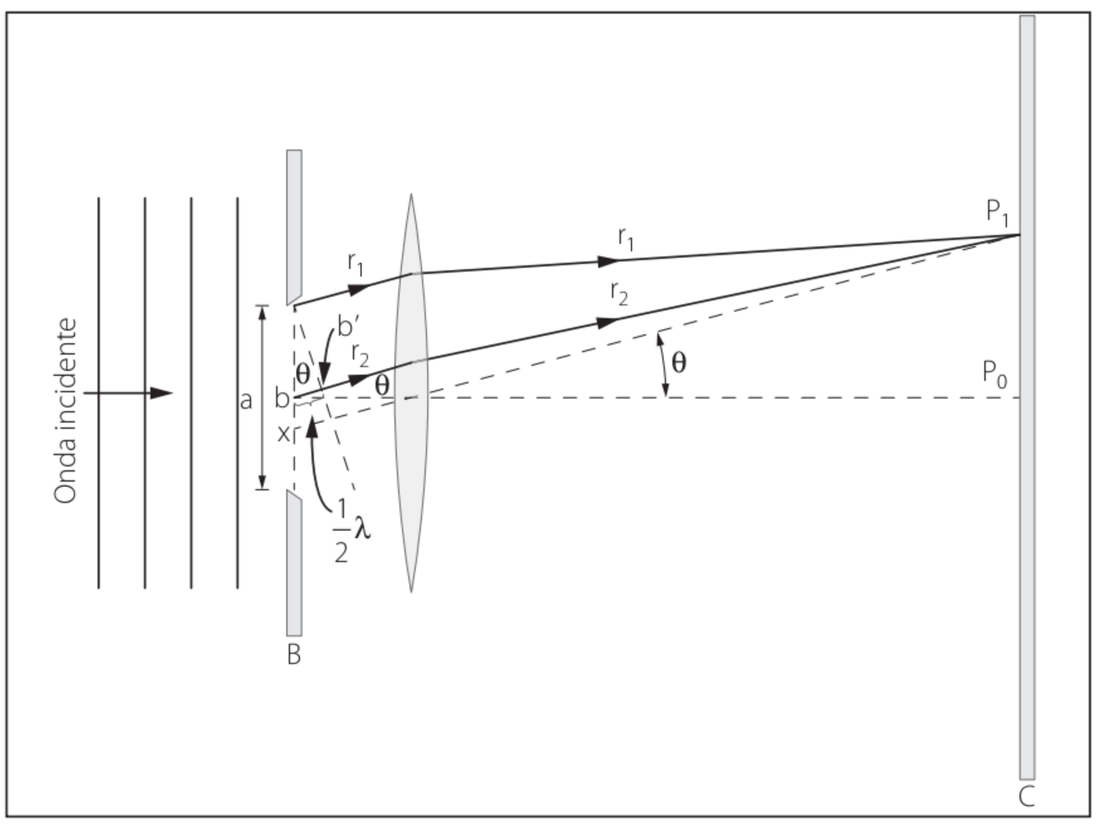
Observe a figura abaixo, onde se observa uma fenda de largura a, sendo iluminada uniformemente por uma frente de onda plana (portanto equifásica, ou de mesma fase):



Frente de onda equifásica atingindo uma fenda de largura a.

De acordo com o princípio de Huygens todos os pontos da fenda, ao serem atingidos, tornam-se irradiadores puntuais, e neste caso, em fase.

Para que se obtenha simetria no problema, tomemos um irradiador central e um mesmo número de irradiadores acima e abaixo deste irradiador central. Inicialmente, tomemos um acima e um abaixo, conforme se observa na figura abaixo:



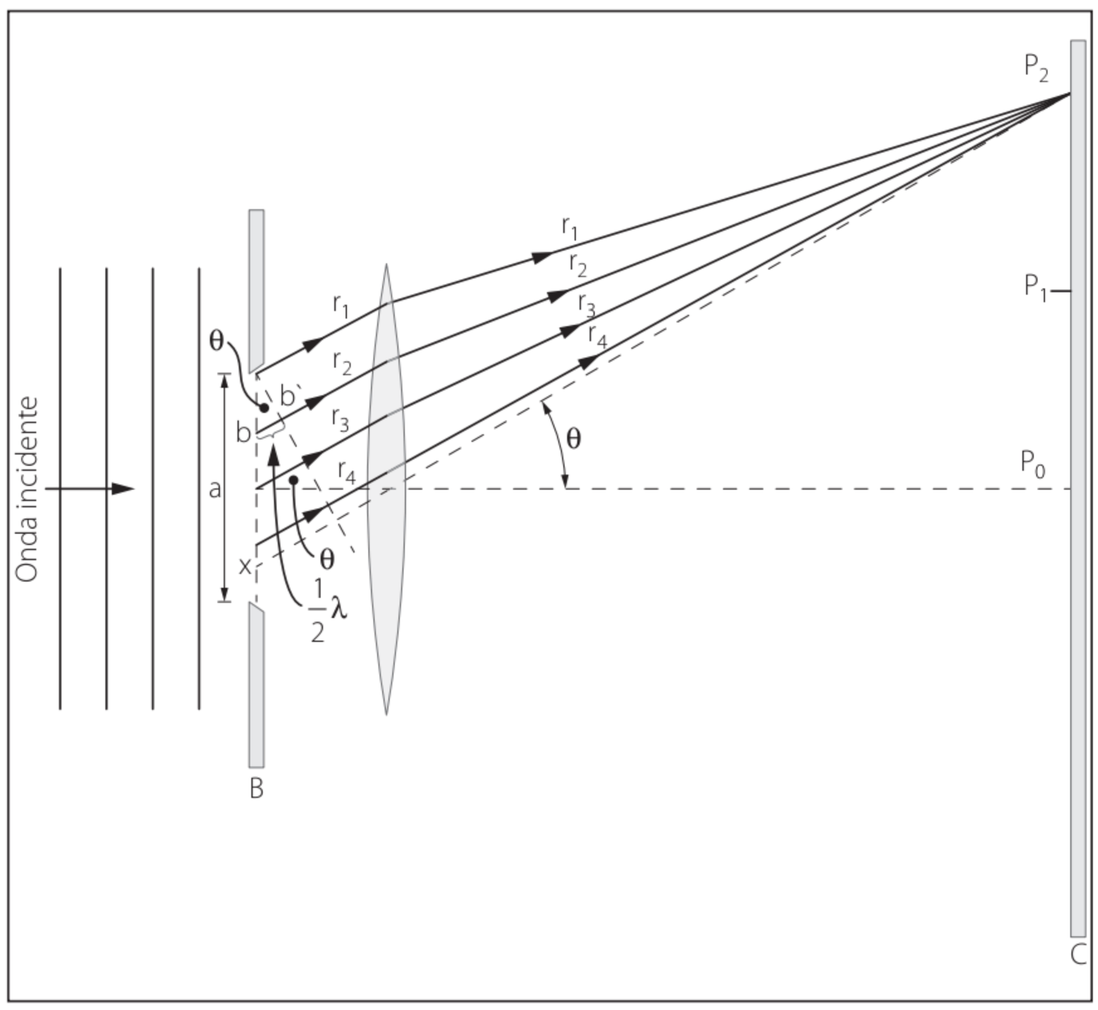
Análise tomando-se 3 irradiadores.

Os irradiadores, estando em fase e supondo que a distância até o anteparo seja bem maior que a fenda (D>>a), podemos escrever que a diferença de caminho entre o irradiador superior e o central é dado por $\frac{a}{2}\text{sen}\theta$. Assim sendo, tem-se que:

$$\text{Se } \frac{a}{2}\text{sen}\theta = \frac{\lambda}{2} \rightarrow \text{interferência destrutiva, ou seja, se } a \cdot \text{sen}\theta = \lambda,$$

temos interferência destrutiva.

No prosseguimento da análise, tomemos dois irradiadores acima e dois abaixo do central, conforme a figura abaixo:



Análise feita tomando-se 4 irradiadores.

$$\text{Se } \frac{a}{4}\text{sen}\theta = \frac{\lambda}{2} \rightarrow \text{ interferência destrutiva, ou seja, se } a \cdot \text{sen}\theta = 2 \cdot \lambda,$$

temos interferência destrutiva.

Poderíamos fazer para mais casos e a conclusão é que se a diferença de caminho for um número inteiro de meios comprimentos de onda, teremos mínimos, ou seja:

$$a \cdot \text{sen}\theta = m\lambda \rightarrow \text{interferência destrutiva; } m = 1, 2, 3, 4, \ldots \quad (24)$$

Observe que, se esta condição é oposta à condição de interferência destrutiva da experiência de Young, note que os máximos (interferência construtiva) ocorrerão em aproximadamente para m =1, 5; 2, 5; 3, 5; ...

Exemplo

Uma fenda de largura a é iluminada por luz branca. Qual o valor de a, a fim de que o primeiro mínimo da luz vermelha ($\lambda = 6500$ Å), corresponda a $\theta = 30°$?

Resolução:

Obtém-se o primeiro mínimo, tomando-se m = 1 na equação 24, tal que:

$$a = \frac{m \cdot \lambda}{\text{sen}\theta} = \frac{1 \cdot 6500}{\text{sen}30°} = 13.000 \text{ Å}$$

Exemplo

No exemplo anterior, qual será o comprimento de onda λ', da luz cujo primeiro máximo de difração (sem contar o máximo central) ocorre em $\theta = 30°$, coincidindo, portanto, com o primeiro máximo da luz vermelha?

Resolução:

Neste caso basta tomar m igual a aproximadamente m = 1,5. Tal que, utilizando a equação 24:

$$a \cdot \text{sen}\theta = 1{,}5\lambda' \rightarrow \lambda'' = \frac{a \cdot \text{sen}\theta}{1{,}5} = \frac{13.500 \cdot 0{,}5}{1{,}5} = 4.300 \text{ Å}$$

Observação: Esta equação mostra o porquê do fato de que a difração é mais notada quanto menor o tamanho da abertura, pois:

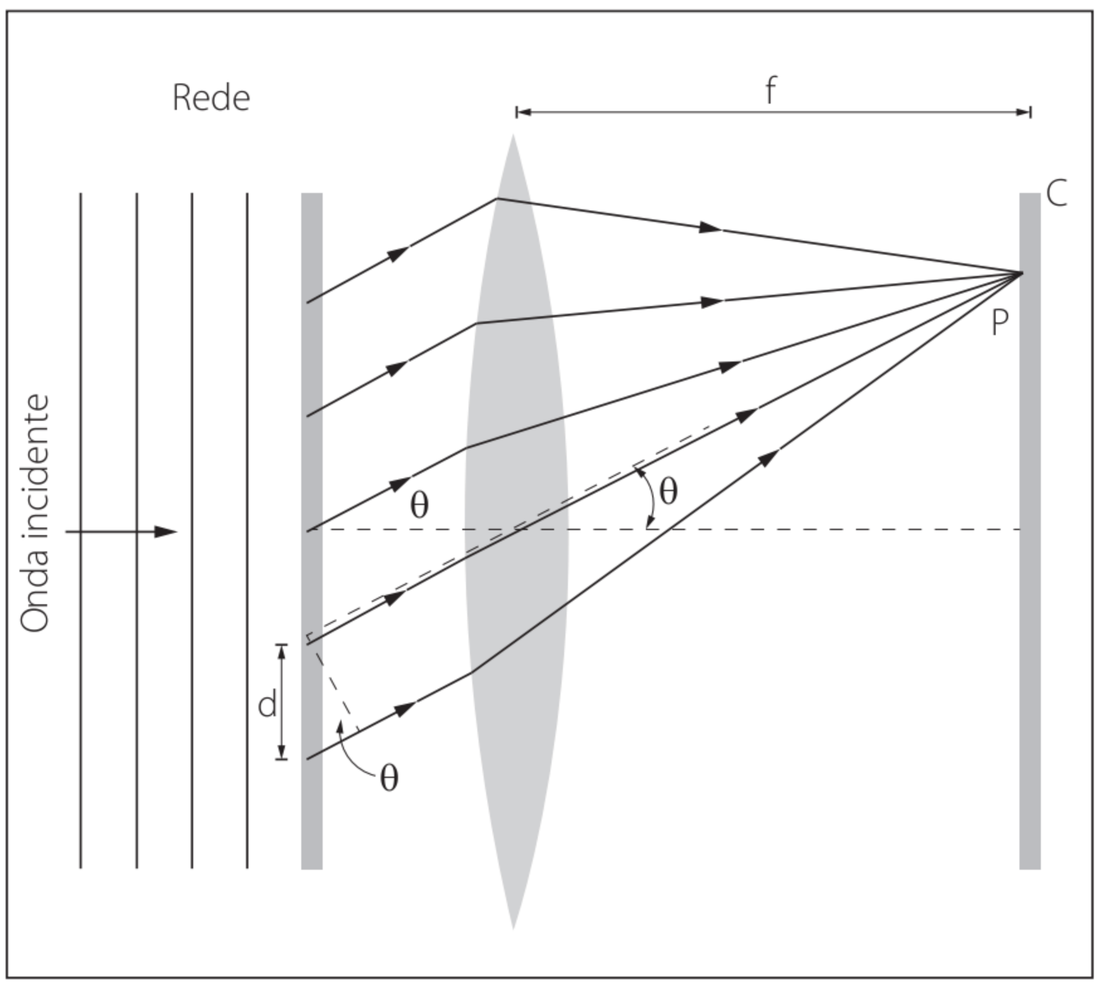
$$\text{sen}\theta = \frac{n_{par} \cdot \lambda}{2 \cdot a} \quad (25)$$

Quanto menor o tamanho da abertura, maior o ângulo θ para que se obtenha o primeiro mínimo de interferência, ou seja, abriu-se o campo de difração. O oposto ocorre quando aumentamos a abertura a, pois assim fazendo diminuímos o ângulo θ, diminuindo também o campo de difração.

7. Redes de difração

Ainda no estudo da difração, iremos agora a uma importante classe de dispositivos utilizados em diversas aplicações, tais como medida de comprimento de onda e análise da estrutura e intensidade dos espectros de raias de emissão de átomos.

Por rede de difração, entenderemos aqui um conjunto de N fendas paralelas e equidistantes, tal como visto na figura abaixo:



Rede de difração com fendas separadas por distância d.

A lente é colocada somente para que se possa observar o campo distante em um anteparo próximo.

Observa-se que para o caso da rede de difração, a condição de máxima interferência construtiva é obtida quando:

$$d \cdot \text{sen}\theta = n_{par} \frac{\lambda}{2}, n_{par} = 0, 2, 4, 6, \ldots \quad (26)$$

Normalmente, as redes de difração são especificadas em termos do número de linhas por unidade de comprimento. Portanto, para se obter a distância entre estas fendas basta tomar o inverso deste valor.

Exemplo

Uma rede de difração de 8.000 linhas por polegada é iluminada por luz branca, com incidência normal. Descrever o espectro de difração. Supor que os comprimentos de onda vão desde 4.000 Å até 7.000 Å.

Resolução:

Sendo 1 pol igual a 2,54 cm, tem-se que o espaçamento entre as fendas é dado por:

$$d = \frac{2{,}54}{8.000} = 31.700 \text{ Å}$$

Para o menor comprimento de onda, tem-se o menor ângulo para o primeiro máximo, tal que para $\lambda = 4.000$ Å, tem-se que:

$$\theta = \text{arcsen}\left(\frac{m \cdot \lambda}{d}\right) = \text{arcsen}\left(\frac{1 \cdot 4.000}{31.700}\right) = 7{,}3°$$

Para o maior comprimento de onda, tem-se que o ângulo θ é dado por:

$$\theta = \text{arcsen}\left(\frac{m \cdot \lambda}{d}\right) = \text{arcsen}\left(\frac{1 \cdot 7.000}{31.700}\right) = 12{,}8°$$

7.1. Difração em fendas circulares

Se observarmos o primeiro mínimo do espectro de difração em uma fenda simples, longa e estreita, verificaremos que ele ocorre quando:

$$a \cdot \text{sen}\theta = 1 \cdot \lambda \rightarrow \text{sen}\theta = \frac{\lambda}{a} \quad (27)$$

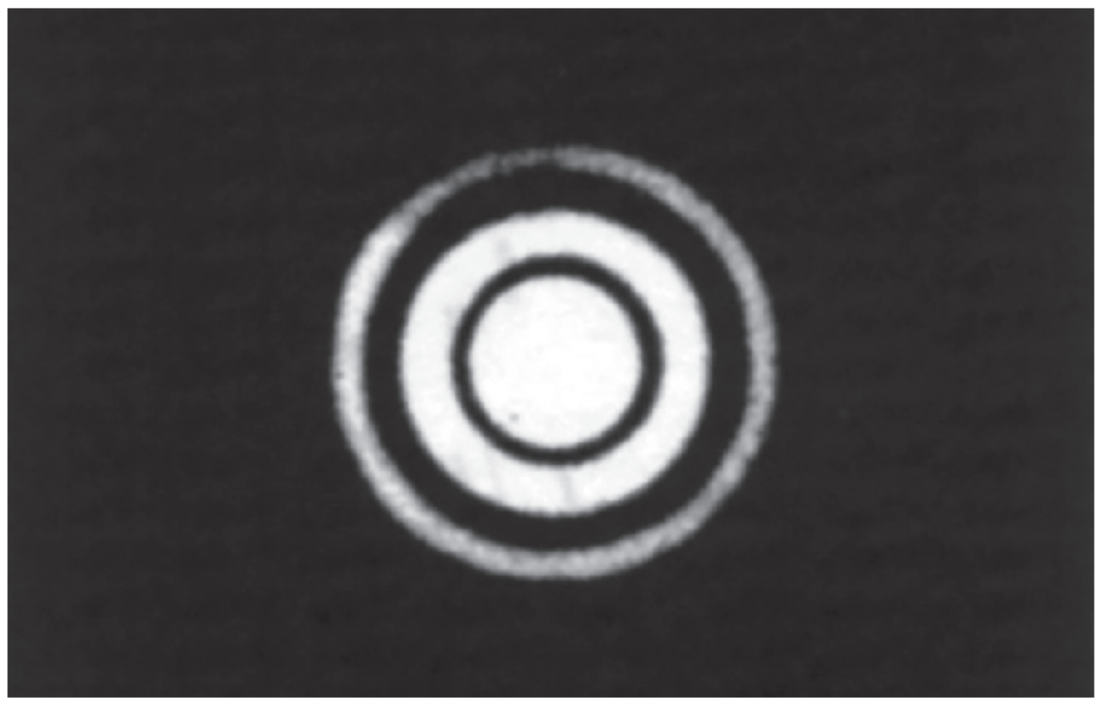
Esse resultado é obtido quando analisamos a fenda sob o ponto de vista do princípio de Huygens e somamos os resultados obtidos para todos os irradiadores puntuais.

Realizando o mesmo procedimento para uma fenda circular, obteremos como resultado que o primeiro mínimo ocorre quando o ângulo θ é tal que:

$$\text{sen}\theta = 1{,}22\frac{\lambda}{d} \quad (28)$$

Onde d é o diâmetro da fenda circular e λ é o comprimento de onda da onda incidente.

Desta forma, ao incidirmos uma onda eletromagnética monocromática em uma fenda circular, obteremos o espectro de difração apresentado na figura abaixo:



Espectro de difração em fenda circular.

As imagens de estrelas formadas por lentes são exemplos de figuras de difração em orifícios circulares, onde o diâmetro da lente é o próprio diâmetro da fenda circular. Como se observa na figura acima, teremos um máximo central, circundado de anéis com intensidade cada vez menor, o anel escuro entre os dois anéis claros é exatamente o primeiro mínimo de difração.

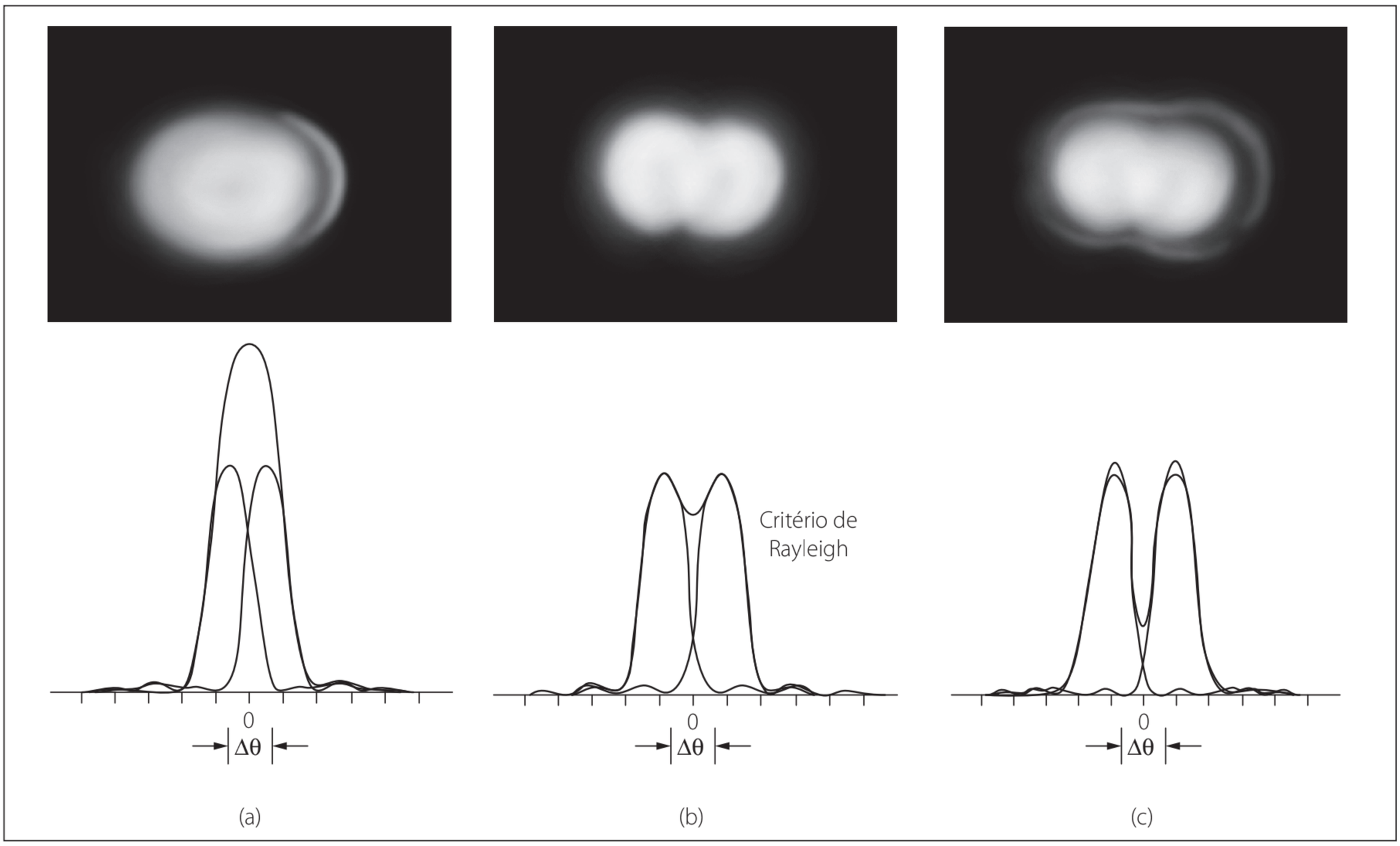
Suponha que dois objetos muito distantes estejam muito próximos um do outro.

A pergunta é: será que eles poderão ser diferenciados através de uma lente do telescópio?

A resposta é: depende do afastamento angular um do outro. Este critério é conhecido como critério de resolução de Rayleigh, que nos diz que dois objetos estão resolvidos, ou seja, podem ser diferenciados um do outro se a separação angular (θ_R) entre eles, é igual ao ângulo do primeiro mínimo de difração, tal que:

$$\theta_R = \text{arcsen}\left(\frac{1{,}22 \cdot \lambda}{d}\right) \quad (29)$$

Se a separação entre os objetos for maior que θ_R, eles podem ser resolvidos, se for menor, não, conforme se observa na figura abaixo:



Estrelas (a) não resolvidas; (b) no limite da resolução; (c) resolvidas.

Exemplo

Uma lente convergente, de 3,0 cm de diâmetro tem uma distância focal f de 20 cm.

a) Que separação angular devem ter dois objetos puntiformes distantes para satisfazerem ao critério de resolução de Rayleigh? Suponha $\lambda = 5.500$ Å
b) Qual a distância, entre os centros das figuras de difração existente no plano focal da lente?

Resolução:

a) O critério de resolução de Rayleigh (eq. 29) estabelece que:

$$\theta = \frac{1,22 \cdot \lambda}{d} = \frac{1,22 \cdot (5,5 \cdot 10^{-7})}{3 \cdot 10^{-2}} = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

b) Tomando-se o ângulo pequeno, a distância x entre os máximos é dada por:

$x = f\theta = 20 \cdot 2,2 \cdot 10^{-5} = 44.000$ Å

8. Ressonância

O fenômeno de ressonância ocorre quando um sistema é excitado em uma frequência harmônica de sua frequência natural de oscilação. Este é um fenômeno corriqueiro no nosso dia a dia, algumas vezes desejado, como no caso de sistemas de detecção de ondas eletromagnéticas (circuitos ressonantes), ou quando uma criança impulsiona o corpo a fim de aumentar a amplitude da sua oscilação no balanço. Porém, às vezes o fenômeno é indesejado, como no caso da ponte de Tacoma.

A ressonância acontece quando um corpo que possui uma dada frequência natural de oscilação é submetido a uma oscilação de mesma frequência. Ele passa então a oscilar espontaneamente, com amplitudes cada vez maiores.

Outros exemplos podem ser dados, tais como uma taça quebrar ao ser exposta a uma nota aguda, próxima a sua frequência de ressonância, ou uma corda de violão começar a vibrar ao se aproximar um diapasão com uma frequência harmônica de sua frequência fundamental de oscilação.

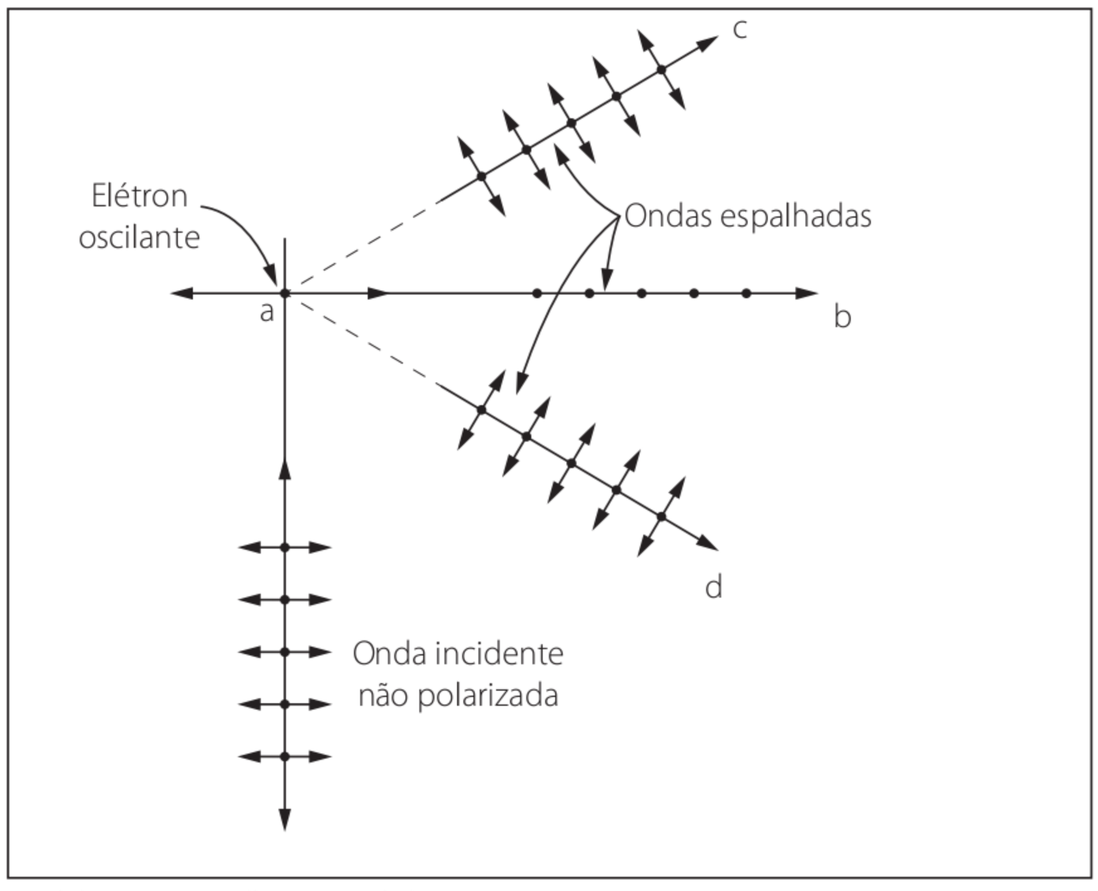
Como exemplo final, tem-se o forno de micro-ondas. Os alimentos, sendo na sua maioria ricos em água, são colocados no forno de micro-ondas. Quando o forno é ligado, uma onda eletromagnética com frequência na faixa de micro-ondas é lançada dentro do forno, que forma assim uma cavidade ressonante. A frequência da onda eletromagnética é tal que coincide com a frequência natural de ressonância da água. As moléculas de água então aumentam a amplitude de suas oscilações ocasionando um aumento da temperatura.

9. Espalhamento

A propagação de ondas eletromagnéticas em sólidos é estudada supondo que a onda propague-se em linha reta. Isto pode ser considerado assim pois os elétrons oscilam coerentemente em função do campo elétrico da onda incidente, gerando uma propagação na mesma direção do feixe incidente. Assim, o espalhamento lateral da onda é cancelado por interferências destrutivas.

Já no caso de um gás, como não há uma estrutura cristalina que permita uma oscilação coerente dos elétrons que compõem o material, é de se esperar que os espalhamentos laterais ocorram, já que eles podem oscilar livremente uns dos outros. Este fenômeno é conhecido como espalhamento da luz.

O fenômeno pode ser observado na figura a seguir:



Modelo para o espalhamento da luz.

Observe que para o observador que se encontra em b, a luz é linearmente polarizada. Isto se deve à sua posição relativa em relação à molécula do gás que oscila devido ao campo elétrico da onda incidente.

O espalhamento explica o porque do céu ser azul. O elétron, no interior do átomo, possui uma frequência natural de oscilação que se aproxima do violeta. Ao ser atingido pela luz branca do sol, ele irá espalhar as frequências mais próximas desta, ou seja, o azul. É de se esperar, portanto, que a luz proveniente de um céu sem nuvens, seja parcialmente polarizada.

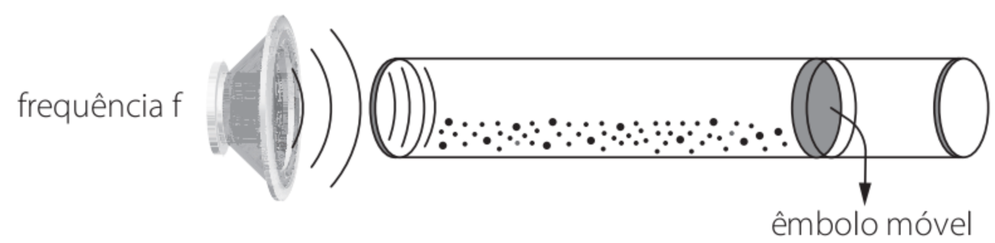
Pelo mesmo motivo, ao entardecer, o sol parece mais avermelhado. Tal fato se explica devido a que ao entardecer, a luz do sol percorre uma grande porção do ar atmosférico. A luz azul é espalhada, pelo motivo anteriormente exposto e o que chega até nós é uma cor bastante avermelhada. A atmosfera age, desta forma, como um filtro para o azul.

9. 1 Determinação prática da velocidade de propagação do som

Sabemos que a velocidade do som é dada por $v = \lambda \cdot f$, onde V = velocidade de propagação do som; λ = comprimento da onda sonora no meio de propagação; e f = frequência da onda sonora (frequência da fonte).

Atualmente, pode-se construir fontes sonoras com frequências conhecidas. Sendo assim, precisaríamos determinar λ, para que pudéssemos determinar a velocidade do som no respectivo meio de propagação. Vejamos três processos onde podemos determinar o comprimento da onda sonora.

Considere um tubo horizontal com partículas de pó em seu interior, como mostrado na figura a seguir:

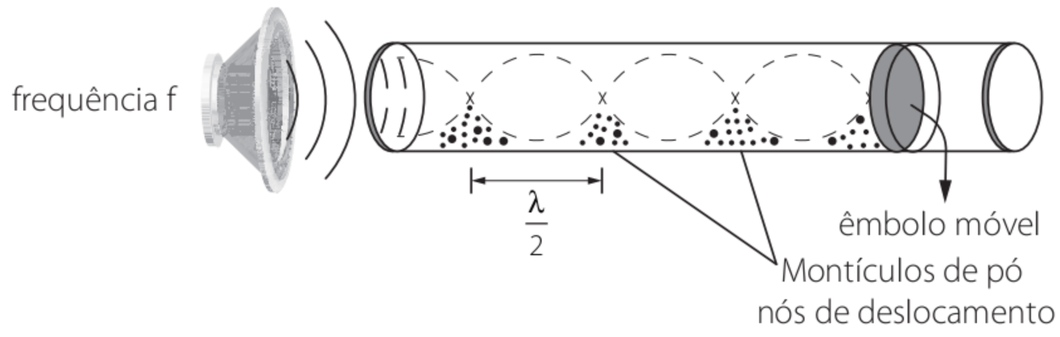


O tubo é provido de um êmbolo móvel, que pode aumentar ou diminuir o comprimento do tubo, nos permitindo assim, mudar as frequências de ressonância do tubo. Assim, se uma fonte sonora emite ondas para o interior do tubo com frequência f bem definida, as partículas de pó, atingidas pela onda irão vibrar.

Se a frequência emitida pela fonte não for igual a nenhuma das frequências de ressonância do tubo, o movimento das partículas de pó será "desordenado". Sendo a frequência da fonte sonora fixa, podemos fazer com que essa frequência da fonte seja igual a uma das frequências de ressonância do tubo (alterando comprimento).

Quando isto acontecer, ocorrerá a formação de ondas sonoras estacionárias dentro do tubo.

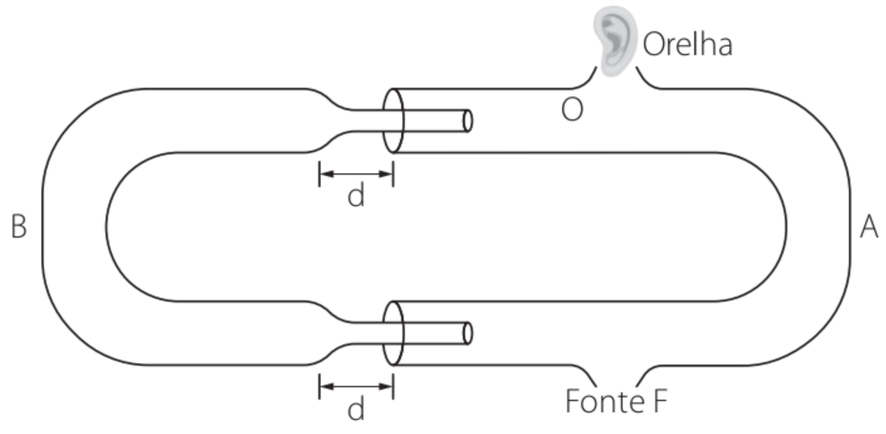
Assim, o pó irá se concentrar nas regiões onde não ocorrem vibrações, ou seja, nos nós de deslocamento. Vejamos uma figura que ilustra esta situação:



Note que sendo conhecida a frequência f poderemos calcular a velocidade do som no interior do tubo, pois agora temos o valor do comprimento da onda sonora (duas vezes a distância entre dois montículos consecutivos de pó).

O tubo acima recebe a denominação de tubo de KUNDT.

Vejamos agora outro modo de determinarmos a velocidade de propagação do som. Seja o tubo abaixo, denominado tubo de Koenig ou trombone de Quincke:



Veja que o tubo é formado por um ramo B e um ramo A, (ambos com mesmo comprimento) sendo que o ramo B, está acoplado ao ramo A, e que pode se locomover (veja figura).

Quando o ramo B está perfeitamente encaixado ao ramo A, ou seja, $d = 0$, as ondas sonoras que por ventura sejam produzidas pela fonte F percorrerão a mesma distância até o ouvinte, ou seja, $\Delta_{AB=0}$ (diferença de percurso entre as ondas pelos ramos A e B) implicando, portanto, uma interferência construtiva.

Se o ramo B for deslocado de uma distância d, poderá ocorrer:
Interferência construtiva se:

$$\Delta_{AB} = n \cdot \frac{\lambda}{2},\ n = 0, 2, 4, 6, \ldots$$

ou interferência destrutiva se:

$$\Delta_{AB} = i \cdot \frac{\lambda}{2},\ i = 1, 3, 5, 7, \ldots$$

Sendo $\Delta_{AB} = 2d$ temos: (constate isso na figura)

Interferência construtiva se $2d = n \cdot \frac{\lambda}{2},\ n = 0, 2, 4, 6, \ldots$

Interferência destrutiva se $2d = i \cdot \frac{\lambda}{2},\ i = 1, 3, 5, 7, \ldots$

Onde "λ" é o comprimento de onda da onda sonora no gás dentro do tubo.

Vejamos com determinar λ:
Entre uma interferência construtiva e uma destrutiva consecutivas teremos:

interferência construtiva $\Rightarrow \Delta_{AB} = n \cdot \frac{\lambda}{2},\ n = 0, 2, 4, 6, \ldots$

interferência destrutiva consecutiva $\Rightarrow \Delta_{AB} + 2d = \underbrace{(n+1)}_{i} \cdot \frac{\lambda}{2},$

$n = 0, 2, 4, \ldots$

Subtraindo as duas equações obteremos:

$$\cancel{\Delta_{AB}} + 2d - (\cancel{\Delta_{AB}}) = (n+1) \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow n \cdot \frac{\cancel{\lambda}}{\cancel{2}} + \frac{\lambda}{2} - n \cdot \frac{\cancel{\lambda}}{\cancel{2}} \text{ ou,}$$

$$2d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \boxed{\lambda = 4d}$$

A velocidade do som no gás que existe dentro do tubo, sendo conhecida a frequência da fonte F.

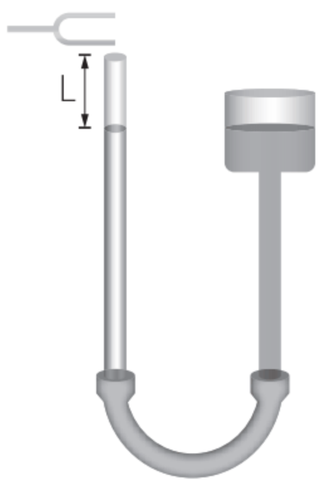
Resta uma última análise: "Quando saberemos o instante entre uma interferência construtiva e uma destrutiva? É simples: quando o ouvinte estiver ouvindo um máximo sonoro é porque está ocorrendo interferência construtiva".

Para sabermos quando haverá a interferência destrutiva basta deslocarmos o ramo B até que o ouvinte não ouça mais o som emitido por F.

Quando isto acontecer, estará ocorrendo interferência destrutiva. Veja que o valor de d é medido no próprio trombone.

Observação: O ouvinte pode ser substituído pela chama de uma vela. Assim, quando a chama estiver sendo altamente perturbada estará ocorrendo interferência construtiva. Quando a chama da vela permanecer em repouso estará ocorrendo interferência destrutiva.

Para finalizar, vejamos um último processo de determinação prática da velocidade das ondas sonoras. Este último exemplo é geralmente chamado de Tubo de Ressonância e tem o aspecto mostrado na figura abaixo:

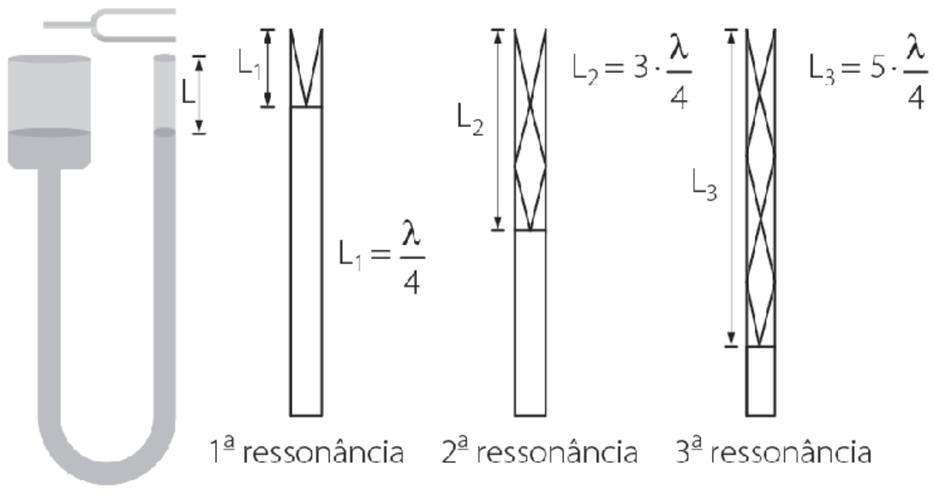


Aparelho para determinar a velocidade do som no ar. O diapasão excita ondas sonoras de frequências conhecidas, na boca do tubo da esquerda. O comprimento deste tubo pode ser ajustado pela movimentação do nível da água. Ocorre ressonância quando o comprimento efetivo do tubo for igual a $\lambda/4$, $3\lambda/4$, $5\lambda/4$, etc., onde λ é o comprimento de onda do som.

O tubo de ressonância consiste em um tubo com uma das extremidades livres, e cujo comprimento pode ser alterado pela elevação ou diminuição do nível da água (L é variável). Já conhecemos os aspectos das ondas sonoras estacionárias em tubos sonoros com uma extremidade livre. Assim, fazendo um diapasão de frequência conhecida vibrar em cima da coluna de ar, poderemos determinar o comprimento das ondas sonoras estacionárias formadas.

Sabemos que a formação de ondas estacionárias ocorre quando a frequência do diapasão coincide com uma das frequências naturais do tubo, ou seja, quando ocorrer ressonância. Na prática, podemos notar a ocorrência da ressonância quando, posto o diapasão a vibrar em cima da coluna de ar, ocorrer um aumento no som emitido pelo tubo. Considerando o comprimento $L = 0$, inicialmente temos:

Ao fazermos o diapasão vibrar em cima da coluna de ar de comprimento $L = 0$, não haverá aumento na intensidade do som, ou seja, não ocorrerá ressonância. Fazendo o comprimento L aumentar, chegará um momento em que detectaremos um reforço no som do tubo. Assim, terá ocorrido a formação da "primeira" ressonância que constitui o modo fundamental de vibração. Vejamos a figura:



Os comprimentos de ondas estacionárias para os quais ocorre ressonância são do tipo $1\cdot\frac{\lambda}{4}$, $3\cdot\frac{\lambda}{4}$, $5\cdot\frac{\lambda}{4}$, ..., $i\cdot\frac{\lambda}{4}$, onde $i = 1, 3, 5, 7, ...$, assim, observando-se os esforços do som durante a ressonância podemos calcular o valor de λ e, portanto, calcular o valor de V já que f = frequência conhecida do diapasão.

10. Altura de um som. Intervalo. Escala Musical

Altura de um som é a qualidade fisiológica que nos permite discernir entre um som mais grave e um som mais agudo.

A agudez e a gravidade de um som estão intimamente relacionados à frequência da onda sonora. Relação esta que é:

- Quanto maior a frequência $\Rightarrow$ mais agudo o som
- Quanto menor a frequência $\Rightarrow$ mais grave o som

De modo geral, nota-se que a mulher tem uma voz mais estridente (mais aguda) que o homem. Isto é de fato verdade.

Em média, o som emitido pelas mulheres tem frequências no intervalo de 200 Hz a 400 Hz, enquanto que para o homem temos um intervalo que varia de 100 Hz a 200 Hz.

Intervalo entre dois sons de frequência f_2 e f_1, onde $f_2 \geq f_1$, é definido pela relação matemática:

$$\text{intervalo} = \frac{f_2}{f_1} \text{ ou } \overset{o}{I} = \frac{f_2}{f_1}$$

+ Quando $f_2 = f_1 \Rightarrow \overset{o}{I} = 1$, fala-se que o intervalo entre os dois sons é de UNÍSSONO.

Quando $f_2 = 2f_1 \Rightarrow \overset{o}{I} = 2$, fala-se que o intervalo entre os dois sons é de OITAVA.

10. 1 Escala musical natural, diatônica ou de Zarlin

A maioria das pessoas conhece as notas musicais DÓ, RE, MI, FÁ, SOL, LÁ, SI. Estas são as setes notas musicais, utilizadas pelo mundo ocidental. Na China, por exemplo, existem apenas cinco notas musicais.

As notas musicais correspondem a determinadas frequências sonoras, de tal modo que:

DÓ, RÉ, MI, FÁ, SOL, LÁ, SI $\longrightarrow$
aumento da frequência

Olhando o esquema acima, pode-se ter a impressão errônea que existe apenas uma frequência associada ao DÓ, ao RÉ, ao FÁ, ... Na verdade, a sequência das notas musicais seria melhor escrita como abaixo:

Gama

$DÓ_1, RÉ_1, MI_1, FÁ_1, SOL_1, LÁ_1, SI_1, DÓ_2, RÉ_2, MI_2, FÁ_2, SOL_2, LÁ_2, SI_2, DÓ_3, RÉ_3, ...$

Gama

Veja que chamamos de Gama o conjunto de notas que se inicia em uma nota DÓ e termina na nota DÓ consecutiva.

Veja que uma Gama possui 8 notas. Sendo assim, podemos constatar que existem inúmeras notas DÓ ($DÓ_1$, $DÓ_2$, ... $Dó_n$), valendo o mesmo para as demais notas. Deve-se saber que $f_{DÓ_1} < f_{DÓ_2} < ... < f_{DÓ_n}$. Valendo o mesmo para as outras notas.

De uma maneira mais específica, $f_{DÓ2} = 2 \cdot f_{DÓ1}$, $f_{DÓ3} = 2\ f_{DÓ2}$, ... $f_{DÓn} = 2\ f_{DÓ(n-1)}$), valendo o mesmo para a frequência das outras notas.

Assim, o intervalo entre DO_1 e DO_2 = OITAVA, pois $\frac{f_{DO_2}}{f_{DO_1}} = 2$; do mesmo modo, $\frac{f_{DO_3}}{f_{DO_2}} = 2$ e $\frac{f_{Mi_3}}{f_{Mi_2}} = 2$ e assim por diante.

Em cada gama de notas, a primeira nota recebe o nome de nota fundamental.

Numa gama podemos montar um esquema que nos dá as frequências entre as notas:
Seja a gama,

$DÓ_1$	$RÉ_1$	MI_1	$FÁ_1$	SOL_1	$LÁ_1$	SI_1	$DÓ_2$
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2

$$f_{RÉ_1} = f_{DÓ_1} \cdot \frac{9}{8}$$

$$f_{MI_1} = f_{DÓ_1} \cdot \frac{5}{4}$$

Veja que os números abaixo de cada nota correspondem ao intervalo da nota sob qual está o número, pela nota fundamental da Gama. Assim,

$$DÓ_1 \ ... FÁ_1 \ (\frac{4}{3}) \Rightarrow i_{FÁ_1, DÓ_1} = \frac{f_{FÁ_1}}{f_{DÓ_1}} = \frac{4}{3}$$

Este esquema acima nos dá os intervalos entre as notas da gama e a nota fundamental da gama. E se quisermos os intervalos entre as notas consecutivas da gama, como fazer? Isso é fácil! Veja o artifício usado abaixo:

Da nota $DÓ_1$ para o $RÉ_1$ o intervalo é 9/8 e da nota Mi_1 para a nota $RÉ_1$, qual o intervalo?

Veja que $\frac{f_{RÉ_1}}{f_{DÓ_1}} = \frac{9}{8} \Rightarrow f_{RÉ_1} = f_{DÓ_1} \cdot \frac{9}{8}$ e $\frac{f_{MI_1}}{f_{DÓ_1}} = \frac{5}{4} \Rightarrow f_{MI_1} = f_{DÓ_1} \cdot \frac{5}{4}$

$$\rightarrow \frac{f_{MI_1}}{f_{RÉ_1}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{9}{8}} = \frac{10}{9}$$

Se você repetir esse procedimento, obterá:

$DÓ_1$		$RÉ_1$		Mi_1		$FÁ_1$		SOL_1		$LÁ_1$		Si_1		$DÓ_2$
	$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{16}{15}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{16}{15}$	

Veja que na gama natural (ou de Zarlin) existem apenas três intervalos entre notas consecutivas, que são:

$\frac{9}{8}$ → chamado de TOM MAIOR

$\frac{10}{9}$ → chamado de TOM MENOR

$\frac{16}{15}$ → chamado de SEMITOM

Para terminarmos o assunto sobre notas musicais falaremos em sustenidos e bemois:

"Sustenir" uma nota consiste em aumentar a sua frequência, multiplicando-a por 25/24. Para indicarmos que uma nota foi sustenida escrevemos à sua direita o símbolo #. Assim, para a nota $Lá_4$ obteremos $Lá_4$#, onde $fLá_4\# = 25/24 \cdot fLá_4$.

"Bemolizar" uma nota consiste em diminuir a sua frequência, multiplicando-a por 24/25. Para indicarmos que uma nota foi bemolizada, escrevemos à sua direita o símbolo b. Assim, se "bemolizarmos" a nota Si_5 obteremos Si_5b, onde vale a relação $Si_5b = 24/25 \cdot Si_5$.

Observação: Quando o intervalo entre dois sons for diferente de 1, mas for um número inteiro, exemplo:

$$f_1 = 400\ Hz,\ f_2 = 800\ Hz,\ f_3 = 1200\ Hz$$

Diz-se que o som de frequência mais baixa é o som fundamental e os sons de frequência maior são denominados harmônicos.
Como $f_2 = 2 \cdot f_1$ (i = 2) o som de frequência f_2 é o segundo harmônico. Da mesma maneira o som de frequência f_3 é chamado de terceiro harmônico, e assim por diante.

11. Efeito Doppler

Estudamos o efeito Doppler, na teoria da apostila, e vimos que é o fato de a frequência percebida pelo observador variar, quando temos um movimento relativo entre fonte e observador. Vimos também que não podemos simplesmente tomar a velocidade relativa entre fonte e observador, pois há uma assimetria, ou seja, o observador caminhar em direção à fonte, é diferente de a fonte caminhar em relação ao observador.

Porém tal assimetria não ocorre para ondas eletromagnéticas, pois a velocidade da luz é independente do referencial, segundo a teoria da relatividade restrita. Assim, o efeito Doppler para ondas eletromagnéticas deve levar em conta estes fatos, tal que, para uma velocidade relativa entre fonte e observador igual a u, a frequência Doppler f', com a qual uma onda eletromagnética de frequência f, será percebida é dada por:

$$f' = f\frac{1 \pm \left(\frac{u}{c}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

O sinal positivo é usado caso a velocidade relativa seja de aproximação, e o negativo caso a velocidade relativa seja de afastamento.

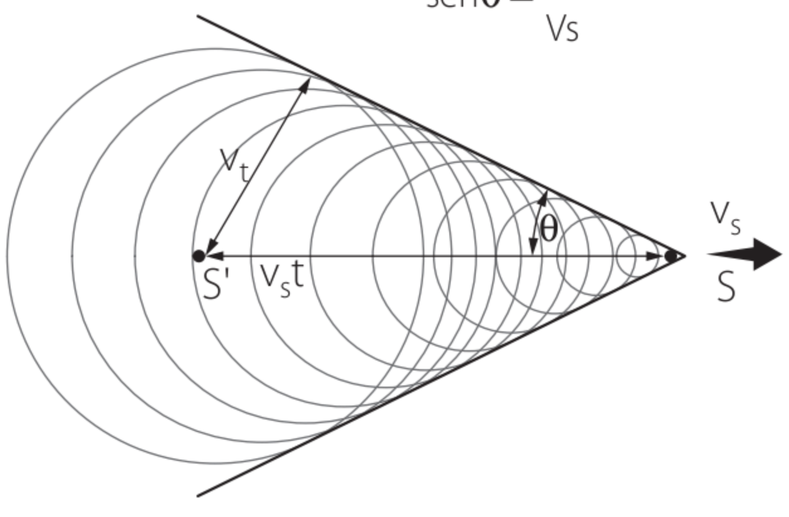
Assim, os cientistas podem afirmar que o universo está se expandindo pois as frequências que recebemos tendem ao vermelho (menor frequência), assim, a velocidade relativa é de afastamento.

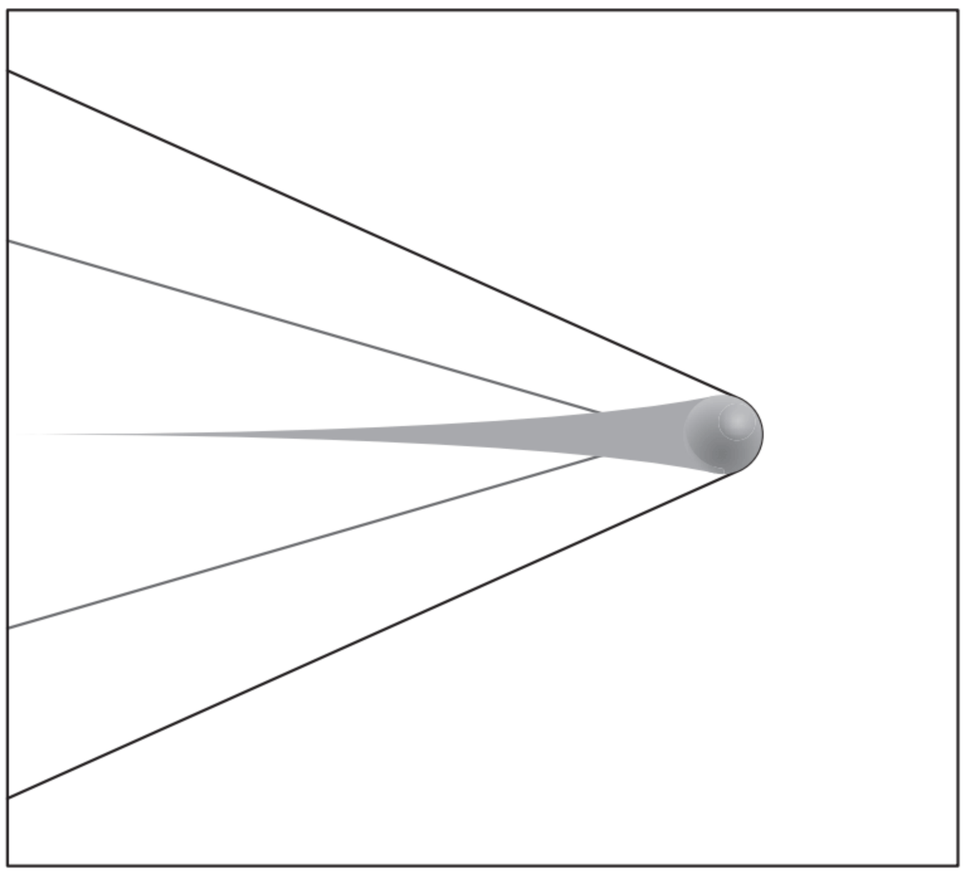
12. Ondas de choque

Quando $V_f > V_{som}$, dizemos que V_f é supersônica. Como exemplo temos os aviões supersônicos, os projéteis supersônicos, ... Se $V_f > V_{som}$, não haverá ondas na frente da fonte sonora (turbina de um avião supersônico, por exemplo), assim, atrás da fonte de ondas sonoras se acumulam frentes de onda que formam uma onda de choque, a qual será ouvida por um determinado observador como um estrondo sônico.

Vejamos o esquema das frentes de onda geradas por uma fonte de velocidade supersônica.

$$\text{sen}\theta = \frac{V}{Vs}$$





Na primeira figura, um grupo de frentes de ondas, resultantes do movimento de um projétil em velocidade supersônica. As frentes de ondas são esféricas e seu envoltório é um cone. O estudante deve observar a relação entre esta figura e a anterior. Na segunda figura, fotografia de um projétil executando o mesmo tipo de movimento. (Fotografia da Marinha Norte-Americana.)

Veja que a fonte ao se movimentar de S' para S gasta um tempo (t), que é o mesmo tempo para que a frente de onda emitida em S' percorra a distância V · t. Veja que a envoltória das frentes de onda tem a forma de um "vê". Para as ondas tridimensionais a envoltoria é um cone, chamado de cone de Mach. Chama-se número de Mach ao inverso do seno do ângulo mostrado na figura acima, assim:

$$\text{sen}\theta = \frac{V \cdot \not{t}}{Vs \cdot \not{t}}$$

$\therefore$ $\text{sen}\,\theta = \frac{V}{V_s}$, deste modo, o número de Mach será:

$$\boxed{N_{Mach} = \frac{V_s}{V}}$$

Assim, quando você ouvir que um avião desloca-se a Mach 3,0, deverá apreender que a velocidade do avião é igual a três vezes a velocidade do som.

SÉRIE 4 ONDULATÓRIA

1 Luz circularmente polarizada incide em dois polarizadores superpostos. Qual o ângulo que deverá haver entre os planos de polarização das duas placas, a fim de que a intensidade do feixe transmitido seja:

a) Um terço da intensidade máxima do feixe transmitido.
b) Um terço da intensidade do feixe incidente.

2 Um feixe de onda circularmente polarizada incide sobre um conjunto de cinco placas superpostas. A direção característica de cada placa se encontra deslocada, no sentido horário, de 30° em relação à precedente, sendo I_0 a intensidade do feixe não polarizado incidente; encontre a intensidade I do feixe emergente da última placa do conjunto em função de I_0.

3 Um feixe de luz é uma mistura de luz plano-polarizada com luz não polarizada. Quando esse feixe atravessa uma lâmina do polaroide, incidindo perpendicularmente à lâmina, verifica-se que a intensidade do feixe transmitido varia, desde um valor mínimo I_m até um valor máximo igual a $5 \cdot I_m$, à medida que giramos o polaroide em torno da direção do feixe transmitido. Determinar a intensidade relativa I_p/I_n dessas duas componentes do feixe incidente, sendo I_p a intensidade da componente linearmente polarizada e I_n a intensidade da componente não polarizada.

4 Luz parcialmente polarizada (uma mistura de feixes não polarizados e de feixes plano-polarizados) pode ser representado por dois feixes planos polarizados de intensidades desiguais, I ao longo do eixo dos x e i ao longo do eixo dos y, e com uma defasagem aleatória. O grau de polarização é definido por $p = (I - i)/(I + i)$.

a) Supor que um feixe de luz parcialmente polarizada atravessa uma placa polaroide com a sua direção característica fazendo um ângulo θ com o eixo dos x. Mostrar que a intensidade transmitida I_t, é:

$$I_t = I\frac{1+p\cdot\cos 2\theta}{1+p}$$

b) Esta expressão reduz-se a valores esperados para p = 1 e p = 0?

5 Desejamos fazer girar de 90° o plano de polarização de um feixe plano-polarizado. Usando-se duas folhas de polaroide. Isto pode ser feito de diversos modos. Determine o ângulo entre a direção do campo elétrico do feixe incidente e a direção característica do primeiro polaroide para que a intensidade luminosa do feixe emergente do segundo polarizador (que está polarizado num plano ortogonal ao do feixe incidente inicial) seja máxima possível, entre as diversas soluções do problema.

6

a) Com que ângulo de incidência um feixe luminoso, refletido na água, ficará completamente polarizado?
b) Dependerá o valor desse ângulo do comprimento de onda da luz?

7 Deseja-se cobrir um pedaço de vidro plano (n = 1,50) com um material transparente (n = 1,35), de modo que a luz de comprimento de onda 6 000 Å (no vácuo), incidindo, normalmente, não seja refletida. Como pode isso ser feito?

8 Uma película de um líquido com índice de refração 1,65 está apoiada sobre uma superfície plana de vidro (n = 1,5). A película é iluminada ortogonalmente, por um feixe de luz branca. A espessura da película é constante e igual a 10 000 Å. Determine os comprimentos de onda, dentro do espectro visível, que serão intensificados depois de sofrerem interferência por reflexão nas interfaces da película.

9 A luz branca possui no espectro visível, ao ser refletida após incidir normalmente sobre uma bolha de sabão, um só máximo de interferência (com $\lambda = 6\,000$ Å) e um único mínimo na extremidade violeta do espectro. Calcular a espessura da película, sabendo que n = 1,33.

10 Uma onda plana de luz monocromática incide perpendicularmente sobre uma fina película de óleo, de espessura uniforme e que cobre uma placa de vidro. O comprimento de onda da fonte pode ser variado continuamente. Observam-se interferências completamente destrutivas da luz refletida, para os comprimentos de onda de 5 000 Å e 7 000 Å e para nenhum outro do citado intervalo. O índice de refração do vidro é 1,5. Faça uma estimativa do índice de refração do óleo.

11 Uma película de acetona (índice de refração 1,25) é colocada sobre uma lâmina de vidro (índice de refração 1,5). Ondas de luz planas, de comprimento de onda variável, incidem normalmente à película. Quando se observa a onda refletida, nota-se que uma interferência destrutiva completa ocorre a 4 400 Å e uma construtiva a 6 600 Å. Determine a espessura da película.

12 A luz branca apresenta, após ser refletida sob incidência normal de uma bolha de sabão, um máximo de interferência em 6 000 Å e um mínimo em 4 500 Å, ambos no espectro visível e sem nenhum mínimo entre si. Supondo que a película tenha n = 1,33, qual é a sua espessura, a qual se admite ser uniforme.

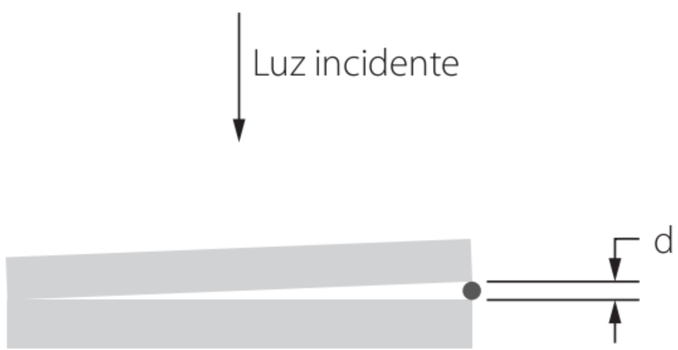
13 As lentes são, frequentemente, recobertas por películas finas de substâncias transparentes, como MgF_2(n = 1,38), para reduzir a reflexão na superfície do vidro, aproveitando o fenômeno de interferência. Qual a espessura necessária dessa película, para produzir um mínimo de reflexão no centro do espectro visível (5 500 Å)?

14 No problema anterior considere que seja nula a intensidade da reflexão, para a luz de comprimento de onda de 5 500 Å, em incidência normal. Calcular a taxa com que fica reduzida a reflexão, devido ao revestimento, para os comprimentos de onda de 4 500 Å e 6 500 Å.

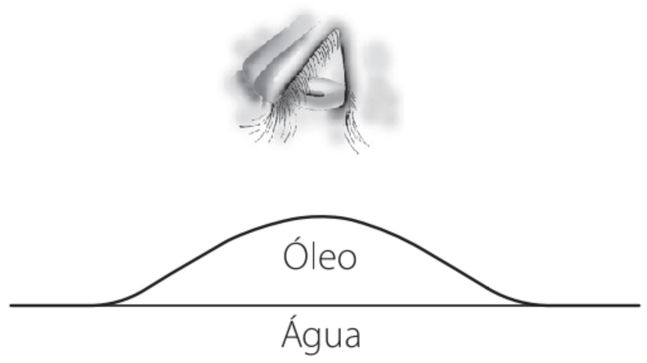
15 Um navio tanque espalhou uma grande quantidade de querosene (n = 1,2) na Baía de Guanabara, provocando o aparecimento de uma enorme mancha na superfície da água (n = 1,3).

a) Olhando-se de um avião diretamente para baixo, para uma região da mancha onde a sua espessura é 800 nm, para que comprimento(s) de onda da luz visível a reflexão será máxima?
b) Nadando-se diretamente por baixo dessa mesma região, para que comprimento de onda da luz visível a intensidade transmitida será máxima?

16 Uma fonte extensa de luz ($\lambda = 6\,000$ Å) ilumina perpendicularmente duas placas de vidro e 12 cm de comprimento que se tocam numa das extremidades, e na outra estão separadas por um arame de 0,048 mm de diâmetro, conforme a figura abaixo. Quantas franjas claras aparecem ao longo dos 12 cm de extensão?



17 Uma gota de óleo (n = 1,2) flutua sobre uma superfície de água (n = 1,33) e é observada de cima pela luz refletida, conforme a figura abaixo.



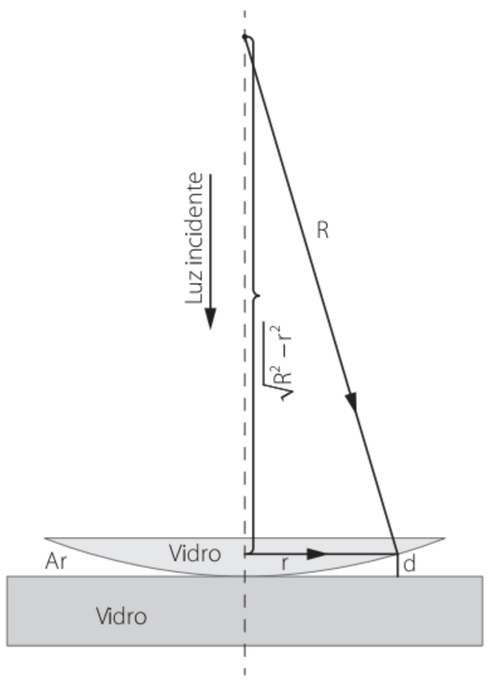
a) As porções externas (mais finas) da gota corresponderão a regiões brilhantes ou escuras?
b) Qual a espessura aproximada da película de óleo onde se observa a terceira região azul vista do exterior da gota?
c) Suponha que a espessura da película de óleo varie de zero até uma espessura máxima de 1 cm no centro da gota: é possível observar a interferência da luz refletida no centro da gota?

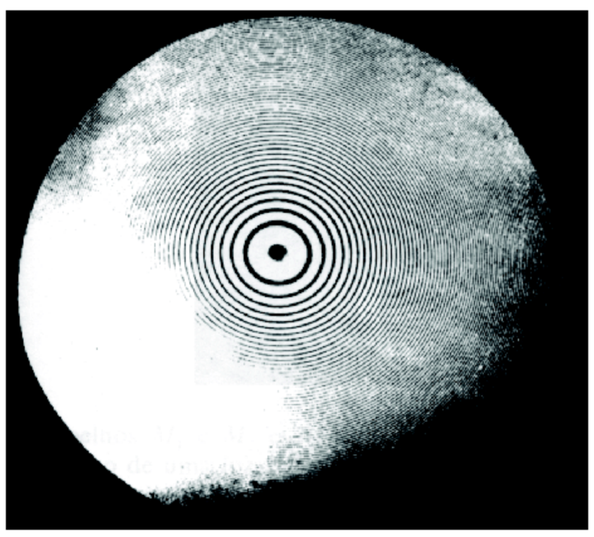
18 O diâmetro do décimo anel claro, produzido em um dispositivo de anéis de Newton, passa de 1,5 cm para 1,2 cm quando se introduz um líquido entre a lente e a placa. Determine o índice de refração do líquido.

19 Numa experiência de anéis de Newton, a Lente tem um raio de curvatura R de 8,0 m e diâmetro 2 cm.

a) Quantos anéis serão produzidos?
b) Quantos anéis seriam vistos se o dispositivo fosse imerso em água (n = 1,33). Admitir $\lambda = 5\,000$ Å.

20 A figura abaixo representa uma lente de raio de curvatura R, apoiada em uma lâmina de vidro, rigorosamente plana, e iluminada de cima por luz de comprimento λ. A outra figura mostra o aparecimento de franças circulares de interferência (anéis de Newton), associadas com a camada de ar, de espessura variável, existente entre a lente e a lâmina. Calcular os raios dos máximos circulares de interferência.





21 Para o problema anterior, mostre que a diferença entre os raios de dois anéis adjacentes é dado aproximadamente por:

$$\Delta r = r_{m+1} - r_m \cong \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\lambda \cdot R}{m}}$$

22 Um feixe de luz branca incide ortogonalmente sobre uma fenda de largura a. Qual deve ser a relação entre os dois comprimentos de onda dessa luz para que o primeiro mínimo de uma das cores coincida com o primeiro máximo da outra cor (depois do máximo central)?

23 Uma fenda de largura a é iluminada por um feixe colimado de luz monocromática ($\lambda = 6\,000$ Å) que incide ortogonalmente ao plano da fenda. O anteparo está situado a uma distância de 40 cm do plano da fenda. A distância entre o primeiro mínimo e o quarto mínimo da figura de interferência é igual a 0,4 mm. Calcule a largura a.

24 Em um espectro de difração de fenda única, a distância entre os primeiros mínimos, um à direita e outro à esquerda, é de 5,2 mm. O anteparo onde se produz o espectro está a 80 cm da fenda e usa-se um comprimento de onda de 6 900 Å. Calcular a largura da fenda.

25 Suponha que o primeiro mínimo de difração através de uma fenda única ocorre para $\theta = 60°$. Determine a razão entre a largura da fenda e o comprimento de onda do feixe monocromático incidente para que isto ocorra.

26 Uma fenda possui largura a = 0,8 mm. Quando ela é iluminada por luz monocromática ($\lambda = 6\,000$ Å) forma-se o espectro produzido pela difração na fenda sobre uma tela situada a uma distância de 3,5 m do plano da fenda. Encontre a distância entre o centro da figura e um ponto situado no terceiro mínimo.

27 Considere o critério de resolução de Rayleigh, usado para determinar o limite de resolução de duas fontes pontuais distantes.

a) Determine a separação angular θ_R entre o máximo central e o primeiro mínimo de difração numa lente cujo diâmetro é igual a d, supondo que as fontes estejam no limite de resolução.
b) Suponha que a distância entre o centro das duas fontes e o centro da lente seja igual a r. Encontre a distância x entre as duas fontes através do conhecimento do limite mencionado no item anterior.

28 Um astronauta num satélite afirma que duas fontes puntiformes na superfície da Terra, a 200 km abaixo dele, se encontram no limite de resolução. Qual é a separação das fontes? Supor $\lambda = 5\,500$ Å e o diâmetro da pupila como 5,0 mm.

29

a) Qual deve ser o afastamento angular mínimo entre duas estrelas, para que suas imagens se encontrem no lime de resolução do telescópio Thaw de refração, do Allegheny Observatory, em Pittsburgh? A lente tem um diâmetro de 0,75 m e uma distância focal de 13,8 m. supor $\lambda = 5\,500$ Å.
b) Calcular a distância entre as aludidas estrelas (no limite da resolução) supondo-se que elas se acham a 10 anos-luz da Terra.
c) Calcular o diâmetro do primeiro anel escuro do espectro de difração de uma dessas estrelas produzido em uma placa fotográfica colocada no plano focal da lente do mesmo telescópio.

30 A distância entre os dois faróis de um automóvel é igual a 130 cm. O automóvel se aproxima de um observador numa estrada retilínea. Suponha que o diâmetro da pupila do observador seja igual a 4,0 mm. Considere um comprimento de onda igual a 5 500 Å. Estime a distância máxima do automóvel para que os dois faróis estejam no limite da resolução.

31 Estimar, sob condições ideais, a separação linear de dois objetos no planeta Marte, que se encontram no limite de resolução para um observador na Terra, usando (a) o olho nu, (b) o Telescópio de 5,0 m do monte Palomar. Utilizar os seguintes dados: Distância a Marte = $8 \cdot 10^7$ km; diâmetro da pupila = 5,0 mm; comprimento de onda da luz = 5 500 Å.

32 Um foguete afasta-se da Terra com velocidade 0,35 c. Uma luz, dentro do foguete, possui comprimento de onda de 460 μm (luz azul). Qual seria a cor desta luz para um observador fixo na terra?

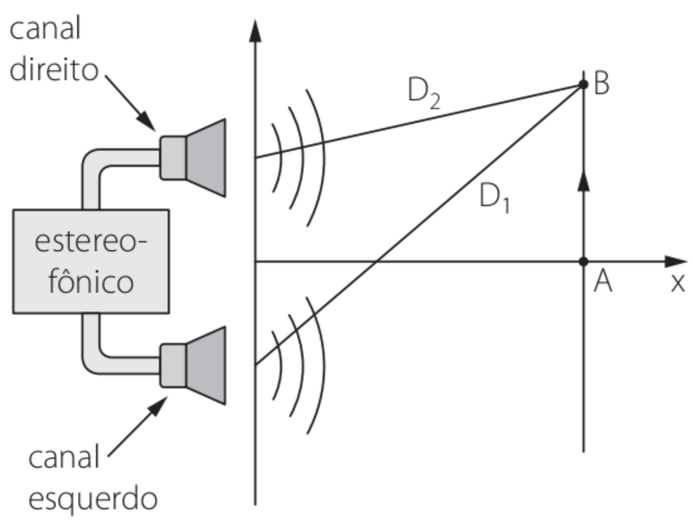
33 A diferença de comprimentos de onda de um feixe e micro-ondas incidente refletido por um carro, que se aproxima ou se afasta, é usada na determinação da velocidade de automóveis nas estradas.

a) Mostre que , sendo v a velocidade do carro e f a frequência do feixe incidente, a variação de frequência é dada aproximadamente por $2v \cdot f/c$, onde c é a velocidade da radiação eletromagnética.
b) Para micro-ondas de frequência igual a 24 GHz, qual será a variação de frequência, por km/h, de velocidade?

34 O "*deslocamento para o vermelho*" da radiação de uma nebulosa distante consiste no fato da raia cujo comprimento de onda conhecido é de $4{,}34 \cdot 10^{-8}$ cm, quando observado em laboratório, apresenta um comprimento de onda de $7{,}054 \cdot 10^{-8}$ cm.

a) Qual é a velocidade radial da nebulosa em relação à Terra?
b) Estará se aproximando ou afastando de nós?

35 **USJT** Um sistema estereofônico está emitindo uma nota musical pura. Uma pessoa, partindo do ponto A da figura abaixo e se deslocando paralelamente a y, percebe, pela primeira vez, a intensidade sonora passar por um mínimo na posição B. Se as distâncias do ponto B aos alto-falantes esquerdo e direito são, respectivamente, D_1 e D_2 e sendo v a velocidade do som no ar, a nota musical tem frequência:



A $f = \dfrac{3v}{2(D_1 - D_2)}$

B $f = \dfrac{2v}{3(D_1 - D_2)}$

C $f = \dfrac{v}{D_1 - D_2}$

D $f = \dfrac{2v}{D_1 - D_2}$

E $f = \dfrac{v}{2(D_1 - D_2)}$

36 **MACKENZIE** Podemos afirmar que batimentos:

A são situações de amplitude produzidas por duas ondas de frequências rigorosamente iguais.

B são flutuações de amplitude produzidas por duas ondas de frequências ligeiramente diferentes.

C independem das frequências das ondas.

D são flutuantes de amplitude produzidas por duas ondas de frequências rigorosamente diferentes.

E n.d.a.

37 **MACKENZIE** Duas fontes sonoras A e B, próximas, emitem sons no ar com frequências respectivamente iguais a 320,00 Hz e 320,50 Hz. Uma pessoa colocada perto dessas fontes ouve um som fraco e outro forte após:

A 0,25 s

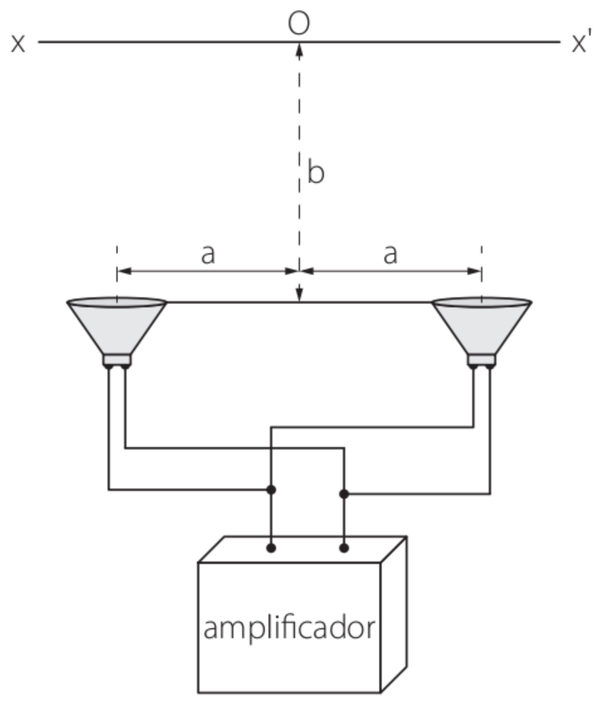
B 0,50 s

C 1,00 s

D 1,50 s

E 2,00 s

38 **ITA** A figura abaixo representa dois alto-falantes montados em dois furos de uma parede e ligados ao mesmo amplificador. Um ouvinte que se desloca sobre a reta $\overleftrightarrow{xx'}$ observa-se que a intensidade sonora resultante é máxima exatamente no ponto O, situado a igual distância dos dois alto-falantes. Para que o ponto O passe a corresponder a um mínimo de intensidade sonora será preciso:



A inverter a ligação dos fios nos terminais de um dos alto-falantes.

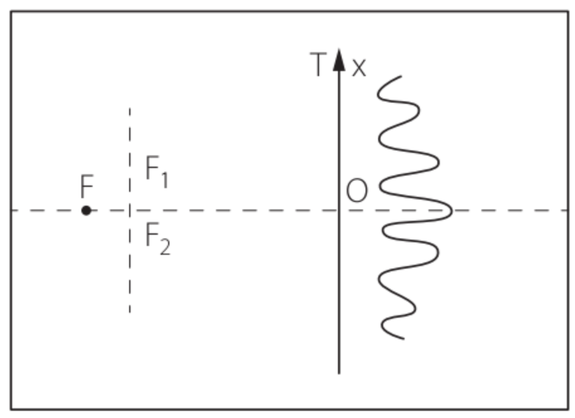
B reduzir a distância b entre parede e ouvinte.

C aumentar a distância 2a entre os alto-falantes.

D reduzir a distância 2a entre os alto-falantes.

E inverter a ligação dos fios na saída do amplificador.

39 **USP** Repetiu-se a experiência de Young com todos os componentes colocados numa cuba com água. A distância entre o anteparo A e a tela T é D = 20 cm; a distância entre as fendas F_1 e F_2, por onde passam os raios de luz provenientes da fonte coerente F, é a = 0,10 mm. O gráfico da intensidade das franjas de interferência é dado ao lado das franjas. A distância entre os centros de duas franjas brilhantes consecutivas é y = 1 mm. Sabe-se que o comprimento λ das ondas usadas pode ser obtido por $\lambda = \frac{ay}{D}$.



Sabe-se ainda que o índice de refração da água para a radiação utilizada é 1,4. Qual o comprimento dessa onda no vácuo?

A 0,36 μm

B 0,50 μm

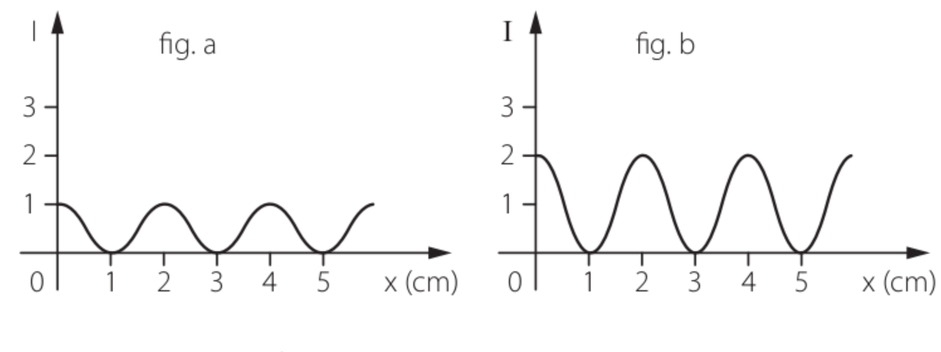
C 0,70 μm

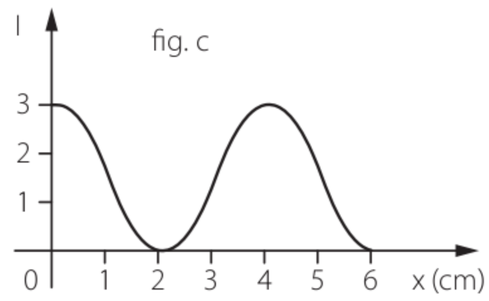
D 0,98 μm

E depende do valor de y.

40 **IME** Numa experiência de Young sobre a interferência luminosa, foram obtidas franjas de 1,4 mm de largura num anteparo situado a 80 cm de duas fendas paralelas distantes 0,2 mm uma da outra. Determinar o comprimento de onda e a frequência da luz utilizada na experiência.
É dada a velocidade da luz: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

41 **CESCEA** Os gráficos abaixo representam intensidades I de 3 espectros distintos de interferência de luz por um sistema adequado de fenda dupla. Com relação às figuras a, b e c, podemos afirmar que:





A as três foram obtidas alterando-se apenas o comprimento de onda da luz incidente.

B as três foram obtidas alterando-se apenas a distância entre as fendas.

C a figura c foi obtida com distância de separação entre as fendas maior que as demais.

D as duas primeiras figuras foram obtidas alterando-se apenas as distâncias entre as fendas.

E as posições dos mínimos nos espectros dependem da razão entre o comprimento de onda da luz incidente e a distância entre as fendas.

42 **ENG. STA. RITA DO SAPUCAÍ**

a) Quantas pulsações por segundo se ouvem quando dois diapasões, de frequências 200 e 205 Hz, vibram juntamente?

b) Qual é a frequência de um diapasão que produz 4 pulsações/segundo, quando vibra com um diapasão de frequência 300 Hz?

43 Uma película fina, com o índice de refração 1,5, está imerso no ar. A película é iluminada normalmente por luz branca e observada por reflexão. A análise da luz refletida mostra que os comprimentos de onda de 360, 450 e 602 nm são os únicos comprimentos de onda que estão ausentes, nas vizinhanças do espectro visível ou no espectro visível. Isto é, para estes comprimentos de onda, há interferência destrutiva.

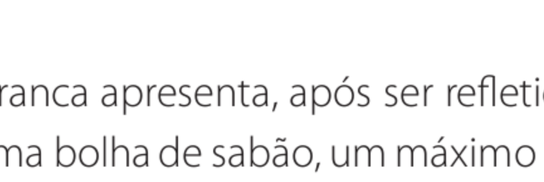
a) Qual a espessura da película?

b) Quais os comprimentos de onda no visível que são mais brilhantes na figura de interferência por reflexão?

c) Se a película estivesse sobre uma chapa de vidro, com índice de refração 1,6, quais os comprimentos de onda no espectro visível que estariam faltando na luz refletida?

44 A luz branca apresenta, após ser refletida sob incidência normal de uma bolha de sabão, um máximo de interferência em 6 000 Å, ambos no espectro visível e sem nenhum mínimo entre si. Supondo que a película tenha n = 1,33, qual é a sua espessura, a qual se admite ser uniforme?

45 **CAXIAS DO SUL** Dois alto-falantes, colocados um em P e outro em Q, emitem sons de mesma frequência e em fase. A velocidade do som no ar é 340 m/s. A frequência dos alto-falantes, que pode variar continuamente a partir de 100 Hz, alcança um valor tal que um observador em R deixa de ouvir o som. A frequência nos alto-falantes, nesse momento, em Hz, vale:



A 1 700

B 1 300

C 1 020

D 680

E 340

46 **ITA** Uma bolha de sabão tem, espessura de 5 000 Å (1 Å = 10^{-10} m). O índice de refração deste filme fino é 1,35. Ilumina-se esta bolha com luz branca. Conhecem-se os intervalos aproximados em comprimento de onda para a região do visível, conforme a seguir:

3 800 – 4 400 Å – violeta

4 400 – 4 900 Å – azul

4 900 – 5 600 Å – verde

5 600 – 5 900 Å – amarelo

5 900 – 6 300 Å – laranja

6 300 – 7 600 Å – vermelho

Quais são as cores que não serão refletidas pela bolha de sabão?

47 **ITA** Sobre uma película de água e sabão com índice de refração n = 1,35, incide perpendicularmente uma luz branca. Qual a espessura mínima para que os raios refletidos tenham coloração verde ($\lambda = 5{,}25 \cdot 10^{-7}$ m)?

48 Uma espira de arame é mergulhada numa solução de sabão em água e mantida de tal forma que a película de sabão fica na vertical.

a) Observada por reflexão, com luz branca, a parte de cima da película parece negra. Explicar a razão deste efeito.

b) Depois da região negra aparecem, na película, franjas coloridas. A primeira franja colorida é violeta ou vermelha?

c) Descreva a aparência da película examinada por luz transmitida.

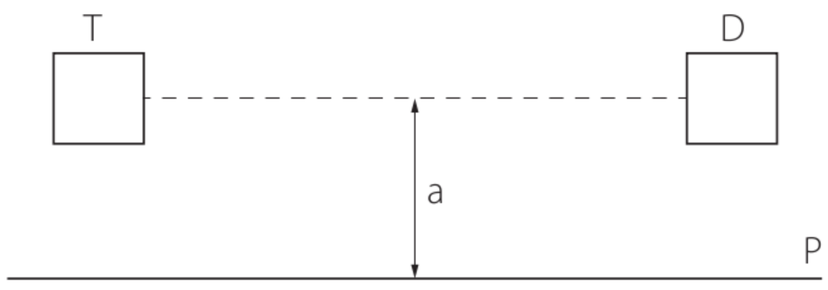
49 Considere-se uma película de água (n = 1,33) no ar, com 3 200 Å de espessura. Quando iluminada por luz branca em incidência normal, de que cor parecerá a luz refletida?

50 Uma delgada camada de material transparente, com índice de refração 1,30, é usada como revestimento não-refletor sobre a superfície de um vidro com o índice de refração 1,50. Qual deve ser a espessura do material para que a camada seja não-refletora para a luz de comprimento de onda (no vácuo) de 600 nm?

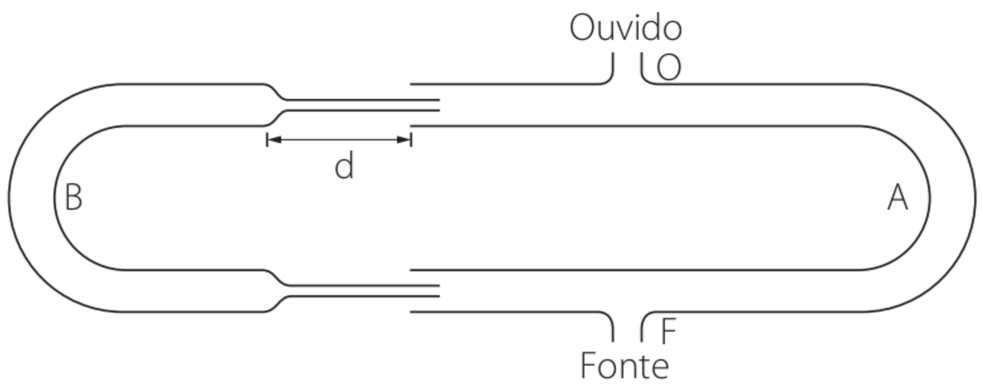
51 **ITA** Um pequeno transdutor piezoelétrico (T), excitado por um sinal elétrico, emite ondas esféricas de frequência igual a 34 kHz.

Um detetor (D) recebe essas ondas colocado a uma distância fixa, L = 30 cm, do emissor. As ondas emitidas podem refletir num plano (P) antes de chegar ao receptor. Este registra uma interferência entre as ondas que chegam diretamente e as ondas refletidas. A velocidade de propagação das ondas é de 340 m/s.

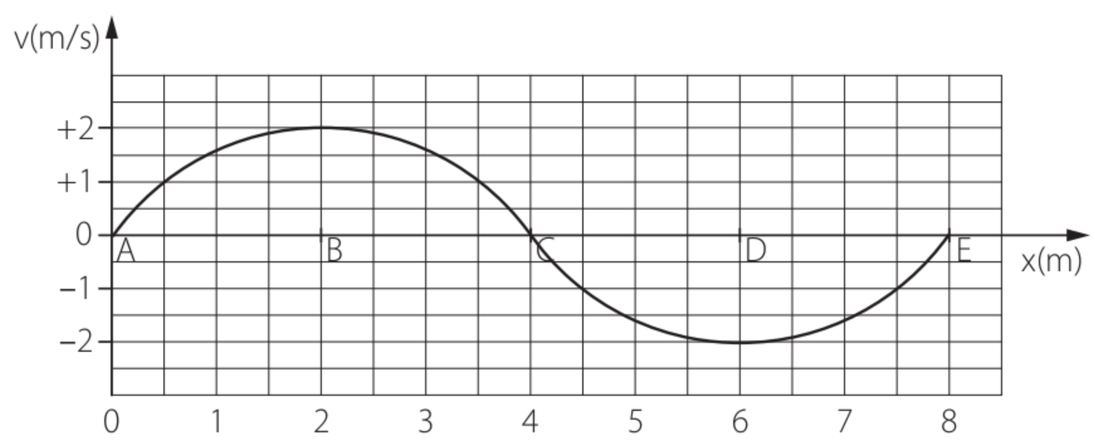
Na figura, o conjunto T-D pode deslocar-se perpendicularmente a P. Pergunta-se: para que distância a ocorre o primeiro mínimo na intensidade registrada por D?



52 **FATEC** O esquema abaixo representa um trombone de Quincke. A fonte é um diapasão próximo a F. O ouvido constante. Intensidade mínima para $d_1 = 5$ cm e novamente para $d_2 = 15$ cm. Qual o comprimento de onda do som dentro do tubo?



53 O gráfico representa, num dado instante, a velocidade transversal dos pontos de uma corda, na qual se propaga uma onda senoidal na direção do eixo dos x. A velocidade de propagação da onda na corda é 24 m/s. Sejam A, B, C, D e E pontos da corda.



Considere, para o instante representado, as seguintes afirmações:

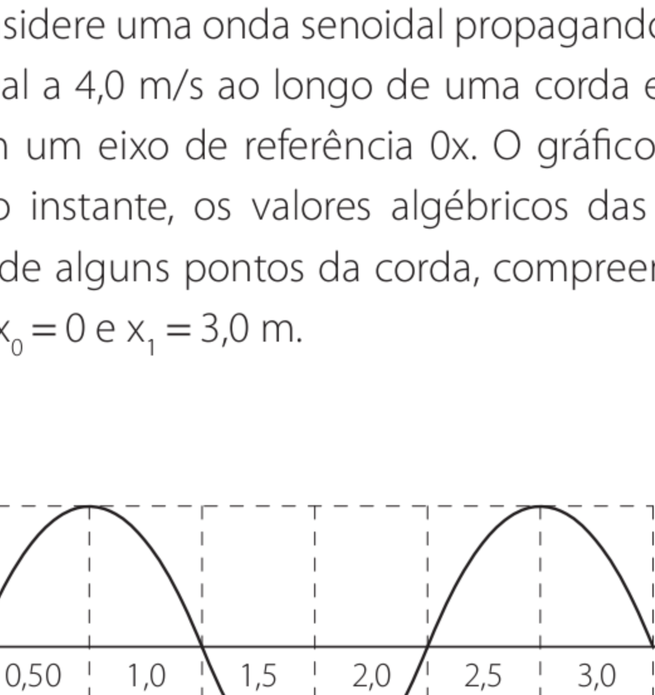
I. A frequência da onda é 0,25 Hz.
II. Os pontos A, C e E têm máxima aceleração transversal (em módulo).
III. Os pontos A, C e E têm máximo deslocamento transversal (em módulo).
IV. Todos os pontos da corda se deslocam com velocidade de 24 m/s na direção do eixo x.

São corretas as afirmações:

A Todas.
B Somente IV.
C Somente II e III.
D Somente I e II.
E Somente II, III e IV.

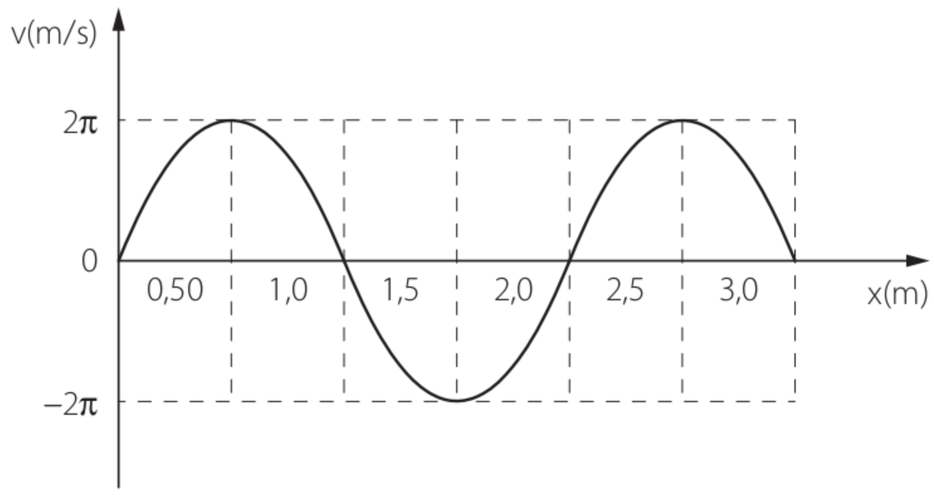
54 Para uma corda vibrando com uma onda senoidal, determine, em função da frequência, amplitude e massa da corda M, a energia total da onda que se propaga.

55 A figura mostra uma onda progressiva em dois instantes de tempo: $t_1 = 1{,}0$ s (---- linha cheia) e $t_2 = 9{,}0$ s (----- linha tracejada). Se a distância indicada for d = 2,0 m, o período (em segundos) da onda não poderá ser igual a:



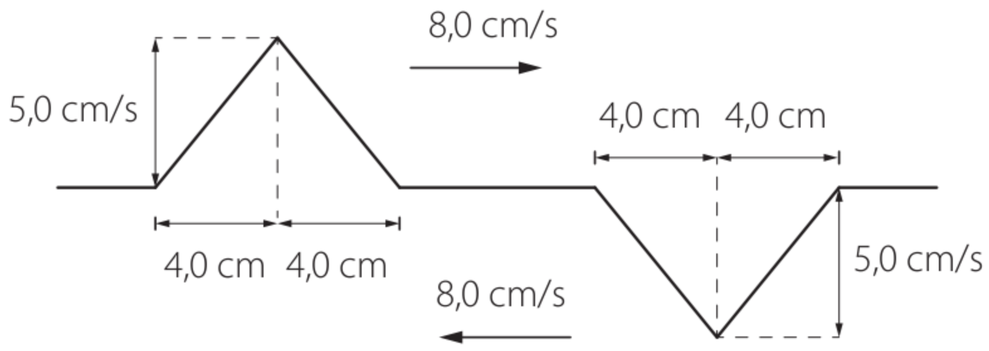
A 32
B 16
C 6,4
D 3,5
E 2,5

56 Considere uma onda senoidal propagando-se com velocidade igual a 4,0 m/s ao longo de uma corda elástica coincidente com um eixo de referência 0x. O gráfico mostra, em determinado instante, os valores algébricos das velocidades transversais de alguns pontos da corda, compreendidos entre as posições $x_0 = 0$ e $x_1 = 3{,}0$ m.



a) Determine a frequência e a amplitude da onda.
b) Esboce, no instante considerado, o perfil da corda compreendido entre as posições $x_0 = 0$ e $x_1 = 3{,}0$ m.
c) Calcule, no instante considerado, o valor algébrico da aceleração do ponto da corda situado na posição x = 2,0 m.

57 Dois pulsos triangulares, de mesma largura e amplitude, propagam-se em oposição de fase ao longo de uma corda elástica, não dispersiva e de densidade linear igual a 10 g/cm.



Suas velocidades são opostas, apresentando módulo de 8,0 cm/s. Sabendo que cada pulso transporta uma energia potencial elástica de $4{,}0 \cdot 10^{-4}$ J, calcule.

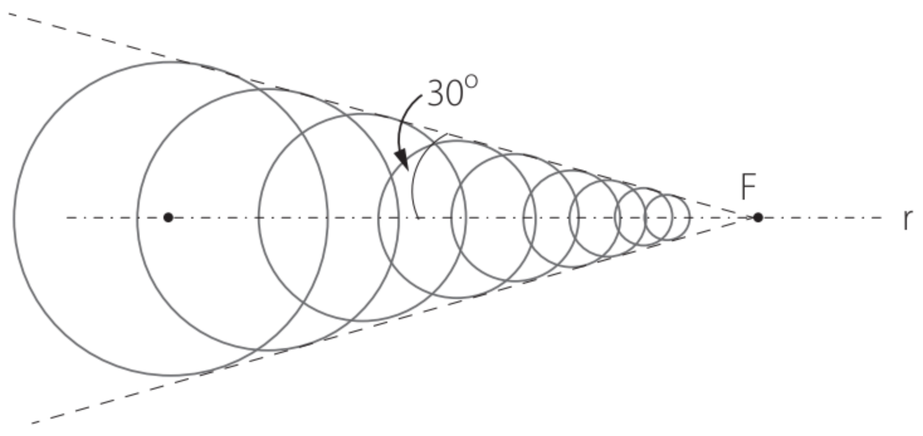
a) A energia cinética transportada por pulso antes de eles estarem superpostos.

b) A energia cinética total associada ao sistema no instante em que os pulsos estiverem perfeitamente superpostos.

58 Uma fonte sonora emitindo um som puro (única frequência) de frequência igual a 440 Hz é colocada sucessivamente junto à extremidade aberta de cinco tubos cilíndricos A, B, C, D e E, fechados na outra extremidade, de comprimentos respectivamente iguais a 6,25 cm, 15,00 cm,18,75 cm, 37,50 cm e 93,75 cm. Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar existente dentro dos tubos é igual a 330 m/s, determine que tubo(s) entrou (entraram) em ressonância com a fonte.

59 Um automóvel e uma ambulância movem-se numa estrada, lado a lado, no mesmo sentido, com velocidades constantes e iguais a 72 km/h. A sirene da ambulância emite um som de frequência igual a 1 280 Hz. A partir de certo instante, o motorista do automóvel imprime à sua viatura a aceleração de 1 m/s^2 no sentido do movimento. Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar é de 340 m/s, determine o espaço percorrido pelo automóvel até seu motorista ouvir um som de frequência igual a 1 240 Hz. Admita que o ar esteja parado em relação à Terra, à qual são referidas as velocidades mencionadas.

60 A figura ilustra as frentes de onda esféricas emitidas por uma fonte sonora F, que se movimenta para a direita, ao longo da reta r:



Sendo de 340 m/s a velocidade de propagação do som nas condições da experiência, calcule a velocidade da fonte F.

61 **ITA** Um pelotão desfila num ritmo de 120 passos por minuto, ao som de uma fanfarra, que o precede; nota-se que a última fila está com o pé esquerdo à frente, quando os componentes da fanfarra estão com o direito à frente. Sabendo que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, determine, aproximadamente, o comprimento do pelotão, incluindo a fanfarra.

GABARITO

1. a) $\theta = \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

b) $\theta = \arccos\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$

2. $\frac{9 \cdot I_0}{32}$

3. $\frac{I_P}{I_N} = 2$

4. a) Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

b) Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

5. 45°

6. a) $\theta_B = \arctan\left(\sqrt{2}\right)$

b) Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

7. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

8. 6 100 Å, 5 076 Å, 4 400 Å

9. 5 280 Å

10. $1 < n_{óleo} < 1{,}5$

11. d = 2 640 Å

12. 5 280 Å

13. 996 Å

14. 94% em ambas

15. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

16. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

17. a) Brilhantes.

b) 594 nm.

c) não.

18. 1,56

19. a) 25

b) 33

20. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

21. Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

22. $\lambda_2 = 1{,}5\ \lambda_1$

23. $a = 18 \cdot 10^{-5}$ m

24. 0,21 mm

25. $\frac{a}{\lambda} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

26. 7,87 mm

27. a) $\theta_R = 1{,}22\ \lambda/d$

b) $x = 1{,}22\ \lambda \cdot r/d$

28. 44 m

29. a) $8{,}1 \cdot 10^{-7}$ rad

b) $8{,}1 \cdot 10^{-6}$ ly

c) $6{,}6 \cdot 10^{-5}$ m

30. 7,7 km.

31. a) $1{,}07 \cdot 10^{7}$ m

b) 10,7 km

32. Vermelha.

33. a) Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

b) Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

34. a) $1{,}3 \cdot 10^{-8}$ m/s

b) Afastando.

35. E

36. B

37. C

38. A

39. C

40. $7 \cdot 10^{-7}$ m; $4{,}29 \cdot 10^{14}$ Hz

41. E

42. a) 9

b) 304 ou 286 Hz.

43. a) 0,6 μm

b) 400 nm, 514 nm, 720 nm

c) 400 nm, 514 nm, 720 nm

44. $d = 3{,}38 \cdot 10^{-7}$

45. A

46. Azul e vermelha.

47. $d_{min} = 9{,}72 \cdot 10^{-8}$ m

48. a) A espessura na parte superior → 0, ∴ diferença de percurso é nula. Como os raios refletidos na superfície superior e inferior possuem diferença de fase de 180° ⇒ interferência destrutiva.

b) Primeira franja é violeta.

c) Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

49. Amarela.

50. 115 nm

51. Q = 3,9 cm

52. 20 cm

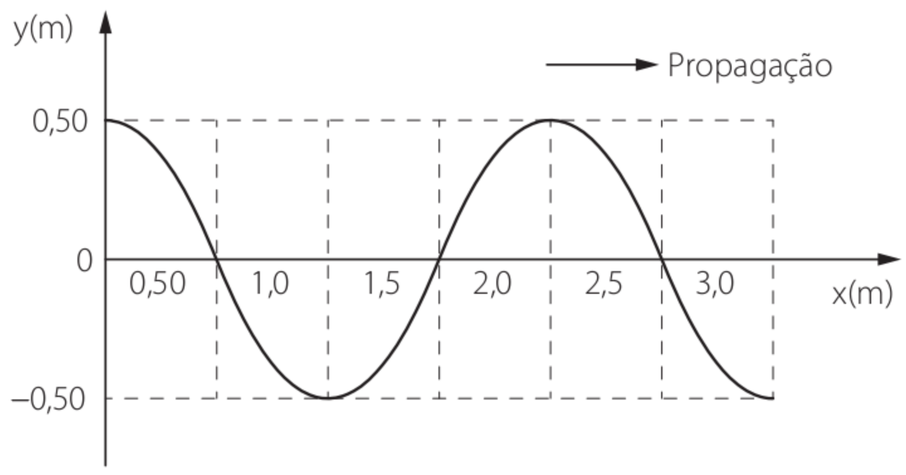
53. C

54. $E = \frac{M \cdot \omega^2 \cdot A^2}{2}$

55. B

56. a) f = 2,0 Hz

b)



c) $\gamma = -8\,\pi^2$ m/s²

57. a) $E_C = 4{,}0 \cdot 10^{-4}$ J

b) $E_T = 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ J

58. As frequências de ressonância de um tubo fechado são dadas por $f = \frac{Nv}{4L}$, sendo N um número ímpar.

Temos:

$$L = N\frac{v}{4f} = N\frac{33.000 \text{ cm/s}}{4.440 \text{ Hz}}$$

$L = N \cdot 18{,}75$ cm

Fazendo:

N = 1: L = 18,75 cm ⇒ Tubo C.

N = 3: L = 56,25 cm ⇒ Nenhum dos tubos.

N = 5: L = 93,75 cm ⇒ Tubo E.

59. Δs = 250 m

60. $v_{fonte} = 680$ m/s

61. Δs = 170 m

SÉRIE 5 FÍSICA MODERNA

Corpo negro e Efeito fotoelétrico

1 **CICLO 2017** Um corpo negro esférico de raio 12 cm irradia uma potência de 450 W a uma temperatura de 500 K. Se o raio for reduzido à metade e a temperatura for dobrada, a potência irradiada será:

A 450 W
B 1 000 W
C 1 800 W
D 225 W
E 900 W

2 **CICLO 2014** Uma placa metálica fotossensível tem função de trabalho $h \cdot f_0$. Se fótons de energia $2 \cdot h \cdot f_0$ incidem na sua superfície, os elétrons saem com velocidade máxima de $4 \cdot 10^6$ m/s. Se a energia dos fótons incidentes é aumentada para $5 \cdot h \cdot f_0$, então a máxima velocidade dos elétrons será:

A $16 \cdot 10^6$ m/s.
B $4 \cdot 10^6$ m/s.
C $8 \cdot 10^6$ m/s.
D $2 \cdot 10^7$ m/s.
E $4 \cdot 10^7$ m/s.

3 **CICLO 2017** Quando a luz de frequência ν_1 incide em um metal cuja função de trabalho é W, a fotocorrente cessa quando uma tensão reversa V_1 é aplicada. Se a frequência é aumentada para ν_2, a tensão de barramento torna-se V_2. Assinale a alternativa que corresponde à carga do elétron.

A $e = W\frac{(\nu_2 + \nu_1)}{\nu_1 V_2 + \nu_2 V_1}$

B $e = W\frac{(\nu_2 + \nu_1)}{\nu_1 V_1 + \nu_2 V_2}$

C $e = W\frac{(\nu_2 - \nu_1)}{\nu_1 V_2 - \nu_2 V_1}$

D $e = W\frac{(\nu_2 - \nu_1)}{\nu_1 V_1 + \nu_2 V_2}$

E $e = W\frac{(\nu_2 - \nu_1)}{\nu_1 \cdot (V_2 - V_1)}$

4 **CICLO 2015** Um corpo negro possui uma temperatura de 2000 K. Utilizando a lei de deslocamento de Wien, assinale a energia, em joules, do fóton emitido por esse corpo no comprimento de onda (λ) de pico.

Dados: constante de dispersão de Wien = $2{,}898 \cdot 10^{-3}$ m · K;

$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s;

A $E = 1{,}4 \cdot 10^{-19}$ J
B $E = 2{,}8 \cdot 10^{-19}$ J
C $E = 7 \cdot 10^{-20}$ J
D $E = 7 \cdot 10^{-19}$ J
E $E = 2{,}1 \cdot 10^{-19}$ J

5 **CICLO 2011** Considere um certo metal 1 com uma função trabalho E_1 e um outro metal 2 com uma função trabalho E_2. Dois fótons de mesma frequência incidem nesses metais. No metal 1 a tensão de barramento, aquela capaz de frear os elétrons mais rápidos, é de 3 V e no metal 2 essa mesma tensão é de 5 V. Assinale a alternativa que indica a frequência dos fótons incidentes, sabendo-se que a função trabalho do metal 1 é o dobro da função trabalho do metal 2.

Dados: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J . s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

A $f_{inc} = 3{,}4 \cdot 10^{15}$ Hz
B $f_{inc} = 1{,}7 \cdot 10^{15}$ Hz
C $f_{inc} = 1{,}7 \cdot 10^{14}$ Hz
D $f_{inc} = 3{,}4 \cdot 10^{14}$ Hz
E $f_{inc} = 3{,}4 \cdot 10^{16}$ Hz

6 **CICLO 2015** Dois corpos, A e B, tem emissividades iguais a 0,01 e 0,81 respectivamente. As superfícies externas dos dois corpos são as mesmas. Os dois corpos emitem energia radiante na mesma taxa. O comprimento de onda λ_B correspondente ao máximo de radiância espectral se desloca para o comprimento de máxima radiância espectral de A por 1 μm. Considerando a temperatura de A igual a 5802 K, considere as seguintes afirmações:

I. A temperatura de B é 1934 K;
II. $\lambda_B = 1{,}5$ μm;
III. A temperatura de B é 11604 K;
IV. $\lambda_B = 2{,}0$ μm.

É(são) correta(s):

A I e II.
B II e III.
C III e IV.
D I e IV.
E Nenhuma está correta.

7 **CICLO 2016** Em uma placa metálica onde a função trabalho é 2,3 eV, incide luz de comprimento de onda igual a 600 nm. Assinale a alternativa que corresponde à mínima velocidade de aproximação que a placa deve ter em relação à fonte para que possa ocorrer o efeito fotoelétrico.

Dado: a constante de Planck vale $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J · s.

A 0,18 c
B 0,15 c
C 0,13 c
D 0,10 c
E 0,08 c

8 **CICLO 2015** Quando luz de comprimento de onda 410 nm incide sobre o catodo cuja função trabalho é desconhecida, observa-se corrente fotoelétrica. A tensão de corte, isto é, a voltagem que quando aplicada freia todos os fotoelétrons ejetados, também é desconhecida. Contudo, mudando o comprimento de onda da luz incidente, observa-se que a tensão de corte varia de 1 V. Determine este novo comprimento de onda sabendo-se que a variação da tensão de corte é:

a) positiva;
b) negativa.

Dados: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C;

9 **CICLO 2017** Um fóton de comprimento de onda λ incide sobre a superfície de um metal com função de trabalho ϕ. Se dividirmos o comprimento de onda por 2, o efeito fotoelétrico ocorre, sendo a energia cinética do fotoelétron igual a 0,5 ϕ. Considerando uma fonte em repouso que emite um feixe de luz de comprimento de onda λ, com qual velocidade a placa deve ser movimentada para que ocorra o efeito fotoelétrico? (considere a energia cinética do fotoelétron nesse caso como sendo nula). Indique também se a velocidade deve ser de aproximação ou afastamento.

10 **CICLO 2017** Luz de intensidade 1 W/m² e comprimento de onda 500 nm incide sobre uma superfície de metal cuja função trabalho é 2 eV.

Dados: carga elementar $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C e $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s.

Determine:

a) tensão de barramento;
b) a máxima fotocorrente que pode ser obtida nessa situação.

Átomo de Bohr

11 **CICLO 2015** Um fóton de comprimento de onda 300 nm interage com um átomo de hidrogênio no seu estado fundamental. Sabendo-se que $h = 4 \cdot 10^{-15}$ e V · s, a carga elementar vale $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C e os níveis de energia do átomo de Hidrogênio no modelo de Bohr são dados por $E = -\frac{13{,}6}{n^2}$ eV, assinale a alternativa correta.

A O átomo será ionizado.
B O elétron será excitado para o nível 3.
C O elétron irá para o primeiro estado excitado.
D O elétron permanecerá no nível fundamental.
E O elétron irá para o primeiro nível excitado e a energia restante será dada ao fóton a ser emitido.

12 **CICLO 2016** Qual dos seguintes enunciados a respeito do modelo de Bohr é falso?

A A aceleração do elétron no nível n = 2 é menor do que aquela no nível n = 1.

B O momento angular do elétron no nível n = 2 é maior que o momento angular do elétron no nível n = 1.

C A energia cinética do elétron no nível n = 2 é 9/4 da energia cinética do elétron no nível n = 3.

D A energia potencial elétrica do elétron no nível n = 2 é menor do que a energia potencial elétrica do elétron no nível n = 1.

E a velocidade do elétron no nível n = 5 é 2/5 da velocidade do elétron no nível n = 2.

13 **CICLO 2016** Se o átomo de $^{257}_{100}Fm$ segue o modelo de Bohr e o raio do nível 5 é N vezes o raio de Bohr, então assinale a alternativa que corresponde ao valor de N.

A 100 C 4 E 1/4

B 200 D 25

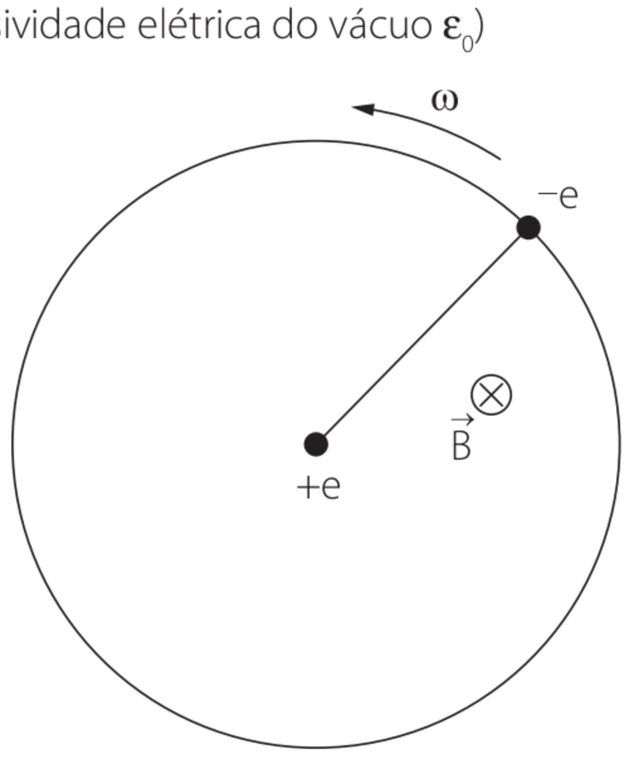
14 **CICLO 2015** Quando um átomo de hidrogênio emite um fóton durante uma transição do nível 5 para o nível 1, ele recua. Assinale a alternativa que corresponde, aproximadamente, à velocidade de recuo do átomo.

Dado: Níveis de energia do átomo de hidrogênio $E = -\frac{13,6}{n^2}$ eV, massa do próton $1,7 \cdot 10^{-27}$ kg.

A 4 m/s C 3 mm/s E 0,4 m/s

B 800 m/s D 0,1 mm/s

15 **CICLO 2017** O efeito Zeeman é o deslocamento do espectro de emissão de gases devido à existência de um campo magnético. Suponha um modelo simples de um elétron que gira em órbita circular em uma região na qual age um campo magnético cuja indução magnética é B, conforme a figura. Considere que o átomo é de Hidrogênio, que a massa do elétron é m_e e que a sua carga é e. Supondo válidos os postulados de Bohr, assinale a alternativa que corresponde ao raio do elétron no estado fundamental. (Considere a constante de Planck como h e a permissividade elétrica do vácuo ε_0)



A $r = \frac{h\varepsilon_0}{\pi m_e e^2}$

B $r = \frac{\pi m_e e^2 + \sqrt{\pi^2 m_e^2 e^4 - 8eh^3 B\pi\varepsilon_0}}{4\pi hBe\varepsilon_0}$

C $r = \frac{\pi m_e e^2 - \sqrt{\pi^2 m_e^2 e^4 - 8h^3 eB\pi\varepsilon_0}}{4\pi hBe\varepsilon_0}$

D $r = \frac{\pi m_e e^2 + \sqrt{\pi^2 m_e^2 e^4 - 4eh^3 B\pi\varepsilon_0}}{\pi hBe\varepsilon_0}$

E $r = \frac{\pi m_e e^2 + \sqrt{\pi^2 m_e^2 e^4 - 4eh^3 B\pi\varepsilon_0}}{2\pi hBe\varepsilon_0}$

16 **CICLO 2011** Considere um átomo de Hidrogênio cujo elétron se encontra no 2º nível excitado. Em um átomo de Bohr, os níveis de energia são dados por $E = -\frac{13,6}{n^2}$ eV. Suponha que o elétron decaia para o estado fundamental e seja emitido um fóton. Nessa situação, o átomo, que tem uma massa $m_{próton}$, recua. Assinale a alternativa que corresponde aproximadamente à velocidade de recuo do cátion hidrogênio H^+. Despreze quaisquer interações relativísticas.

Dados: carga elementar $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C e $m_{próton} \approx 1,6 \cdot 10^{-27}$ kg.

A $v_{próton} = 2$ m/s

B $v_{próton} = 4000$ m/s

C $v_{próton} = 4$ m/s

D $v_{próton} = 2000$ m/s

E $v_{próton} = 1000$ m/s

17 **CICLO 2017** Considerando válido o modelo de Bohr para átomos monoeletrônicos e considerando o raio de Bohr como $a_0 = 5,3 \cdot 10^{-11}$ m e a velocidade do elétron no estado fundamental do átomo de Hidrogênio como sendo $v_1 = 2,2 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$, assinale a alternativa que corresponde ao número de revoluções realizadas pelo elétron no íon Li^{+2} que se encontra no 2º nível excitado quando ele lá permanece 9 ns.

A $6 \cdot 10^7$ revoluções.

B $2 \cdot 10^7$ revoluções.

C $3 \cdot 10^7$ revoluções.

D $4,5 \cdot 10^7$ revoluções.

E $8 \cdot 10^7$ revoluções.

18 **CICLO 2016** Determine qual átomo monoeletrônico tem uma diferença entre os comprimentos de onda correspondentes às primeiras linhas de Balmer e Lyman (correspondentes) igual a 59,3 nm.

19 **CICLO 2016** Uma partícula não relativística de massa m é colocada em órbita circular em torno da origem por uma força atrativa $F(r) = -k \cdot r$, onde k é uma constante positiva. Assuma válidos os postulados de Bohr.

Determine:

a) a função da energia potencial.

b) as velocidades e os raios permitidos em função de h, n, m e k.

c) as energias permitidas.

20 **CICLO 2014** Na teoria de Bohr para o átomo de Hidrogênio, supõe-se que o elétron percorra uma órbita circular de raio *r* em torno do próton. Suponha que este átomo seja colocado num campo magnético com o plano da órbita perpendicular a B. O elétron pode estar girando no sentido horário ou anti-horário do ponto de vista do observador que vê o campo magnético entrando no plano da órbita do elétron. Considerando o campo magnético pequeno, determine aproximadamente o desvio de frequência (Δf) de rotação do elétron com e sem o campo magnético. Suponha que o raio da órbita não varia e que a o desvio de frequência Δf é muito menor do que o valor de *f*. Este efeito é conhecido como o efeito Zeeman, e foi detectado por ele em 1896.

21 **CICLO 2014** Se um elétron do átomo de hidrogênio salta do nível 3 para o nível 2, a radiação emitida tem uma frequência f. Determine f em função da constante de Rydbergh $R = \frac{m \cdot e^4}{8 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot h^3 \cdot c}$ e da velocidade da luz c. Considere o modelo de Rutherford –Bohr e os seus postulados.

Dualidade partícula-onda e Princípio da incerteza

22 **CICLO 2017** Considere que um nêutron tenha energia cinética E_c em equilíbrio com água pesada a uma temperatura T dada por $E_c = \frac{3}{2}kT$, onde T é a temperatura absoluta e k é a constante de Boltzmann. Assim, sendo *h* a constante de Planck e considerando a massa do nêutron igual a m, o seu comprimento de De Broglie a essa temperatura é dado por:

A $\frac{2h}{\sqrt{3mkT}}$

B $\frac{3h}{\sqrt{3mkT}}$

C $\frac{h}{\sqrt{mkT}}$

D $\frac{2h}{\sqrt{mkT}}$

E $\frac{h}{\sqrt{3mkT}}$

23 **CICLO 2016** Um elétron com velocidade de $1{,}88 \cdot 10^6$ m/s movimenta-se de tal forma que é possível medir sua velocidade com uma incerteza de 1%. Com que incerteza é possível medir, na melhor das hipóteses, a sua posição?

A 3,1 nm

B 23 nm

C 0,2 mm

D 20 μm

E 5 mm

24 **CICLO 2016** O comprimento de onda de De Broglie de um elétron acelerado por uma ddp de 400 V é, aproximadamente, de:

A 0,03 nm

B 0,04 nm

C 0,12 nm

D 0,06 nm

E 0,08 nm

25 **CICLO 2017** O comprimento de onda de De Broglie de um elétron que se desloca com velocidade v é igual a λ_D, que é dado por $\lambda_D = \frac{h}{m \cdot v}$. Um material com função trabalho ϕ_0 é iluminado com luz de comprimento de onda λ menor do que o comprimento de onda de corte, emitindo um elétron com comprimento de onda de De Broglie igual a λ_D. Uma mudança no comprimento de $\Delta\lambda$ da luz incidente resulta em uma mudança $\Delta\lambda_D$ em λ_D do elétron. Assinale a alternativa que corresponde à proporção da razão $\frac{\Delta\lambda_D}{\Delta\lambda}$.

A $\frac{\lambda_D^3}{\lambda}$

B $\frac{\lambda_D^3}{\lambda^2}$

C $\frac{\lambda_D^2}{\lambda^2}$

D $\frac{\lambda_D}{\lambda}$

E $\frac{\lambda_D^2}{\lambda}$

26 **CICLO 2017** Um elétron se move a uma velocidade de $1{,}5 \cdot 10^7$ m/s, com uma incerteza de 1,0%. Determine:

a) o valor absoluto da incerteza da sua velocidade;

b) se a localização do elétron é determinada simultaneamente, qual a incerteza mínima Δx na determinação da sua posição?

c) Assumindo que o elétron tenha um diâmetro de cerca de 10^{-17} m, quantas vezes a incerteza Δx relativa à posição do elétron é maior do que o seu tamanho?

Considere: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg

Cinemática relativística

27 **CICLO 2016** Um observador A está em uma espaçonave que passa perto da Terra, afastando-se da mesma com uma velocidade relativa de 0,995c. A espaçonave segue viagem até que o observador A constata que a mesma já dura 2,50 anos. Nesse instante, a espaçonave inverte o sentido da sua trajetória e inicia o retorno à Terra, que dura igualmente 2,50 anos, de acordo com o relógio de bordo. Quantos anos um observador B, na superfície da Terra, envelhece, aproximadamente, entre a partida e o retorno da espaçonave?

A 50 anos

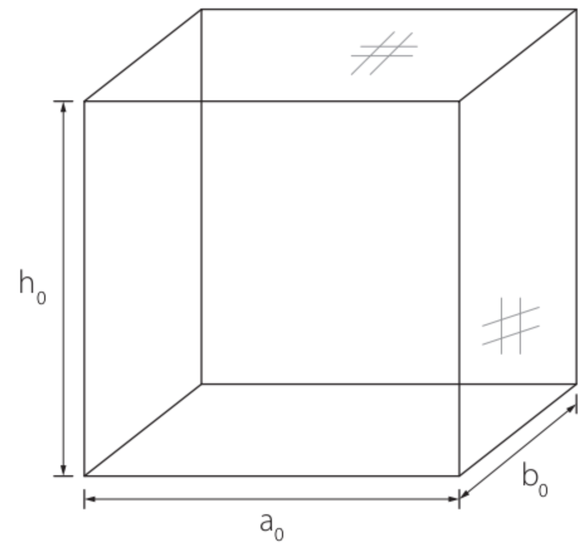
B 25 anos

C 5 anos

D 2,5 anos

E 0,5 ano

28 **CICLO 2014** Para um observador fixo na Terra, o paralelepípedo ilustrado a seguir apresenta as seguintes dimensões ao encontrar-se em repouso: $a_0 = 3$ m, $b_0 = 4$m, $h_0 = 5$ m. Para o dito observador, determine o volume do sólido quando este se move com velocidade $v = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c$, onde $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.



A $\frac{75\sqrt{3}}{2}$ m³

B $\sqrt{30}$ m³

C 100 m³

D 30 m³

E $12\sqrt{30}$ m³

29 **CICLO 2017** O ciclista Pires está em movimento com sua bicicleta. A roda traseira da bicicleta tem diâmetro 70 cm, a catraca à qual a roda está ligada tem diâmetro 14 cm e a correia da bicicleta passa pela coroa do pedal de raio 3,5 cm. O ciclista pedala durante 16 minutos em relação a um relógio em seu pulso, o que é percebido como 32 minutos para um guarda de trânsito no chão. Sabendo-se que a velocidade da luz vale $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, podemos afirmar corretamente que a frequência com que Pires pedala vale:

A 240 MHz

B 80 GHz

C 480 Hz

D $3 \cdot 10^9$ Hz

E 0,080 THz

30 **CICLO 2016** Na Física das partículas, os píons são partículas subatômicas muito importantes para algumas mediações interativas nucleares. Cada píon é composto por um quark e um antiquark e é, portanto, um méson. Píons são mésons leves e são instáveis, sendo que os píons carregados π^+ e π^- se deterioram depois de um tempo de vida média de 26 ns, medido por um detector em repouso em relação à partícula, e o píon neutro deteriora-se em um tempo ainda mais curto, 20 ns. Píons π_0 carregados normalmente decaem em múons e neutrinos do múon e píons neutros em raios gama. Os píons são criados na alta atmosfera da Terra, em seu limite de rarefação, quando partículas de alta energia, de raios cósmicos, colidem com núcleos atômicos. Um píon carregado assim formado desce em relação à Terra com velocidade de $0{,}99 \cdot c$. A partir do início da atmosfera, para baixo, até que distância máxima o píon carregado poderia ser detectado?

A 300 km

B 12,25 km

C 54,74 m

D 158,45 m

E 299,98 m

31 **CICLO 2016** Visto da Terra, duas espaçonaves são vistas aproximando-se perpendicularmente. A espaçonave A tem velocidade $u_y = -0{,}9c$ e a espaçonave B tem velocidade $u_x = 0{,}9c$. Assinale a alternativa que corresponde ao módulo da velocidade da espaçonave A com relação à espaçonave B.

A c

B 1,27c

C 0,98c

D 0,95c

E 0

32 **CICLO 2016** Um elétron com velocidade $0{,}999987 \cdot c$ move-se ao longo do eixo de um tubo no qual se fez vácuo, que tem o comprimento de 3 m medido por um observador S no laboratório em relação ao qual o tubo está em repouso. Do ponto de vista de um referencial em repouso em relação ao elétron, podemos afirmar corretamente que o comprimento do tubo vale:

A 3 m

B 1,85 m

C 0,85 m

D 1,53 cm

E 0,422 mm

Dinâmica relativística

33 **CICLO 2017** Qual o comprimento de onda deve ter uma radiação eletromagnética se um fóton no vácuo tem a mesma quantidade de movimento de um elétron que se move a velocidade de $1{,}1 \cdot 10^5$ m/s?

Dados: considere a constante de Planck igual a $6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J · s e a massa de repouso do elétron igual a $9 \cdot 10^{-31}$ kg.

A $\frac{2}{3}$ nm

B $\frac{20}{3}$ nm

C $\frac{4}{3}$ nm

D $\frac{40}{3}$ nm

E $\frac{3}{20}$ nm

34 **CICLO 2016** Em 1964, o físico britânico Peter Higgs propôs a existência de um campo, o qual, ao interagir com uma partícula, conferia a ela a sua massa. A unidade básica desse campo foi chamada de bóson de Higgs. Em julho de 2012, os cientistas do CERN (Centro Europeu de Pesquisas Nucleares) anunciaram terem identificado o bóson de Higgs, com uma massa de repouso de $2{,}22 \cdot 10^{-25}$ kg e energia relativística total de 200 GeV. Podemos afirmar que a energia cinética média desse bóson vale, corretamente:

A 100 GeV

B 125 GeV

C 225 GeV

D 76 GeV

E 25 GeV

35 **CICLO 2017** Uma partícula A tem energia cinética igual a 3 MeV e massa de repouso 2 MeV/c^2. Essa partícula colide com uma outra, B, em repouso, de massa de repouso 0,5 MeV/c^2. As partículas passam por uma fusão na colisão, gerando uma terceira e única partícula, C. Podemos afirmar que a velocidade de C, imediatamente após a fusão, vale, corretamente:

A 1,7 · c C 0,61 · c E 0,31 · c
B c D 0,83 · c

36 **CICLO 2017** Um corpo possui energia total relativística igual a α vezes a sua energia relativística de repouso. Sabendo-se que a velocidade da luz vale c, responda ou faça o que se pede:

a) calcule a velocidade do corpo, em função de c e α;

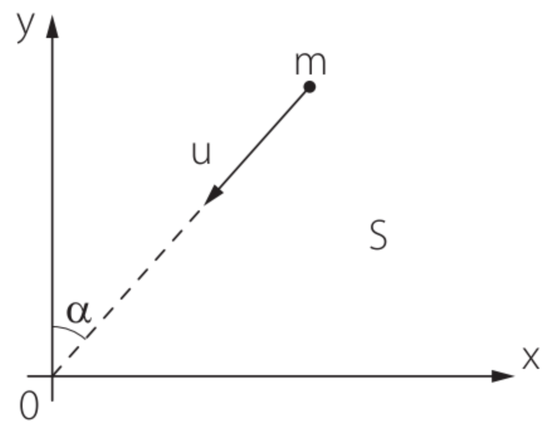
b) com base em seu resultado referente ao item anterior, diga o que acontece com o valor de α se o corpo é um fóton, e prove que sua velocidade vale v = c, nesse caso.

37 **CICLO 2016** Se a energia cinética K e o momento linear p de uma partícula forem medidos, será possível determinarmos sua massa de repouso m_0 e assim identificarmos a partícula ou descobrir novas. Com base no que foi exposto, faça o que se pede:

a) mostre que: $m_0 = \frac{\left[(p \cdot c)^2 - K^2\right]}{2 \cdot K \cdot c^2}$;

b) ache a massa de repouso de uma partícula cuja energia cinética é de 55 MeV e cujo momento linear é 121 MeV/c. Expresse o resultado em termos da massa de repouso do elétron, que vale $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg.

38 **CICLO 2015** Uma partícula de massa m e energia E se move em direção à origem de um sistema S com velocidade u formando um ângulo α com eixo y, conforme a figura que se segue:



Prove que, do ponto de vista de um observador em um referencial S', que se move em relação a S de forma que a partícula se move na direção do eixo y', a energia (E') da partícula é dada por:

$$E' = E \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{u^2}{c^2}\right) \cdot \text{sen}^2\alpha}$$

Sendo c = velocidade da luz no vácuo.

39 **CICLO 2015** Fótons de raios X, com energias da ordem de $1{,}98 \cdot 10^{-15}$ J, são utilizados em experimentos de difração com cristais. Nesses experimentos, o espaçamento entre os átomos do cristal é da ordem do comprimento de onda de raios X. Em 1924, Louis de Broglie apresentou a teoria de que a matéria possuía tanto características corpusculares como ondulatórias. A teoria de Louis de Broglie foi comprovada por um experimento de difração com cristais, utilizando-se um feixe de elétrons no lugar de um feixe de raios X. Considere: a constante de Planck $h = 6{,}60 \cdot 10^{-34}$ Js; 1 eV = $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J e a massa do elétron $m = 9{,}10 \cdot 10^{-31}$ kg.

a) Calcule o valor do espaçamento entre os átomos do cristal, supondo que o valor do espaçamento é igual ao comprimento de onda dos raios X com energia de $1{,}98 \cdot 10^{-15}$ J.

b) Calcule o valor da quantidade de movimento dos elétrons utilizados no experimento de difração com o cristal, cujo espaçamento entre os átomos foi determinado no item anterior. Despreze os efeitos relativísticos no movimento dos elétrons.

c) Calcule o valor aproximado da energia cinética dos elétrons, em elétron-volts, neste experimento.

Gabarito

1. C **3.** C **5.** B **7.** C
2. C **4.** A **6.** A

8. a) 308 nm
b) 612 nm

9. $v = \frac{7c}{25}$ de aproximação

10. a) 0,5 V b) 0,4 A

11. D **13.** E **15.** C **17.** B
12. D **14.** A **16.** C

18. Lítio

19. a) $E_p = \frac{kr^2}{2}$

b) $r = \left(\frac{n^2 \cdot h^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot m^2}\right)^{\frac{1}{4}}$ e $v = \frac{n \cdot h}{2 \cdot \pi \cdot m \cdot \left(\frac{n^2 \cdot h^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot m^2}\right)^{\frac{1}{4}}}$

c) $E = \frac{nh}{4\pi} + \frac{knh}{4\pi m}$

20. $\Delta f = \pm \frac{eB}{2\pi m}$

21. $f = \frac{5Rc}{36}$

22. E **23.** A **24.** D **25.** B

26. a) $1{,}5 \cdot 10^6$ m/s b) $3{,}9 \cdot 10^{-11}$ m c) $3{,}9 \cdot 10^6$ vezes

27. A **30.** C **33.** B
28. D **31.** C **34.** D
29. A **32.** D **35.** D

36. a) $v = \left(\frac{\alpha^2 - 1}{\alpha}\right) \cdot c$

b) Para um fóton, a massa de repouso é nula, o que resulta energia de repouso também nula. Logo, para $E_0 = 0$, o valor de α fica indefinido.

37. a) demonstração

b) $m_0 \cong 206 m_{o_{e^-}}$

38. Demonstração

39. a) 1 A° b) $6{,}63 \cdot 10^{-24}$ Ns c) $2{,}4 \cdot 10^{-17}$ J

MÓDULOS ITA / IME

Frente 1 – ITA

1 **ITA 1987** Sejam $\vec{E}$ um campo elétrico e $\vec{B}$ um campo de indução magnética. A unidade de $|\vec{E}|/|\vec{B}|$ no Sistema Internacional de unidades é:

A $NC^{-1}\,Wb^{-1}$
B $Vm^{-1}\,Wb^{-1}$
C $Vm\,Wb\,C^{-1}$
D ms^{-1}
E nenhuma: é adimensional.

2 **ITA 1997** A força de gravitação entre dois corpos é dada pela expressão $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$. A dimensão da constante de gravitação G é então:

A $[L]^3\,[M]^{-1}\,[T]^{-2}$
B $[L]^3\,[M]\,[T]^{-2}$
C $[L]\,[M]^{-1}\,[T]^2$
D $[L]^2\,[M]^{-1}\,[T]^{-1}$
E Nenhuma.

3 **ITA 2002** Em um experimento verificou-se a proporcionalidade existente entre energia e a frequência de emissão de uma radiação característica. Neste caso, a constante de proporcionalidade, em termos dimensionais, é equivalente a:

A Força
B Quantidade de Movimento
C Momento Angular
D Pressão
E Potência

4 **ITA 1991** Para efeito de análise dimensional, considere as associações de grandezas apresentadas nas alternativas e indique qual delas *não* tem dimensão de tempo. Sejam: R = resistência elétrica, C = capacitância, M = momento angular, E = energia, B = indução magnética, S = área e I = corrente elétrica.

A $R \cdot C$
B $\frac{B \cdot S}{I \cdot R}$
C $\frac{M}{E}$
D $\sqrt{\frac{B \cdot S \cdot C}{I}}$
E Todas as afirmativas têm dimensão de tempo.

5 **ITA 1993** Num sistema de unidades em que as grandezas fundamentais são m (massa), p (quantidade de movimento), t (tempo) e i (corrente elétrica), as dimensões das seguintes grandezas: I) força, II) energia cinética, III) momento de uma força em relação a um ponto, IV) carga elétrica e V) resistência elétrica, são dadas por:

	I	II	III	IV	V
A	pt	$p^2 m^{-1}$	$p^2 m^{-1}$	it	$p^2 m^{-1} i^{-2}$
B	pt^{-1}	$p^2 m^{-2}$	$p^2 m^{-2}$	it^{-1}	$pmti$
C	$p^{-2} mt$	pmt	pmt^{-1}	$i^{-1}t$	$p^2 mt^{-1} i^{-2}$
D	pt^{-1}	$p^2 m^{-1}$	$p^2 m^{-1}$	it	$p^2 m^{-1} t^{-1} i^{-2}$
E	$p^{-1} mt^{-2}$	$p^2 m$	$p^{-2} m$	it^2	itm

6 **ITA 1999** Os valores de **x**, **y** e **z** para que a equação: $(força)^x \cdot (massa)^y = (volume) \cdot (energia)^z$ seja dimensionalmente correta, são, respectivamente:

A (–3, 0, 3)
B (–3, 0, –3)
C (3, –1, –3)
D (1, 2, –1)
E (1, 0, 1)

7 **ITA 2001** Uma certa grandeza física A é definida como o produto da variação de energia de uma partícula pelo intervalo de tempo em que esta variação ocorre. Outra grandeza, B, é o produto da quantidade de movimento da partícula pela distância percorrida. A combinação que resulta em uma grandeza adimensional é:

A AB
B A/B
C A/B^2
D A^2/B
E A^2B

8 **ITA 2004** Durante a apresentação do projeto de um sistema acústico, um jovem aluno do ITA esqueceu-se da expressão da intensidade de uma onda sonora. Porém, usando da intuição, concluiu ele que a intensidade média (I) é uma função da amplitude do movimento do ar (A), da frequência (f), da densidade do ar (ρ) e da velocidade do som (c), chegando à expressão $I = A^x f^y \rho^z c$. Considerando as grandezas fundamentais: massa, comprimento e tempo, assinale a opção correta que representa os respectivos valores dos expoentes x, y e z.

A –1, 2, 2
B 2, –1, 2
C 2, 2, –1
D 2, 2, 1
E 2, 2, 2

9 **ITA 2005** Quando camadas adjacentes de um fluido viscoso deslizam regularmente umas sobre as outras, o escoamento resultante é dito laminar. Sob certas condições, o aumento da velocidade provoca o regime de escoamento turbulento, que é caracterizado pelos movimentos irregulares (aleatórios) das partículas do fluido. Observa-se, experimentalmente, que o regime de escoamento (laminar ou turbulento) depende de um parâmetro adimensional (Número de Reynolds) dado por $R=\rho^{\alpha}v^{\beta}d^{\gamma}\eta^{\tau}$, em que ρ é a densidade do fluido, v, sua velocidade, η, seu coeficiente de viscosidade, e d, uma distância característica associada à geometria do meio que circunda o fluido. Por outro lado, num outro tipo de experimento, sabe-se que uma esfera, de diâmetro D, que se movimenta num meio fluido, sofre a ação de uma força de arrasto viscoso dada por $F=3\pi D\eta v$. Assim sendo, com relação aos respectivos valores de α, β, γ e τ, uma das soluções é:

A $\alpha=1, \beta=1, \gamma=1, \tau=-1$
B $\alpha=1, \beta=-1, \gamma=1, \tau=1$
C $\alpha=1, \beta=1, \gamma=-1, \tau=1$
D $\alpha=-1, \beta=1, \gamma=1, \tau=1$
E $\alpha=1, \beta=1, \gamma=0, \tau=1$

10 **ITA 1998** A velocidade de uma onda transversal em uma corda depende da tensão F a que está sujeita a corda, da massa m e do comprimento d da corda. Fazendo uma análise dimensional, concluímos que a velocidade poderia ser dada por:

A $F/(md)$
B $(Fm/d)^2$
C $(Fm/d)^{1/2}$
D $(Fd/m)^{1/2}$
E $(md/F)^2$

11 **ITA 1990** Em determinadas circunstâncias, verifica-se que a velocidade, v, das ondas na superfície de um líquido depende da massa específica, ρ, e da tensão superficial, τ, do líquido, bem como do comprimento de onda, λ, das ondas. Neste caso, admitindo-se que C é uma constante adimensional, pode-se afirmar que:

A $v=C\sqrt{\frac{\tau}{\rho\lambda}}$

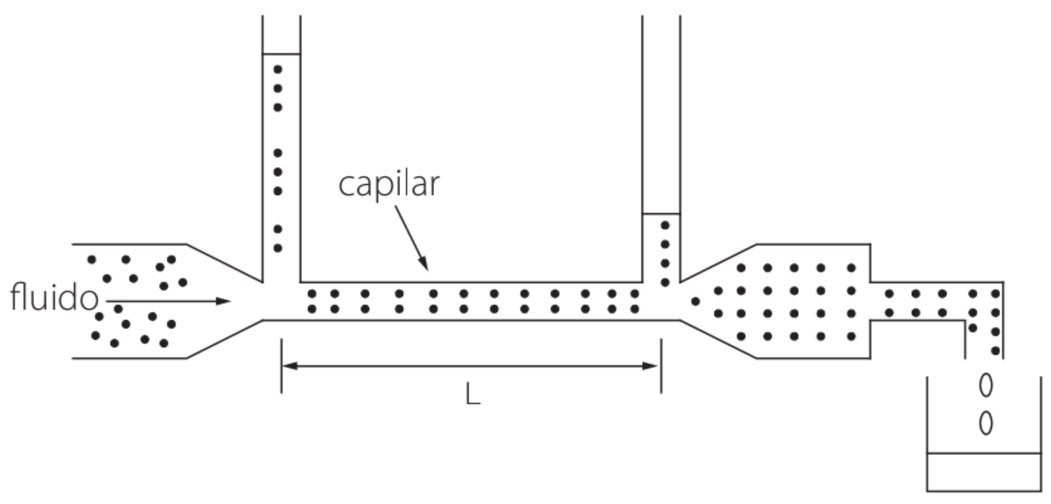
B $v=C\tau\rho\lambda$

C $v=C\sqrt{\tau\rho\lambda}$

D $v=C\frac{\rho\lambda^2}{\tau}$

E a velocidade é dada por uma expressão diferente das mencionadas.

12 **ITA 2000** A figura a seguir representa um sistema experimental utilizado para determinar o volume de um líquido por unidade de tempo que escoa através de um tubo capilar de comprimento L e seção transversal de área A. Os resultados mostram que a quantidade desse fluxo depende da variação de pressão ao longo do comprimento L do tubo por unidade de comprimento ($\Delta P/L$), do raio do tubo (a) e da viscosidade do fluido (η) na temperatura do experimento. Sabe-se que o coeficiente de viscosidade (η) de um fluido tem a mesma dimensão do produto de uma tensão (força por unidade de área) por um comprimento dividido por uma velocidade.
Recorrendo à análise dimensional, podemos concluir que o volume de fluido coletado por unidade de tempo é proporcional a:



A $\frac{A}{\eta}\frac{\Delta P}{L}$
B $\frac{\Delta P}{L}\frac{a^4}{\eta}$
C $\frac{L}{\Delta P}\frac{\eta}{a^4}$
D $\frac{\Delta P}{L}\frac{\eta}{A}$
E $\frac{L}{\Delta P}a^4\eta$

13 **ITA 2002** A massa inercial mede a dificuldade em se alterar o estado de movimento de uma partícula. Analogamente, o momento de inércia de massa mede a dificuldade em se alterar o estado de rotação de um corpo rígido. No caso de uma esfera, o momento de inércia em torno de um eixo que passa pelo seu centro é dado por $I=\frac{2}{5}MR^2$, em que M é a massa da esfera e R seu raio. Para uma esfera de massa M = 25,0 kg e raio R = 15,0 cm, a alternativa que melhor representa o seu momento de inércia é:

A $22{,}50\cdot10^2\ kg\cdot m^2$
B $2{,}25\ kg\cdot m^2$
C $0{,}225\ kg\cdot m^2$
D $0{,}22\ kg\cdot m^2$
E $22{,}00\ kg\cdot m^2$

14 **ITA 2007** Sobre um corpo de 2,5 kg de massa atuam, em sentidos opostos de uma mesma direção, duas forças de intensidades 150,40 N e 50,40 N, respectivamente. A opção que oferece o módulo da aceleração resultante com o número correto de algarismos significativos é:

A $40{,}00\ m/s^2$
B $40\ m/s^2$
C $0{,}4\cdot10^2\ m/s^2$
D $40{,}0\ m/s^2$
E $40{,}000\ m/s^2$

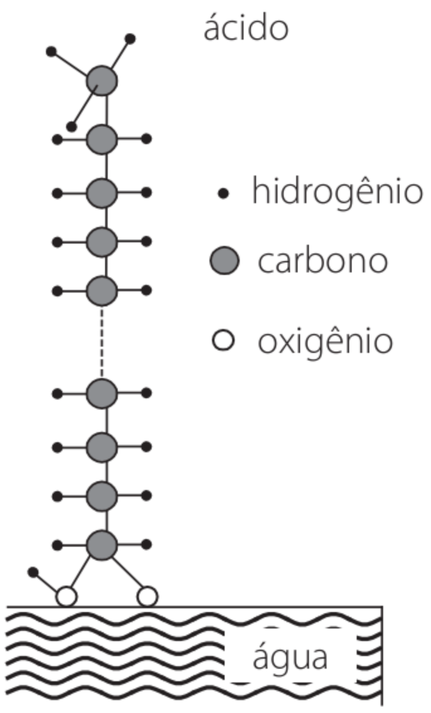
15 **ITA 1991** Considere a Terra como sendo uma esfera de raio R e massa M, uniformemente distribuída. Um satélite artificial descreve uma órbita circular a uma altura h da superfície da Terra, onde a aceleração gravitacional (sobre a órbita) é g. Em termos de algarismos significativos, o quadrado da velocidade do satélite é melhor representado por:

Dados: $R = 6{,}378 \cdot 10^6$ m, $M = 5{,}983 \cdot 10^{24}$ kg,

$h = 2{,}00 \cdot 10^5$ m e $g = 9{,}2$ m/s^2

A $16{,}81 \cdot 10^6$ (km/h)^2
B $3{,}62 \cdot 10^{32}$ (km/h)^2
C $6{,}05 \cdot 10^7$ (m/s)^2
D $6{,}0517 \cdot 10^7$ (m/s)^2
E nenhum dos valores apresentados é adequado.

16 **ITA 2006** Uma gota do ácido $CH_3(CH_2)_{16}COOH$ se espalha sobre a superfície da água até formar uma camada de moléculas cuja espessura se reduz à disposição ilustrada na figura. Uma das terminações deste ácido é polar, visto que se trata de uma ligação O–H, da mesma natureza que as ligações (polares) O–H da água. Essa circunstância explica a atração entre as moléculas de ácido e da água. Considerando o volume $1{,}56 \cdot 10^{-10}$ m^3 da gota do ácido, e seu filme com área de $6{,}25 \cdot 10^{-2}$ m^2, assinale a alternativa que estima o comprimento da molécula do ácido.



A $0{,}25 \cdot 10^{-9}$ m
B $0{,}40 \cdot 10^{-9}$ m
C $2{,}50 \cdot 10^{-9}$ m
D $4{,}00 \cdot 10^{-9}$ m
E $25{,}0 \cdot 10^{-9}$ m

17 **ITA 1996** Qual dos conjuntos abaixo contém somente grandezas cujas medidas estão corretamente expressas em **unidades SI** (Sistema Internacional de Unidades)?

A vinte graus Celsius, três newtons, 3,0 seg.
B 3 Volts, três metros, dez pascals.
C 10 Kg, 5 Km, 20 m/seg.
D 4,0 A, 3,2 μ, 20 volts.
E 100 K, 30 kg, 4,5 mT.

18 **ITA 1990** Uma dada diferença de potencial foi medida com uma incerteza de 5%. Se o valor obtido foi de 10 930 volts, a forma correta de expressar esta grandeza, em termos dos algarismos significativos, é:

A $1{,}09 \cdot 10^4$ V
B $1{,}093 \cdot 10^4$ V
C $1{,}0 \cdot 10^4$ V
D $1{,}0930 \cdot 10^4$ V
E 10,930 kV

19 **ITA 1996** Uma técnica muito empregada para medir o valor da aceleração da gravidade local é aquela que utiliza um pêndulo simples. Para se obter a maior precisão no valor de g deve-se:

A usar uma massa maior.
B usar um comprimento menor para o fio.
C medir um número maior de períodos.
D aumentar a amplitude das oscilações.
E fazer várias medidas com massas diferentes.

Frente 1 – IME

20 **IME 1991** As transformações politrópicas dos gases perfeitos são reagidas pela equação $PV^n = K$, onde P é a pressão do gás, V o seu volume e n e K são constantes. Determine o valor de n para que a constante K tenha a dimensional de trabalho.

21 **IME 1990** A potência P de uma hélice de avião depende do raio R da hélice, de sua velocidade angular ω e da massa específica do ar μ. Um aluno fica em dúvida se a equação correta que liga estas grandezas é $P = k\omega^3R^5\mu$ ou $P = k\omega^5R^3\mu$, em que k é uma constante adimensional. Identifique a equação correta e justifique sua afirmação.

22 **IME 1997** Suponha que a velocidade de propagação v de uma onda sonora dependa somente da pressão P e da massa específica do meio μ, de acordo com a expressão:

$$v = P^x \mu^y$$

Use a equação dimensional para determinar a expressão da velocidade do som, sabendo-se que não existe constante adimensional entre estas grandezas.

23 **IME 1993** Seja a equação $T = 2M^aK^bL^c$, onde T é o tempo, M é a massa, K é $\frac{\text{força}}{\text{comprimento}}$ e L é comprimento. Para que a equação seja dimensionalmente homogênea, determine os valores de a, b e c.

Frente 1 – IME 1ª Fase

24 **IME 1ª Fase 2007** Analisando certo fenômeno físico, um pesquisador verificou que determinada grandeza era diretamente proporcional ao produto de uma força por uma velocidade e inversamente proporcional ao produto do quadrado de um peso pelo cubo de uma aceleração. Sabendo-se que a constante de proporcionalidade é adimensional, a expressão dimensional da referida grandeza é:

A $[L]^{-4}\,[M]^{-2}\,[T]^{5}$
B $[L]^{-2}\,[M]^{-1}\,[T]^{3}$
C $[L]^{-5}\,[M]^{-3}\,[T]^{6}$
D $[L]^{-2}\,[M]^{-4}\,[T]^{4}$
E $[L]^{-3}\,[M]^{-1}\,[T]^{7}$

Frente 2 – ITA

25 **ITA 1987** Um avião Xavante está a 8 km de altura e voa horizontalmente a 700 km/h, patrulhando as costas brasileiras. Em dado instante, ele observa um submarino inimigo parado na superfície. Desprezando as forças de resistência do ar e adotando $g \cong 10\ ms^{-2}$, pode-se afirmar que o tempo de que dispõe o submarino para deslocar-se após o avião ter soltado uma bomba é de:

A 108 s
B 20 s
C 30 s
D 40 s
E Não é possível determiná-lo se não for conhecida a distância inicial entre o avião e o submarino.

26 **ITA 2001** Uma bola é lançada horizontalmente do alto de um edifício, tocando o solo decorridos aproximadamente 2 s. Sendo de 2,5 m a altura de cada andar, o número de andares do edifício é:

A 5
B 6
C 8
D 9
E indeterminado, pois a velocidade horizontal de arremesso da bola não foi fornecida.

27 **ITA 1993** O módulo v_1 da velocidade de um projétil no seu ponto de altura máxima é $\sqrt{\frac{6}{7}}$ do valor da velocidade v_2 no ponto onde a altura é metade da altura máxima. Obtenha o cosseno do ângulo de lançamento com relação a horizontal.

A Os dados fornecidos são insuficientes.
B $\sqrt{3}/2$
C $1/2$
D $\sqrt{2}/2$
E $\sqrt{3}/3$

28 **ITA 1996** Um corpo de massa M é lançado com velocidade inicial v formando com a horizontal um ângulo α, num local onde a aceleração da gravidade é g. Suponha que o vento atue de forma favorável sobre o corpo durante todo o tempo (ajudando a ir mais longe), com uma força F horizontal constante. Considere t como sendo o tempo total de permanência no ar. Nessas condições, o alcance do corpo é:

A $\frac{v^2}{g}\cdot \operatorname{sen} 2\alpha$
B $2vt + \frac{1}{2}\cdot\frac{Ft^2}{m}$
C $\frac{v^2}{g}\cdot \operatorname{sen} 2\alpha\left(1+\frac{F}{Mg}\cdot \operatorname{tg}\alpha\right)$
D vt
E outra expressão diferente das mencionadas.

29 **ITA 2004** Durante as Olimpíadas de 1968, na cidade do México, Bob Beamow bateu o recorde de salto em distância, cobrindo 8,9 m de extensão. Suponha que, durante o salto, o centro de gravidade do atleta teve sua altura variando de 1,0 m do início, chegando ao máximo de 2,0 m e terminando a 0,20 m no fim do salto. Desprezando o atrito com o ar, pode-se afirmar que o componente horizontal da velocidade inicial do salto foi de

A 8,5 m/s
B 7,5 m/s
C 6,5 m/s
D 5,2 m/s
E 4,5 m/s

30 **ITA 1989** Do alto de uma torre de 20 m de altura, um artilheiro mira um balão que se encontra parado sobre um ponto situado a 400 m do pé da torre. O ângulo de visada do artilheiro em relação à horizontal é de 15°. No instante exato em que o artilheiro dispara um projétil (P) os ocupantes do balão deixam cair um objeto (O) que é atingido pelo disparo. A velocidade do projétil ao deixar o cano da arma é $v_0 = 200$ m/s. Despreze a resistência do ar.

a) Faça um esquema indicando a configuração do problema.
b) Deduza as equações horárias: $x_P(t)$ e $y_P(t)$ para o projétil e $y_0(t)$ para o objeto (literalmente).
c) Calcule o instante do encontro projétil-objeto (numericamente).
d) Calcule a altura do encontro (numericamente).

Frente 2 – IME

31 **IME 2003** Um corpo de massa m_1 está preso a um fio e descreve uma trajetória circular de raio $1/\pi$ m. O corpo parte do repouso em $\theta = 0°$ (figura a) e se movimenta numa superfície horizontal sem atrito, sendo submetido a uma aceleração angular $\alpha = 6\pi/5$ rad/s². Em $\theta = 300°$ (figura b) ocorre uma colisão com um outro corpo de massa m_2 inicialmente em

repouso. Durante a colisão o fio é rompido e os dois corpos saem juntos tangencialmente à trajetória circular inicial do primeiro. Quando o fio é rompido, um campo elétrico E (figura b) é acionado e o conjunto, que possui carga total +Q, sofre a ação da força elétrica. Determine a distância d em que deve ser colocado um anteparo para que o conjunto colida perpendicularmente com o mesmo.

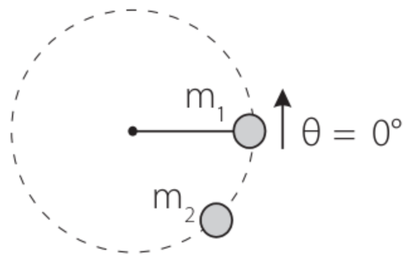


figura a

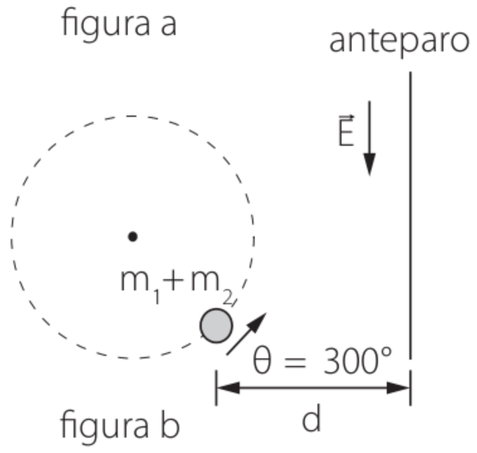


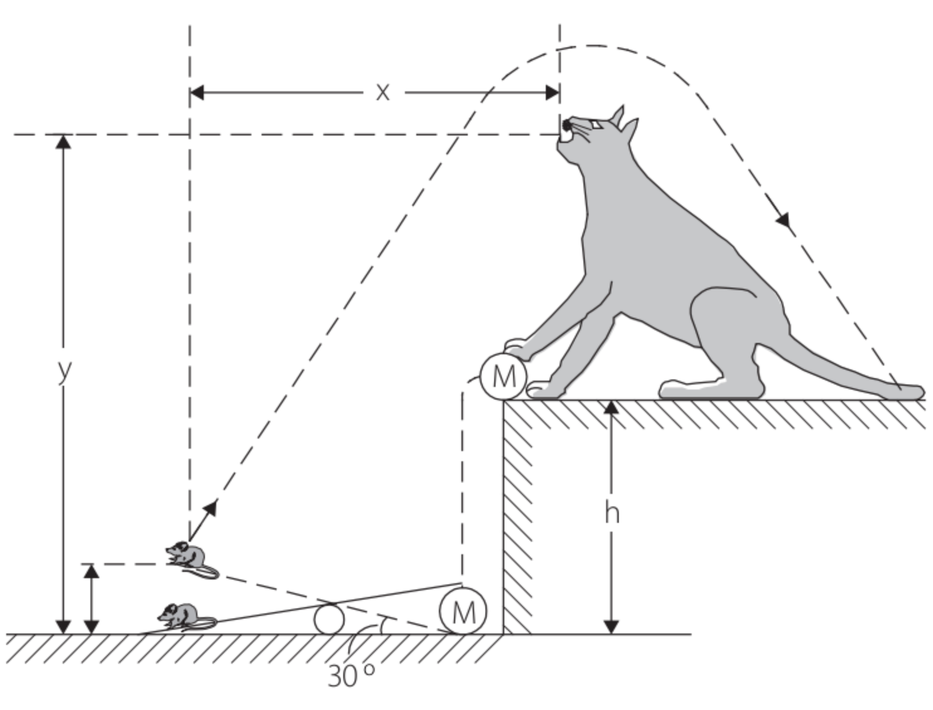
figura b

32 **IME 1993** Na borda de uma mesa há várias esferas pequenas de massas variadas. No solo, sobre a extremidade de uma gangorra, está um rato de 200g de massa, como mostra a figura. Um gato empurra uma esfera de massa M para cair na extremidade da gangorra oposta ao rato, na esperança de que este seja arremessado diretamente à sua boca, ao passar pelo ponto mais alto da trajetória.

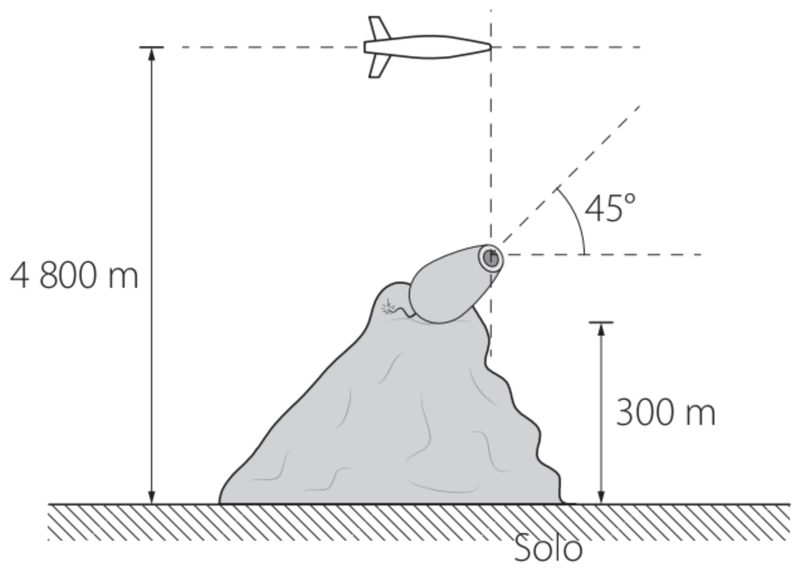
O rato arremessado pela gangorra, passa sobre a cabeça do gato, caio sobre a sua cauda e foge. O gato despontado, pede que você determine qual deveria ter sido a massa M da esfera para que seu plano tivesse dado certo.

Dados: $h = 1$ m; $y = 1{,}6$ m; $x = \frac{3}{\sqrt{3}}$ m; $z = 0{,}6$ m

Obs: Despreze a existência do ar, as resistências passivas e o peso da gangorra. Considere que a metade da energia da queda da esfera é absorvida pelo solo.



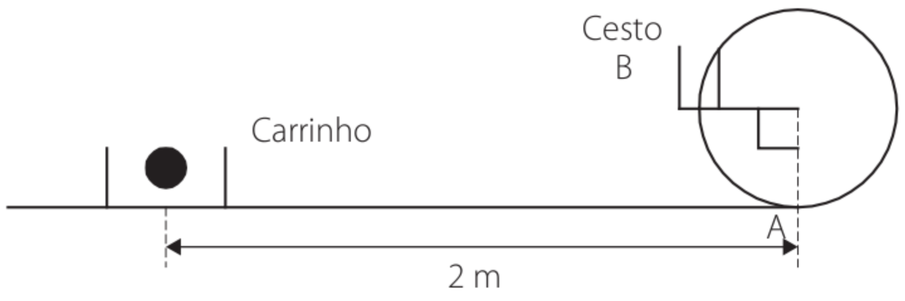
33 **IME 1994** Um míssil viajando paralelamente à superfície da terra com uma velocidade de 180 m/s, passa sobre um canhão à altura de 4800 m no exato momento em que seu combustível acaba. Neste instante, o canhão dispara a 45° e atinge o míssil. O canhão está no topo de uma colina de 300 m de altura. Sabendo-se a aceleração local da gravidade $g = 10$ m/s^2, determine a altura da posição de encontro do míssil com a bala do canhão, em relação ao solo. Despreze a resistência do ar.



34 **IME 1998** Um pequeno cesto é preso em uma haste que o faz girar no sentido horário com uma velocidade constante. Um carrinho, com velocidade de 1,5 m/s, traz consigo um brinquedo que arremessa bolinhas na vertical para cima com velocidade de 5,5 m/s. Quando o carrinho está a uma distância de 2 m do eixo por onde a haste é presa, uma bolinha é lançada. Nesse instante, o cesto está na posição mais baixa da trajetória (posição A), que é a altura do chão e a do lançamento da bolinha. A bolinha é arremessada e entra, por cima, no cesto quando este está na posição B indicada na figura. Determine:

a) o vetor velocidade da bolinha ao entrar no cesto;
b) a menor velocidade angular do cesto para que a bolinha entre no cesto.

Dado: $g = 10$ m/s^2.



35 **IME 1999** Uma bolinha de 50 g é largada da altura de 20 m. O vento está soprando e, além da aceleração da gravidade, a bolinha fica sujeita a uma aceleração horizontal, variável com o tempo, dada por $a_x = 2t$ m/s^2.

a) Faça o gráfico da componente horizontal da aceleração, desde o instante inicial até o instante em que a bolinha atinge o chão;

Determine:

b1) o vetor velocidade da bolinha, no instante em que ela atinge o chão;

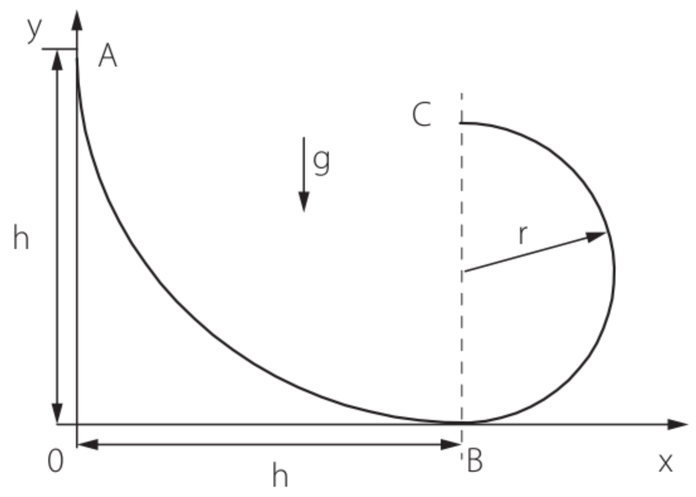
b2) a variação da energia total da bolinha entre o momento em que ela é largada e o momento em que atinge o chão.

Dado: aceleração da gravidade = 10 m/s^2.

36 **IME 2006** Uma partícula parte do repouso no ponto A e percorre toda a extensão da rampa ABC, mostrada na figura abaixo. A equação que descreve a rampa entre os pontos A, de coordenadas (0, h), e B, de coordenadas (h, 0), é

$$y = \frac{x^2}{h} - 2x + h$$

enquanto entre os pontos B e C, de coordenadas (h, 2r), a rampa é descrita por uma circunferência de raio r com centro no ponto de coordenadas (h, r). Sabe-se que a altura h é a mínima necessária para que a partícula abandone a rampa no ponto C e venha a colidir com ela em um ponto entre A e B. Determine o ponto de colisão da partícula com a rampa no sistema de coordenadas da figura como função apenas do comprimento r.



Dado: aceleração da gravidade = g.

Obs.: despreze as forças de atrito e a resistência do ar.

Frente 3 – ITA

37 **ITA 1989** Um astronauta faz experiências dentro do seu satélite esférico, que está em órbita circular ao redor da Terra. Colocando com cuidado um objeto de massa m bem no centro do satélite, o astronauta observa que o objeto mantém sua posição ao longo do tempo. Baseado na 2ª lei de Newton, um observador no Sol tenta explicar esse fato com as hipóteses abaixo. Qual delas é correta?

A Não existem forças atuando sobre o objeto (o próprio astronauta sente-se imponderável).

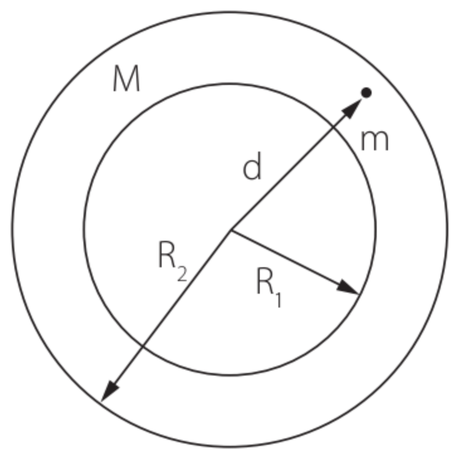
B Se a força de gravitação da Terra $F_g = G\frac{M_T m}{r^2}$ está atuando sobre o objeto e este fica imóvel é porque existe uma força centrífuga oposta que a equilibra.

C A carcaça do satélite serve de blindagem contra qualquer força externa.

D As forças aplicadas pelo Sol e pela Lua equilibram a atração da Terra.

E A força que age sobre o satélite é a da gravitação, mas a velocidade tangencial v do satélite deve ser tal que $mv^2/r = G\frac{M_T m}{r^2}$

38 **ITA 2000** Uma casca esférica tem raio interno R_1, raio externo R_2 e massa M distribuída uniformemente. Uma massa puntiforme m está localizada no interior dessa casca, a uma distância d de seu centro ($R_1 < d < R_2$). O módulo da força gravitacional entre as massas é:



A 0

B GMm/d^2

C $GMm/(R_2^3 - d^3)$

D $GMm/(d^3 - R_1^3)$

E $GMm(d^3 - R_1^3)/d^2(R_2^3 - R_1^3)$

39 **ITA 1987** Considere a Terra como um corpo homogêneo, isotrópico e esférico de raio R, girando em torno do seu eixo com frequência v (número de voltas por unidade de tempo), sendo g a aceleração da gravidade medida no equador. Seja v' a frequência com que a Terra deveria girar para que o peso dos corpos no equador fosse nulo. Podemos afirmar que:

A $v' = 4v$

B $v' = \infty$

C Não existe v' que satisfaça às condições do problema.

D $v' = \left(v^2 + \frac{g}{4\pi^2 R}\right)^{1/2}$

E $v' = \left(v^2 - \frac{g}{4\pi^2 R}\right)^{1/2}$

40 **ITA 1993** Qual seria o período (T) de rotação da Terra em torno do seu eixo, para que um objeto apoiado sobre a superfície da Terra no equador ficasse desprovido de peso?

Dados: raio da Terra: $6{,}4 \cdot 10^3$ km

massa da Terra: $6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg

constante da gravidade universal: $6{,}7 \cdot 10^{-11}$ N · m^2/kg^2

A T = 48 h

B T = 12 h

C T = 1,4 h

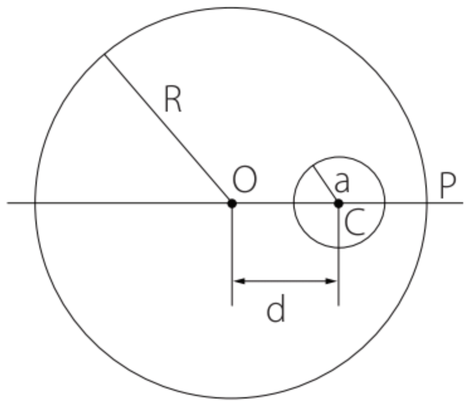
D T = 2,8 h

E T = 0

41 **ITA 1999** Considere a Terra uma esfera homogênea e que a aceleração da gravidade nos polos seja de 9,8 m/s^2. O número pelo qual seria preciso multiplicar a velocidade de rotação da Terra de modo que o peso de uma pessoa no Equador ficasse nulo é:

A 4π
B 2π
C 3
D 10
E 17

42 **ITA 2003** Variações no campo gravitacional na superfície da Terra podem advir de irregularidades na distribuição de sua massa. Considere a Terra como uma esfera de raio **R** e densidade ρ, uniforme, com uma cavidade esférica de raio **a**, inteiramente contida no seu interior. A distância entre os centros O, da Terra, e C, da cavidade, é d, que pode variar de 0 (zero) até **R – a**, causando, assim, uma variação do campo gravitacional em um ponto **P**, sobre a superfície da Terra, alinhado com **O** e **C**. (Veja a figura). Seja G_1 a intensidade do campo gravitacional em **P** sem a existência da cavidade na Terra, e G_2, a intensidade do campo no mesmo ponto, considerando a existência da cavidade. Então, o valor máximo da variação relativa: $(G_1 - G_2)/G_1$, que se obtém ao deslocar a posição da cavidade, é:



A $a^3/[(R - a)^2R]$
B $(a/R)^3$
C $(a/R)^2$
D a/R
E nulo.

43 **ITA 1986** Se colocarmos um satélite artificial de massa "m" girando ao redor de Marte (cuja massa é $6{,}37 \cdot 10^{23}$ kg) numa órbita circular, a relação entre a sua energia cinética (T) e a potencial gravitacional (U) será:

A $T = \frac{U}{2}$
B $T = 2U$
C $T = \frac{U}{2m}$
D $T = m \cdot U$
E $T = U$

44 **ITA 2000** O raio do horizonte de eventos de um buraco negro corresponde à esfera dentro da qual nada, nem mesmo a luz, escapa da atração gravitacional por ele exercida. Por coincidência, esse raio pode ser calculado não relativisticamente como o raio para o qual a velocidade de escape é igual à velocidade da luz. Qual deve ser o raio do horizonte de eventos de um buraco negro com uma massa igual à massa da Terra?

A 9 μm
B 9 mm
C 30 cm
D 90 cm
E 3 km

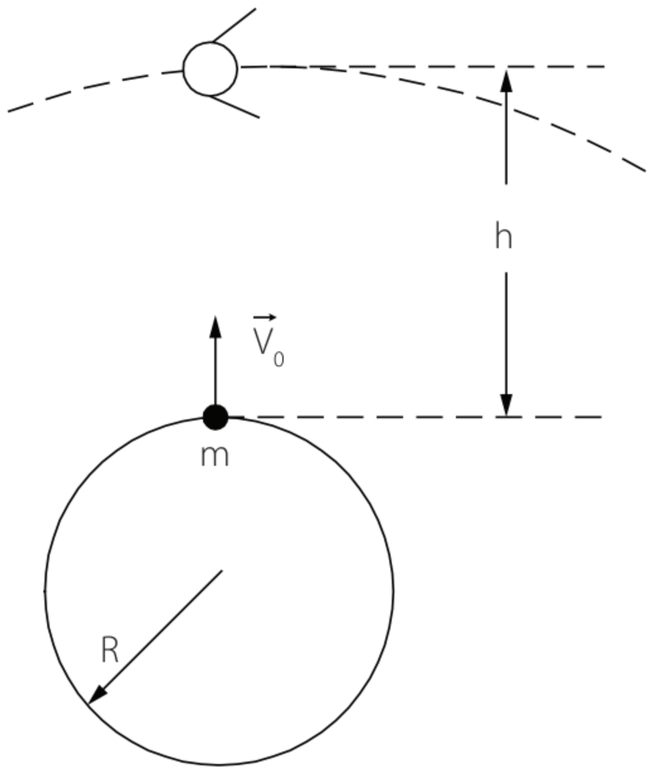
45 **ITA 1991** Considere um planeta cuja massa é o triplo da massa da Terra e seu raio, o dobro do raio da Terra. Determine a relação entre a velocidade de escape deste planeta e a da Terra (v_p/v_T) e a relação entre a aceleração gravitacional na superfície do planeta e da Terra (g_p/g_T).

A $\frac{v_p}{v_T} = \sqrt{\frac{3}{4}}$ e $\frac{g_p}{g_T} = \frac{3}{4}$
B $\frac{v_p}{v_T} = \sqrt{\frac{3}{2}}$ e $\frac{g_p}{g_T} = \frac{3}{4}$
C $\frac{v_p}{v_T} = \sqrt{\frac{3}{2}}$ e $\frac{g_p}{g_T} = \frac{3}{2}$
D $\frac{v_p}{v_T} = \frac{3}{2}$ e $\frac{g_p}{g_T} = \frac{3}{4}$
E Nenhuma das anteriores.

46 **ITA 1995** Considere que M_T é a massa da Terra, R_T o seu raio, g a aceleração da gravidade e G a constante de gravitação universal. Da superfície terrestre e verticalmente para cima, desejamos lançar um corpo de massa m para que, desprezada a resistência do ar, ele se eleve a uma altura acima da superfície igual ao raio da Terra. A velocidade inicial V do corpo neste caso deverá ser de:

A $V = \sqrt{(G \cdot M_T) / (2 \cdot R_T)}$
B $V = \sqrt{(g \cdot R_T) / m}$
C $V = \sqrt{(G \cdot M_T) / (R_T)}$
D $V = (g \cdot R_T)/2$
E $V = \sqrt{(g \cdot G \cdot M_T) / (m \cdot R_T)}$

47 **ITA 2007** Lançado verticalmente na Terra com velocidade inicial V_0, um parafuso de massa m chega com velocidade nula na órbita de um satélite artificial, geoestacionário em relação à Terra, que se situa na mesma vertical. Desprezando a resistência do ar, determine a velocidade V_0 em função da aceleração da gravidade g na superfície da Terra, raio da Terra R e altura h do satélite.



48 **ITA 2005** Suponha que na Lua, cujo raio é R, exista uma cratera de profundidade R/100, do fundo da qual um projétil é lançado verticalmente para cima com velocidade inicial ν igual à de escape. Determine literalmente a altura máxima alcançada pelo projétil, caso ele fosse lançado da superfície da Lua com aquela mesma velocidade inicial ν.

49 **ITA 1987** A respeito da lei da gravitação universal podemos afirmar que:

A Exprime-se pela fórmula P = mg.

B Pode ser deduzida das leis de Kepler do movimento planetário.

C Evidencia a esfericidade da Terra.

D Implica em que todos os movimentos planetários sejam circulares.

E É compatível com as leis de Kepler do movimento planetário.

50 **ITA 1994** As distâncias médias ao Sol dos seguintes planetas são: Terra, R_T; Marte, $R_M = 1{,}5\ R_T$ e Júpiter, $R_J = 5{,}2\ R_T$. Os períodos de revolução de Marte e Júpiter em anos terrestres (A) são:

	MARTE	JÚPITER
A	1,5 A	9,7 A
B	1,5 A	11,0 A
C	1,8 A	11,9 A
D	2,3 A	14,8 A
E	3,6 A	23,0 A

51 **ITA 1998** Estima-se que, em alguns bilhões de anos, o raio médio da órbita da Lua estará 50% maior do que é atualmente. Naquela época, seu período, que hoje é de 27,3 dias, seria:

A 14,1 dias

B 18,2 dias

C 27,3 dias

D 41,0 dias

E 50,2 dias

52 **ITA 1989** Comentando as leis de Kepler para o movimento planetário, um estudante escreveu:

I. Os planetas do sistema solar descrevem elipses em torno do Sol, que ocupa o centro dessas elipses.

II. Como o dia (do nascer ao pôr do sol) é mais curto no inverno e mais longo no verão, conclui-se que o vetor posição da Terra (linha que une esta ao Sol) varre uma área do espaço menor no inverno do que no verão, para o mesmo período de 24 horas.

III. Como a distância média da Terra ao Sol é de $1{,}50 \cdot 10^8$ km e a de Urano ao Sol é de $3{,}00 \cdot 10^9$ km, pela 3ª lei de Kepler conclui-se que o "ano" de Urano é igual a 20 vezes o ano da Terra.

IV. As leis de Kepler não fazem referência à força de interação entre o Sol e os planetas.

Verifique quais as afirmações que estão corretas e assinale a opção correspondente.

A I e IV estão corretas.

B Só a I está correta.

C II e IV estão corretas.

D Só a IV está correta.

E II e III estão corretas.

53 **ITA 1991** Um satélite artificial geoestacionário permanece acima de um mesmo ponto da superfície da Terra em uma órbita de raio R. Usando um valor de $R_T = 6400$ km para o raio da Terra, a razão R/R_T é aproximadamente igual a:

Dado: $g = 9{,}8\ m/s^2$.

A 290

B 66

C 6,6

D 11,2

E indeterminada, pois a massa do satélite não é conhecida.

54 **ITA 1992** Na 3ª lei de Kepler, a constante de proporcionalidade entre o cubo do semieixo maior da elipse (a) descrita por um planeta e o quadrado do período (P) de translação do planeta, pode ser deduzida do caso particular do movimento circular. Sendo G a constante da gravitação universal, M a massa do Sol, R o raio do Sol temos:

A $\frac{a^3}{P^2} = \frac{GMR}{4\pi^2}$

B $\frac{a^3}{P^2} = \frac{GR}{4\pi^2}$

C $\frac{a^3}{P^2} = \frac{GM}{2\pi^2}$

D $\frac{a^3}{P^2} = \frac{GM^2}{R}$

E $\frac{a^3}{P^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$

55 **ITA 2004** Uma estrela mantém presos, por meio de sua atração gravitacional, os planetas Alfa, Beta e Gama. Todos descrevem órbitas elípticas, em cujo foco comum se encontra a estrela, conforme a primeira lei de Kepler. Sabe-se que o semieixo maior da órbita de Beta é o dobro daquele da órbita de Gama. Sabe-se também que o período de Alfa é $\sqrt{2}$ vezes maior que o período de Beta. Nestas condições, pode-se afirmar que a razão entre o período de Alfa e o de Gama é:

A $\sqrt{2}$
B 2
C 4
D $4\sqrt{2}$
E $6\sqrt{2}$

56 **ITA 1996** Uma nave espacial está circulando a Lua em uma órbita circular de raio R e período T. O plano da órbita dessa nave é o mesmo que o plano da órbita da Lua ao redor da Terra. Nesse caso, para um observador terrestre, se ele pudesse enxergar a nave (durante todo o tempo), o movimento dela, em relação à Lua, pareceria

A um movimento circular uniforme de raio R e período T.
B um movimento elíptico.
C um movimento periódico de período 2T.
D um movimento harmônico simples de amplitude R.
E diferente dos citados acima.

57 **ITA 1997** O primeiro planeta descoberto fora do sistema solar, 51 Pegasi B, orbita a estrela 51 Pegasi, completando uma revolução a cada 4,2 dias. A descoberta do 51 Pegasi B, feita por meios espectroscópicos, foi confirmada logo em seguida por observação direta do movimento periódico da estrela devido ao planeta que a orbita. Conclui-se que 51 Pegasi B orbita a estrela 51 Pegasi a 1/20 da distância entre o Sol e a Terra.

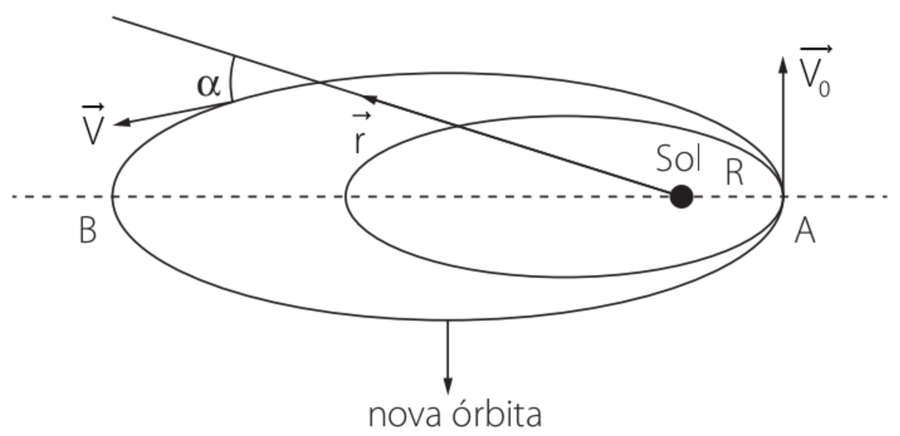
Considere as seguintes afirmações: se o semieixo maior da órbita do planeta 51 Pegasi B fosse 4 vezes maior do que é, então

I. A amplitude do movimento periódico da estrela 51 Pegasi, como visto da Terra, seria 4 vezes maior do que é.
II. A velocidade máxima associada ao movimento periódico da estrela 51 Pegasi, como visto da Terra, seria 4 vezes maior do que é.
III. O período de revolução do planeta 51 Pegasi B seria de 33,6 dias.

Das afirmativas mencionadas:

A Apenas I é correta.
B I e II são corretas.
C I e III são corretas.
D II e III são corretas.
E As informações fornecidas são insuficientes para concluir quais são corretas.

58 **ITA 1999** Suponha um cenário de ficção científica em que a Terra é atingida por um imenso meteoro. Em consequência do impacto, somente o módulo da velocidade da Terra é alterado, sendo $\mathbf{V_0}$ seu valor imediatamente após o impacto, como mostra a figura abaixo. O meteoro colide com a Terra exatamente na posição onde a distância entre a Terra e o Sol é mínima (distância **OA** = **R** na figura). Considere a atração gravitacional exercida pelo Sol, tido como referencial inercial, como a única força de interação que atua sobre a Terra após a colisão, e designe por **M** a massa do Sol e por **G** a constante da gravitação universal. Considere ainda que o momento angular da Terra seja conservado, isto é, a quantidade de módulo $m|\vec{r}||\vec{V}|\text{sen}(\alpha)$ permanece constante ao longo da nova trajetória elíptica da Terra em torno do Sol (nessa expressão, **m** é a massa da Terra, $|\vec{r}|$ é o módulo do vetor posição da Terra em relação a Sol, $|\vec{V}|$ o módulo da velocidade da Terra e α o ângulo entre $|\vec{r}|$ e $|\vec{V}|$). A distância (**OB**), do apogeu ao centro do Sol, da trajetória que a Terra passa a percorrer após o choque com o meteoro, é dada pela relação:



A $\dfrac{R^2V_0^{\,2}}{2GM - RV_0^{\,2}}$
B $\dfrac{R^2V_0^{\,2}}{2GM + RV_0^{\,2}}$
C $\dfrac{R^2V^2\text{sen}^2(\alpha)}{2GM + RV_0^2}$
D $\dfrac{R^2V_0^2}{2GM + RV^2\text{sen}(\alpha)}$
E R

59 **ITA 2005** Satélite síncrono é aquele que tem sua órbita no plano do equador de um planeta, mantendo-se estacionário em relação a este. Considere um satélite síncrono em órbita de Júpiter cuja massa é $M_J = 1{,}9 \cdot 10^{27}$ kg e cujo raio é $R_J = 7{,}0 \cdot 10^7$ m. Sendo a constante da gravitação universal $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$ e considerando que o dia de Júpiter é de aproximadamente 10h, determine a altitude do satélite em relação à superfície desse planeta.

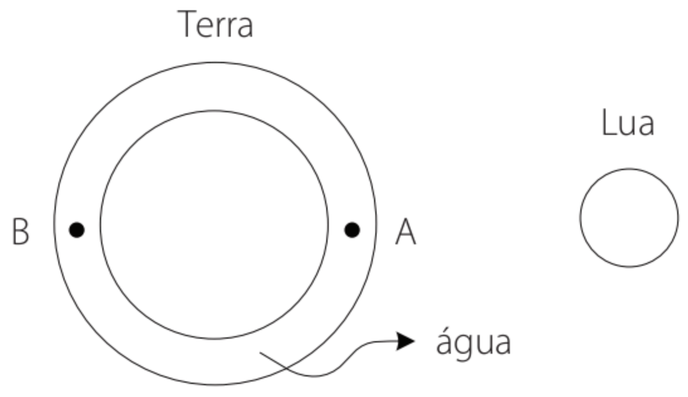
60 **ITA 2002** Um dos fenômenos da dinâmica de galáxias, considerado como evidência da existência de matéria escura, é que estrelas giram em torno do centro de uma galáxia com a mesma velocidade angular, independentemente de sua distância ao centro. Sejam M_1 e M_2 as porções de massa (uniformemente distribuída) da galáxia no interior de esferas de raios R e 2R, respectivamente. Nestas condições, a relação entre essas massas é dada por:

A $M_2 = M_1$
B $M_2 = 2M_1$
C $M_2 = 4M_1$
D $M_2 = 8M_1$
E $M_2 = 16M_1$

61 **ITA 1988** Duas estrelas de massa m e 2m respectivamente, separadas por uma distância d e bastante afastadas de qualquer outra massa considerável, executam movimentos circulares em torno do centro de massa comum. Nestas condições, o tempo T para uma revolução completa, a velocidade v(2m) da estrela maior, bem como a energia mínima W para separar completamente as duas estrelas são:

	T	v(2m)	W
A	$2\pi d\sqrt{\frac{d}{3Gm}}$	$\sqrt{\frac{Gm}{3d}}$	$+\frac{2Gm^2}{d}$
B	$2\pi d\sqrt{\frac{Gm}{3d}}$	$2\sqrt{\frac{Gm}{3d}}$	$-\frac{Gm^2}{d}$
C	$2\pi d\sqrt{\frac{3d}{Gm}}$	$\sqrt{\frac{Gm}{3d}}$	$+\frac{Gm^2}{d}$
D	$\pi d\sqrt{\frac{3d}{Gm}}$	$2\sqrt{\frac{Gm}{3d}}$	$-\frac{Gm^2}{d}$
E	$2\pi d\sqrt{\frac{d}{3Gm}}$	$\sqrt{\frac{Gm}{3d}}$	$+\frac{Gm^2}{d}$

62 **ITA 2003** Sabe-se que a atração gravitacional da lua sobre a camada de água é a principal responsável pelo aparecimento de marés oceânicas na Terra. A figura mostra a Terra, supostamente esférica, homogeneamente recoberta por uma camada de água. Nessas condições, considere as seguintes afirmativas:

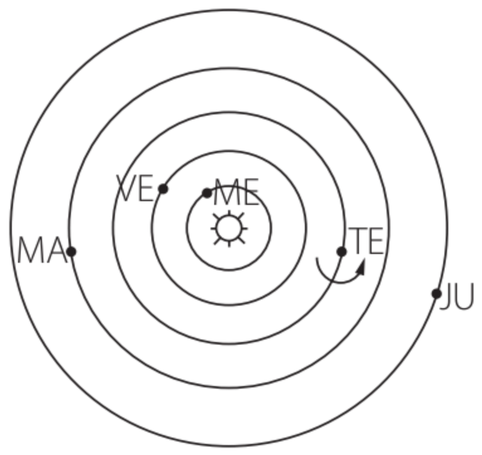


I. As massas de água próximas das regiões A e B experimentam marés altas simultaneamente.
II. As massas de água próximas das regiões A e B experimentam marés opostas, isto é, quando A tem maré alta, B tem maré baixa e vice-versa.
III. Durante o intervalo de tempo de um dia ocorrem duas marés altas e duas marés baixas.

Então, está(ão) correta(s), apenas:

A a afirmativa I.
B a afirmativa II.
C a afirmativa III.
D as afirmativas I e II.
E as afirmativas I e III.

63 **ITA 1996** Numa certa data, a posição relativa dos corpos celestes do Sistema Solar era, para um observador fora do Sistema, a seguinte:



O sentido de rotação da Terra está indicado na figura. A figura não está em escala. Do diagrama apresentado, para um observador terrestre não muito distante do equador, pode-se afirmar que:

I. Marte e Júpiter eram visíveis à meia-noite.
II. Mercúrio e Vênus eram visíveis à meia-noite.
III. Marte era visível a oeste ao entardecer.
IV. Júpiter era visível à meia-noite.

A Somente a IV é verdadeira.
B III e IV são verdadeiras.
C Todas são verdadeiras.
D I e IV são verdadeiras.
E Nada se pode afirmar com os dados fornecidos.

ME = Mercúrio VE = Vênus TE = Terra MA = Marte
JU = Júpiter

Frente 3 – IME

64 **IME 2005** Um objeto foi achado por uma sonda espacial durante a exploração de um planeta distante. Esta sonda possui um braço ligado a uma mola ideal presa a garras especiais. Ainda naquele planeta, observou-se no equilíbrio um deslocamento $x_p = 0{,}8 \cdot 10^{-2}$ m na mola, com o objeto totalmente suspenso. Retornando à Terra, repetiu-se o experimento observando um deslocamento $x_T = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ m. Ambos os deslocamentos estavam na faixa linear da mola.

Esse objeto foi colocado em um recipiente termicamente isolado a 378 K em estado sólido. Acrescentou-se 200 g de gelo a 14 °F. Usando um termômetro especial, graduado em uma escala E de temperatura, observou-se que o equilíbrio ocorreu a 1,5 °E, sob pressão normal.

Determine:

a) a razão entre o raio do planeta de origem e o raio da Terra;
b) o calor específico do objeto na fase sólida.

Dados: a massa do planeta é 10% da massa da Terra;
aceleração da gravidade na Terra (g) = 10 m/s²;
temperatura de fusão da água sob pressão normal na escala E: –12 °E;
temperatura de ebulição da água sob pressão normal na escala E: 78 °E;
calor específico do gelo: 0,55 cal/g°C;
calor específico da água na fase líquida: 1,00 cal/g°C;
calor latente de fusão da água: 80 cal/g;
massa específica da água: 1 g/cm³;
constante elástica da mola (k) = 502,5 N/m.

65 **IME 2002** Um conjunto é constituído por dois cubos colados. O cubo base, de lado L, recebe, sobre o centro da sua face superior, o centro da face inferior do segundo cubo de lado

L/4. Tal conjunto é imerso em um grande reservatório onde se encontram dois líquidos imiscíveis, com massas específicas ρ_A e ρ_B, sendo $\rho_A < \rho_B$. A altura da coluna do líquido A é 9L/8. Em uma primeira situação, deixa-se o conjunto livre e, no equilíbrio, constata-se que somente o cubo maior se encontra totalmente imerso, como mostra a figura 1. Uma força F é uniformemente aplicada sobre a face superior do cubo menor, até que todo o conjunto fique imerso, na posição representada na figura 2. Determine a variação desta força quando a experiência for realizada na Terra e em um planeta X, nas mesmas condições de temperatura e pressão.

Obs.: admita que a imersão dos blocos não altere as alturas das colunas dos líquidos.

Dados: massa da Terra = M_T; massa do planeta X = M_X; raio da Terra = R_T; raio do planeta X = R_X;

aceleração da gravidade na Terra = g

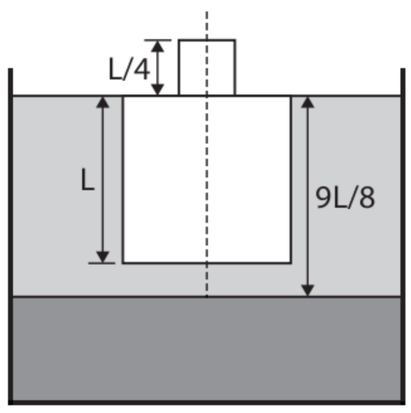


Figura 1

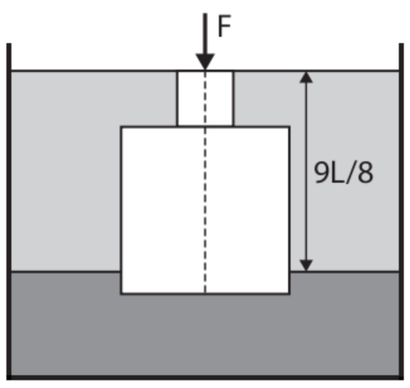


Figura 2

66 **IME 1992** Sabe-se que a energia potencial de um satélite em órbita terrestre é dada por $U = -\frac{G \cdot M \cdot m}{r}$ onde

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$ (constante gravitacional)

$M = 6{,}00 \cdot 10^{24}$ kg (massa da Terra)

r = raio da órbita

Sabendo que o raio da Terra vale R = 6.370 km, calcule a energia mecânica de uma maçã de 0,2 kg de massa deixada, por um astronauta, a uma distância de 300 km da superfície terrestre.

67 **IME 1986** O raio e a massa de um planeta **x**, sem atmosfera, valem respectivamente $0{,}5R_T$ e $0{,}2M_T$. R_T e M_T são raio e massa da Terra. Sendo de 10 m/s^2 a aceleração da gravidade na superfície da Terra, determine:

1. a aceleração da gravidade na superfície do planeta x.
2. a velocidade mínima, com que um corpo deveria ser lançado do planeta x, para escapar de seu campo gravitacional.

68 **IME 1989** Um astronauta em traje espacial e completamente equipado pode dar pulos verticais de 0,5 m na Terra. Determine a altura máxima que o astronauta poderá pular em um outro planeta, sabendo-se que o seu diâmetro é um quarto do da Terra e sua massa específica dois terços da terrestre. Considere que o astronauta salte em ambos os planetas com a mesma velocidade inicial.

Frente 3 – IME 1ª Fase

69 **IME 1ª Fase 2007** Um astronauta encontra-se em um planeta onde a altura máxima que atinge com seus pulos verticais é de 0,5 m. Em um segundo planeta, a altura máxima alcançada é seis vezes maior. Supondo que os dois planetas tenham densidades uniformes μ e $2\mu/3$, respectivamente, a razão entre o raio do segundo planeta e o raio do primeiro é:

A $\frac{1}{2}$

B $\frac{1}{3}$

C $\frac{1}{4}$

D $\frac{1}{6}$

E $\frac{1}{8}$

Frente 4 – ITA

70 **ITA 1987** Considere os seguintes fenômenos ondulatórios:

I. Luz

II. Som

III. Perturbação propagando-se numa mola helicoidal esticada

Podemos afirmar que:

A I, II e III necessitam de um suporte material para propagar-se.

B I é transversal, II é longitudinal e III tanto pode ser transversal como longitudinal.

C I é longitudinal, II é transversal e III é longitudinal.

D I e III podem ser longitudinais.

E Somente III é longitudinal.

71 **ITA 1988** Uma luz monocromática propagando-se no vácuo com um comprimento de onda $\lambda = 6\,000$ A° (1 A° = 10^{-10} m) incide sobre um vidro de índice de refração n = 1,5 para este comprimento de onda. Considere a velocidade da luz no vácuo como sendo de 300 000 km/s. No interior deste vidro, esta luz:

A irá se propagar com seu comprimento de onda inalterado, porém com uma nova frequência $f' = 3{,}3 \cdot 10^{-14}$ Hz.

B irá se propagar com um novo comprimento de onda $\lambda' = 4000$ A°, bem como com uma nova frequência $f' = 3{,}3 \cdot 10^{-14}$ Hz.

C irá se propagar com uma nova velocidade $v = 2 \cdot 10^8$ m/s, bem como com uma nova frequência $f' = 3{,}3 \cdot 10^{-14}$ Hz.

D irá se propagar com uma nova frequência $f' = 3{,}3 \cdot 10^{-14}$ Hz, e um novo comprimento de onda $\lambda' = 4000$ A°, bem como com uma nova velocidade $v = 2 \cdot 10^8$ m/s.

E irá se propagar com a mesma frequência $f' = 5 \cdot 10^{-14}$ Hz, com um novo comprimento de onda $\lambda' = 4000$ A°, e com uma nova velocidade $v = 2 \cdot 10^8$ m/s.

72 **ITA 1995** A faixa de emissão de rádio em frequência modulada, no Brasil, vai de, aproximadamente, 88 MHz a 108 MHz. A razão entre o maior e o menor comprimento de onda desta faixa é:

A 1,2
B 15
C 0,63
D 0,81
E Impossível calcular não sendo dada a velocidade de propagação da onda.

73 **ITA 1991** Um medidor de intensidade luminosa indica que uma placa de vidro interposta a um feixe de luz incidente permite a passagem de 80% da intensidade original I_0. Obtenha uma expressão para a intensidade I_n (quando n placas iguais forem interpostas) como função de I_0 e n. Determine, também, o número mínimo de placas que devem ser interpostas para que a intensidade seja menor que 20% de I_0.

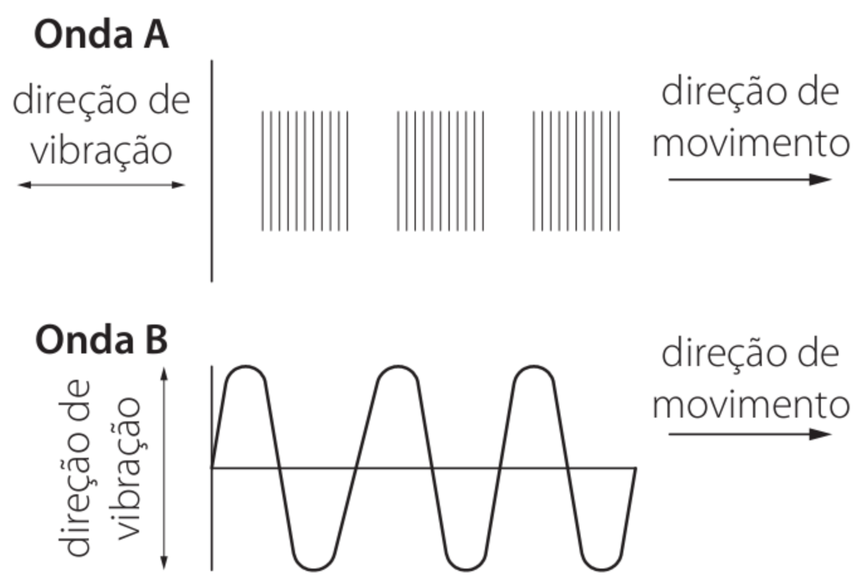
Dado: log 5 = 0,699.

A $I_n = (0,8)^n . I_0$ e 7 placas
B $I_n = (0,2)^n . I_0$ e 2 placas
C $I_n = (0,8)^n . I_0$ e 8 placas
D $I_n = \frac{0,8}{n} . I_0$ e 5 placas
E nenhuma das anteriores.

74 **ITA 1998** A distância de Marte ao Sol é aproximadamente 50% maior do que aquela entre a Terra e o Sol. Superfícies planas de Marte e da Terra, de mesma área e perpendiculares aos raios solares, recebem por segundo as energias de irradiação solar U_M e U_T, respectivamente. A razão entre as energias, U_M/U_T, é aproximadamente:

A 4/9
B 2/3
C 1
D 3/2
E 9/4

75 **ITA 1999** Considere as seguintes afirmações relativas às formas de ondas mostradas na figura abaixo:



I. A onda A é conhecida como onda longitudinal e seu comprimento de onda é igual à metade do comprimento de onda da onda B.
II. Uma onda sonora propagando-se no ar é melhor descrita pela onda A, onde as regiões escuras são chamadas de regiões de compressão e as regiões claras, de regiões de rarefação.
III. Se as velocidades das ondas A e B são iguais e permanecem constantes e ainda, se o comprimento de onda da onda B é duplicado, então o período da onda A é igual ao período da onda B.

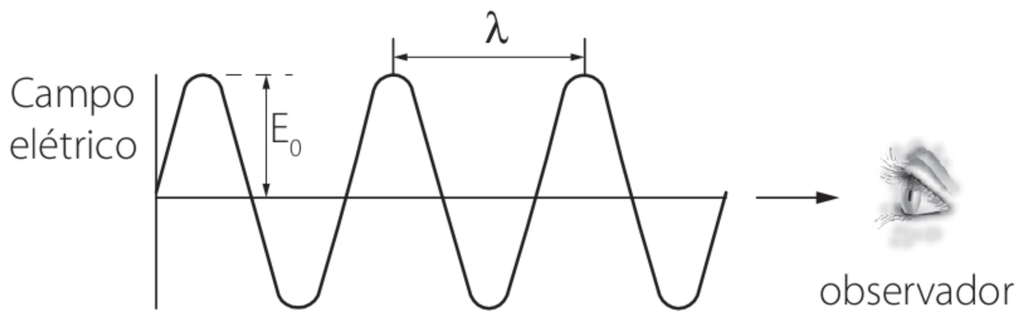
Então, pode-se concluir que:

A somente II é correta
B I e II são corretas
C todas são corretas
D II e III são corretas
E I e III são corretas

76 **ITA 2000** Uma onda eletromagnética com um campo elétrico de amplitude E_0, frequência f e comprimento de onda $\lambda = 550$ nm é vista por um observador, como mostra a figura. Considere as seguintes proposições:

I. Se a amplitude do campo elétrico E_0 for dobrada, o observador perceberá um aumento do brilho da onda eletromagnética.
II. Se a frequência da onda for quadruplicada, o observador não distinguirá qualquer variação do brilho da onda eletromagnética.
III. Se a amplitude do campo elétrico for dobrada e a frequência da onda quadruplicada, então o observador deixará de visualizar a onda eletromagnética.

Lembrando que a faixa de comprimento de ondas em que a onda eletromagnética é perceptível ao olho humano, compreende valores de 400 nm a 700 nm, pode-se afirmar que:



A apenas II é correta.
B somente I e II são corretas.
C todas são corretas.
D somente II e III são corretas.
E somente I e III são corretas.

77 **ITA 2003** Uma onda acústica plana de 6,0 kHz, propagando-se no ar a uma velocidade de 340 m/s, atinge uma película plana com um ângulo de incidência de 60°. Suponha que a película separa o ar de uma região que contém o gás CO_2, no qual a velocidade de propagação do som é de 280 m/s. Calcule o valor aproximado do ângulo de refração e indique o valor da frequência do som no CO_2.

78 **ITA 2004** Duas partículas carregadas com cargas opostas estão posicionadas em uma corda nas posições x = 0 e x = π, respectivamente. Uma onda transversal e progressiva de equação y(x, t) = (π/2) · sen(x – ω t), presente na corda, é capaz de transferir energia para as partículas, não sendo, porém, afetada por elas. Considerando T o período da onda, E_f, a energia potencial elétrica das partículas no instante t = T/4, e E_i essa mesma energia no instante t = 0, assinale a opção **correta** indicativa da razão E_f / E_i.

A $\sqrt{2} / 2\pi$
B $\sqrt{2} / 2$
C $\sqrt{2}$
D $\sqrt{2}\pi / 2$
E $\sqrt{2}\pi$

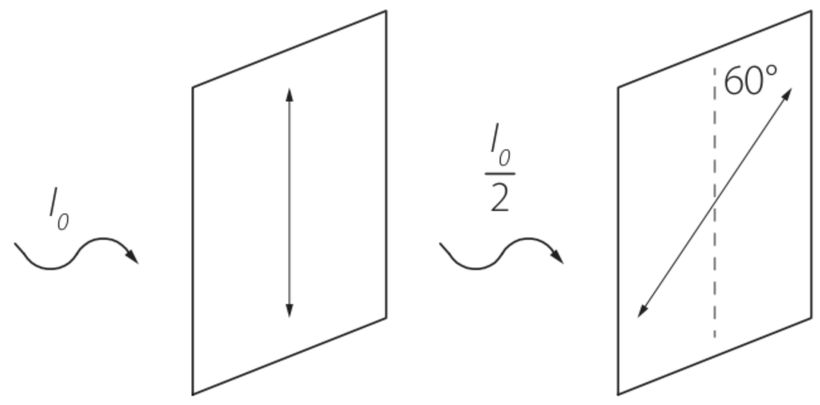
79 **ITA 1987** Numa experiência de óptica, um analisador de polarização é disposto com seu plano de polarização formando um ângulo de 60° com o plano de vibração de um feixe luminoso plano-polarizado. A relação entre a intensidade transmitida e a intensidade incidente é:

A $\frac{1}{2}$
B $\frac{3}{4}$
C $\frac{1}{4}$
D $\frac{\sqrt{3}}{2}$
E 0

80 **ITA 1990** Luz linearmente polarizada (ou plano-polarizada) é aquela que:

A apresenta uma só frequência;
B se refletiu num espelho plano;
C tem comprimento de onda menor que o da radiação ultravioleta;
D tem a oscilação, associada a sua onda, paralela a um plano;
E tem a oscilação, associada a sua onda, na direção de propagação.

81 **ITA 2000** Uma luz não-polarizada de intensidade I_0 ao passar por um primeiro polaroide tem sua intensidade reduzida pela metade, como mostra a figura. A luz caminha em direção a um segundo polaroide que tem seu eixo inclinado em um ângulo de 60° em relação ao primeiro. A intensidade de luz que emerge do segundo polaroide é



A I_0
B 0,25 I_0
C 0,375 I_0
D 0,5 I_0
E 0,125 I_0

82 **ITA 1999** No final de uma tarde de céu límpido, quando o Sol está no horizonte, sua cor parece "avermelhada". A melhor explicação para esse belo fenômeno da natureza é que:

A o Sol está mais distante da Terra.
B a temperatura do Sol é menor no final da tarde.
C a atmosfera da Terra espalha comprimentos de ondas mais curtos, como por exemplo o da luz azul.
D a atmosfera da Terra absorve os comprimentos de onda azul e verde.
E a atmosfera da Terra difrata a luz emitida pelo Sol.

83 **ITA 1996** "Cada ponto de uma frente de onda pode ser considerado como a origem de ondas secundárias tais que a envoltória dessas ondas forma a nova frente de onda".

I. Trata-se de um Princípio aplicável somente a ondas transversais.
II. Tal Princípio é aplicável somente a ondas sonoras.
III. É um Princípio válido para todos os tipos de ondas tanto mecânicas quanto ondas eletromagnéticas.

Das afirmativas feitas, pode-se dizer que:

A somente I é verdadeira.
B todas são falsas.
C somente III é verdadeira.
D somente II é verdadeira.
E I e II são verdadeiras.

84 **ITA 1997** Considere as seguintes afirmações sobre o fenômeno de interferência da luz proveniente de duas fontes:

I. O fenômeno de interferência de luz ocorre somente no vácuo.
II. O fenômeno de interferência é explicado pela teoria ondulatória da luz.
III. Quaisquer fontes de luz, tanto coerentes quanto incoerentes, podem produzir o fenômeno de interferência.

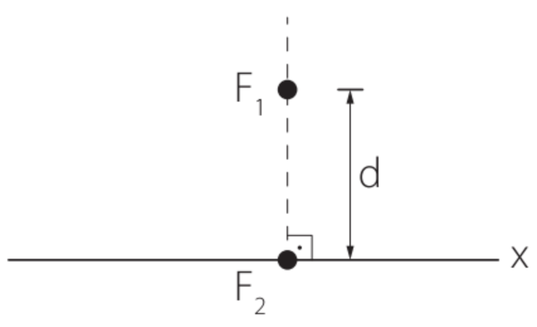
Das afirmativas mencionadas, é (são) correta(s):

A Apenas I
B Apenas II
C I e II
D I e III
E II e III

85 **ITA 1990** Uma onda transversal é aplicada sobre um fio preso pelas extremidades, usando-se um vibrador cuja frequência é de 50 Hz. A distância média entre os pontos que praticamente não se movem é de 47 cm. Então a velocidade das ondas neste fio é de:

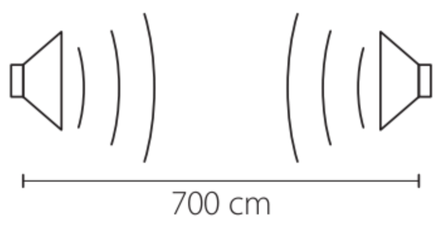
A 47 m/s
B 23,5 m/s
C 0,94 m/s
D 1,1 m/s
E outro valor.

86 **ITA 2004** Na figura, F_1 e F_2 são fontes sonoras idênticas que emitem, em fase, ondas de frequência f e comprimento de onda λ. A distância d entre as fontes é igual a 3 λ. Pode-se então afirmar que a menor distância não nula, tomada a partir de F_2, ao longo do eixo x, para a qual ocorre interferência construtiva, é igual a



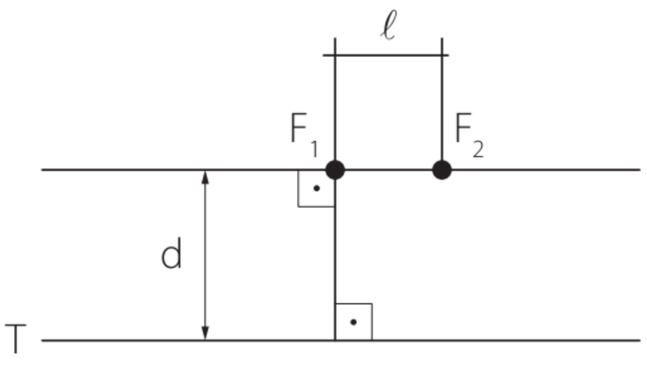
A $4\lambda / 5$
B $5\lambda / 4$
C $3\lambda / 2$
D 2λ
E 4λ

87 **ITA 2007** A figura mostra dois alto-falantes alinhados e alimentados em fase por um amplificador de áudio na frequência de 170 Hz. Considere que seja desprezível a variação da intensidade do som de cada um dos alto-falantes com a distância e que a velocidade do som é de 340 m/s. A maior distância entre dois máximos de intensidade da onda sonora formada entre os alto-falantes é igual a



A 2 m.
B 3 m.
C 4 m.
D 5 m.
E 6 m.

88 **ITA 1994** Na figura, F_1 e F_2 são duas fontes pontuais iguais, de luz monocromática em fase. A tela T está colocada a 10,0 m de distância. Inicialmente F_1 e F_2 estavam encostadas. Afastando-se F_2 de F_1 observou-se no ponto A um primeiro escurecimento quando ℓ = 1,00 mm. Considerando a aproximação $\sqrt{1+x} \simeq 1 + x/2$ para $x << 1$, a distância ℓ para o terceiro escurecimento será:

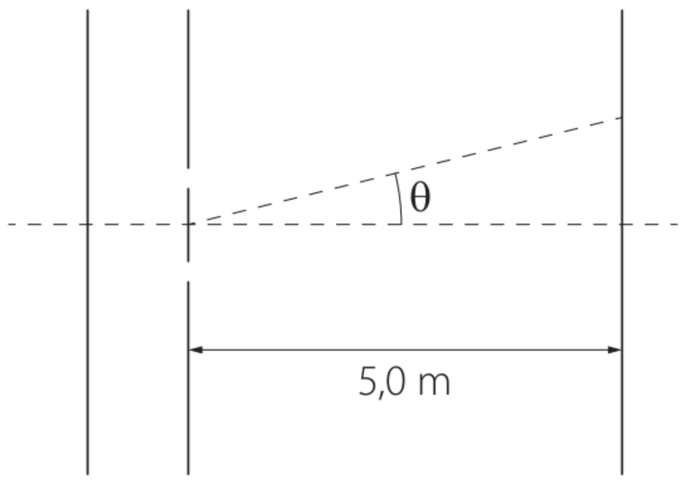


A 3,00 mm
B 1,26 mm
C 1,41 mm
D 1,73 mm
E 2,24 mm

89 **ITA 2006** Considere duas ondas que se propagam com frequências f_1 e f_2, ligeiramente diferentes entre si, e mesma amplitude A, cujas equações são respectivamente $y_1(t) = A\cos(2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot t)$ e $y_2(t) = A\cos(2 \cdot \pi \cdot f_2 \cdot t)$. Assinale a opção que indica corretamente:

	Amplitude máxima da onda resultante	Frequência da onda resultante	Frequência do batimento
A	$A\sqrt{2}$	$f_1 + f_2$	$(f_1 - f_2) / 2$
B	2A	$(f_1 + f_2) / 2$	$(f_1 - f_2) / 2$
C	2A	$(f_1 + f_2) / 2$	$f_1 - f_2$
D	$A\sqrt{2}$	$f_1 + f_2$	$f_1 - f_2$
E	A	$(f_1 + f_2) / 2$	$f_1 - f_2$

90 **ITA 1989** Realizou-se uma experiência de interferência, com duas fendas estreitas, conforme a feita por Young, com luz de comprimento de onda igual a 500 nm. Sabendo-se que a separação entre as fendas era de 1,0 mm, pode-se calcular a distância d entre duas franjas claras consecutivas, observadas num anteparo colocado a 5,0 m das fendas. Considere $tg(\theta) \cong sen(\theta)$. A distância d vale aproximadamente:



A 0,25 cm
B 0,10 cm
C 0,50 cm
D 1,00 cm
E 0,75 cm

91 **ITA 1996** Os físicos discutiram durante muito tempo sobre o modelo mais adequado para explicar a natureza da luz. Alguns fatos experimentais apoiam um modelo de partículas (modelo corpuscular) enquanto que outros são coerentes com um modelo ondulatório. Existem também fenômenos que podem ser explicados tanto por um quanto por outro modelo. Considere, então, os seguintes fatos experimentais:

I. a luz se propaga em linha reta nos meios homogêneos.
II. os ângulos de incidência e de reflexão são iguais.
III. a luz pode exibir o fenômeno da difração.
IV. a luz branca refletida nas bolhas de sabão apresenta-se colorida.

Neste caso, pode-se afirmar que o modelo ondulatório é adequado para explicar:

A somente I
B somente III e IV
C somente III
D todos eles
E nenhum deles.

92 **ITA 1986** Sobre uma película de água e sabão com índice de refração n = 1,35 incide perpendicularmente uma luz branca. A espessura mínima para que os raios refletidos tenham coloração verde ($\lambda = 5{,}25 \cdot 10^{-7}$ m) é de:

A $1{,}94 \cdot 10^{-7}$ m
B $2{,}92 \cdot 10^{-7}$ m
C $3{,}98 \cdot 10^{-7}$ m
D $4{,}86 \cdot 10^{-8}$ m
E $9{,}72 \cdot 10^{-8}$ m

93 **ITA 1988** Um raio luminoso propaga-se do meio (1) de índice de refração n_1, para o meio (2) de índice de refração n_2, então:

A se $n_1 > n_2$ o ângulo de incidência será maior que o ângulo de refração.
B se $n_1 < n_2$ o ângulo de incidência será menor que o ângulo de refração e não ocorrerá reflexão.
C se $n_1 > n_2$ pode ocorrer o processo de reflexão total, e o feixe refletido estará defasado em relação ao feixe incidente de π rad.
D se $n_1 < n_2$ pode ocorrer o processo de reflexão total, e o feixe refletido estará em fase com o feixe incidente.
E se $n_1 > n_2$ pode ocorrer o processo de reflexão total, e o feixe refletido estará em fase com o feixe incidente.

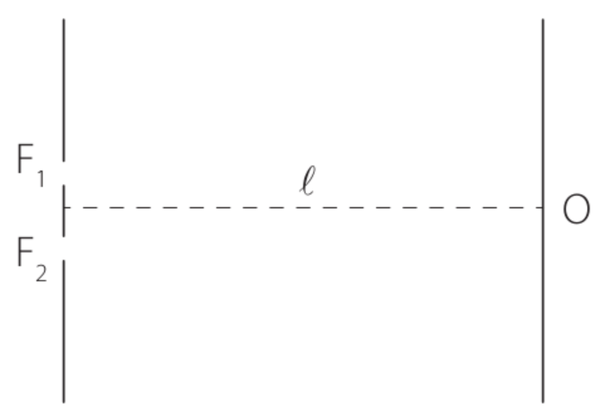
94 **ITA 1988** Uma bolha de sabão tem espessura de 5000 A° (1 A° = 10^{-10} m). O índice de refração deste filme fino é 1,35. Ilumina-se esta bolha com luz branca. Conhecem-se os intervalos aproximados em comprimento de onda para a região do visível, conforme indicado a seguir:

3 800 – 4 400 A°	Violeta	5 600 – 5 900 A°	Amarelo
4 400 – 4 900 A°	Azul	5 900 – 6 300 A°	Laranja
4 900 – 5 600 A°	Verde	6 300 – 7 600 A°	Vermelho

As cores que não serão refletidas pela bolha de sabão são:

A violeta, verde, laranja.
B azul, amarelo, vermelho.
C verde, laranja.
D azul, amarelo.
E azul, vermelho.

95 **ITA 1992** Numa experiência de interferência de Young, os orifícios são iluminados com luz monocromática de comprimento de onda $\lambda = 6 \cdot 10^{-5}$ cm, a distância d entre eles é de 1 mm e a distância ℓ deles ao anteparo é 3 m. A posição da primeira franja brilhante, em relação ao ponto O (ignorando a franja central) é:



A +5 mm
B –5 mm
C ±3 cm
D ±6,2 mm
E ±1,8 mm

96 **ITA 2000** Uma lente de vidro de índice de refração n = 1,6 é recoberta com um filme fino, de índice de refração n = 1,3, para minimizar a reflexão de uma certa luz incidente. Sendo o comprimento de onda da luz incidente no ar $\lambda_{ar} = 500$ nm, então a espessura mínima do filme é

A 78 nm.
B 96 nm.
C 162 nm.
D 200 nm.
E 250 nm.

97 **ITA 2003** Considere as afirmativas:

I. Os fenômenos de interferência, difração e polarização ocorrem com todos os tipos de onda.
II. Os fenômenos de interferência e difração ocorrem apenas com ondas transversais.
III. As ondas eletromagnéticas apresentam o fenômeno de polarização, pois são ondas longitudinais.
IV. Um polarizador transmite os componentes da luz incidente não polarizada, cujo vetor campo elétrico $\vec{E}$ é perpendicular à direção de transmissão do polarizador.

Então, está(ão) correta(s)

A nenhuma das afirmativas.
B apenas a afirmativa I.
C apenas a afirmativa II.
D apenas as afirmativas I e II.
E apenas as afirmativas I e IV.

98 **ITA 2005** Uma fina película de fluoreto de magnésio recobre o espelho retrovisor de um carro a fim de reduzir a reflexão luminosa. Determine a menor espessura da película para que produza a reflexão mínima no centro do espectro visível. Considere o comprimento de onda $\lambda = 5\,500$ Å, o índice de refração do vidro $n_v = 1{,}50$ e, o da película, $n_p = 1{,}30$. Admita a incidência luminosa como quase perpendicular ao espelho.

99 **ITA 1995** Numa experiência de Young é usada luz monocromática. A distância entre as fendas F_1 e F_2 é $h = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ cm. Observa-se num anteparo, a uma distância $L = 1{,}2$ m das fendas, que a separação entre duas franjas escuras vizinhas é de $3{,}0 \cdot 10^{-1}$ cm. Sendo válida a aproximação $\text{tg}\,\theta = \text{sen}\,\theta$:

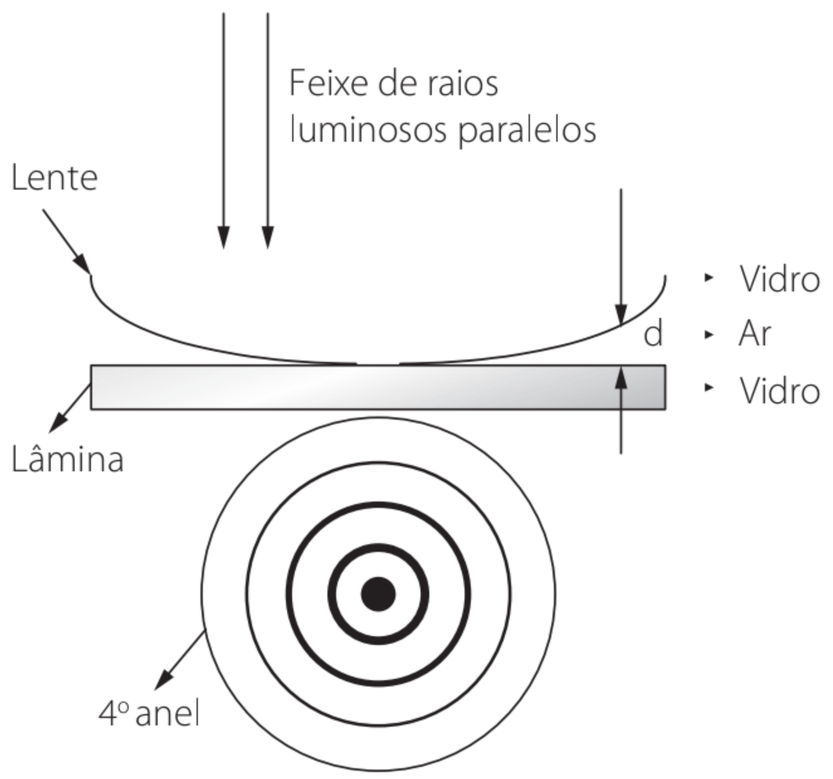
I. qual é o comprimento de onda λ da luz usada na experiência?
II. qual é a frequência f dessa luz? (A velocidade da luz no ar é $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s)
III. qual é o comprimento de onda λ' dessa luz dentro de um bloco de vidro cujo índice de refração é $n = 1{,}50$ em relação ao ar?

	I	II	III
A	$3{,}3 \cdot 10^{-7}$ m	$6{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz	$5{,}0 \cdot 10^{-7}$ m
B	$4{,}8 \cdot 10^{-7}$ m	$6{,}0 \cdot 10^{7}$ Hz	$5{,}4 \cdot 10^{-7}$ m
C	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$ m	$6{,}0 \cdot 10^{15}$ Hz	$3{,}3 \cdot 10^{-3}$ m
D	$5{,}0 \cdot 10^{-7}$ m	$6{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz	$5{,}0 \cdot 10^{-7}$ m
E	$5{,}0 \cdot 10^{-7}$ m	$6{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz	$3{,}3 \cdot 10^{-7}$ m

100 **ITA 1998** Devido à gravidade, um filme fino de sabão suspenso verticalmente é mais espesso embaixo do que em cima. Quando iluminado com luz branca e observado de um pequeno ângulo em relação à frontal, o filme aparece preto em cima, onde não reflete a luz. Aparecem intervalos de luz de cores diferentes na parte em que o filme é mais espesso, onde a cor da luz em cada intervalo depende da espessura local do filme de sabão. De cima para baixo, as cores aparecem na ordem:

A violeta, azul, verde, amarela, laranja, vermelha.
B amarela, laranja, vermelha, violeta, azul, verde.
C vermelha, violeta, azul, verde, amarela, laranja.
D vermelha, laranja, amarela, verde, azul, violeta.
E violeta, vermelha, laranja, amarela, verde, azul.

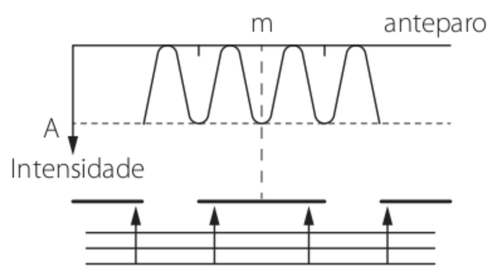
101 **ITA 2000** No experimento denominado "anéis de Newton", um feixe de raios luminosos incide sobre uma lente plano convexa que se encontra apoiada sobre uma lâmina de vidro, como mostra a figura. O aparecimento de franjas circulares de interferência, conhecidas como anéis de Newton, está associado à camada de ar, de espessura d variável, existente entre a lente e a lâmina.



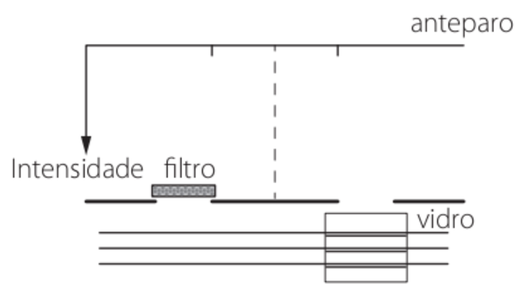
Qual deve ser a distância d entre a lente e a lâmina de vidro correspondente à circunferência do quarto anel escuro ao redor do ponto escuro central? (Considere λ o comprimento de onda da luz utilizada.)

A 4λ
B 8λ
C 9λ
D $8{,}5\lambda$
E 2λ

102 **ITA 2003** A figura 1 mostra o Experimento típico de Young, de duas fendas, com luz monocromática, em que m indica a posição do máximo central. A seguir, esse experimento é modificado, inserindo uma pequena peça de vidro de faces paralelas em frente à fenda do lado direito, e inserindo um filtro sobre a fenda do lado esquerdo, como mostra a figura 2. Suponha que o único efeito da peça de vidro é alterar a fase da onda emitida pela fenda, e o único efeito do filtro é reduzir a intensidade da luz emitida pela respectiva fenda.

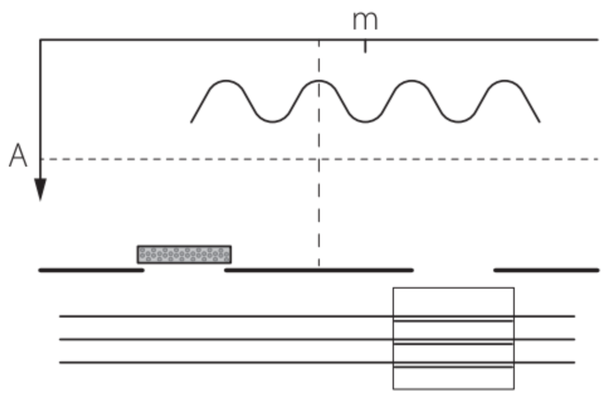


Experimento de Young
Figura 1

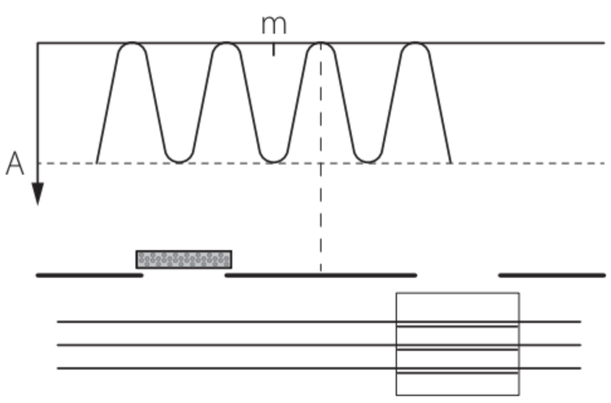


Experimento modificado
Figura 2

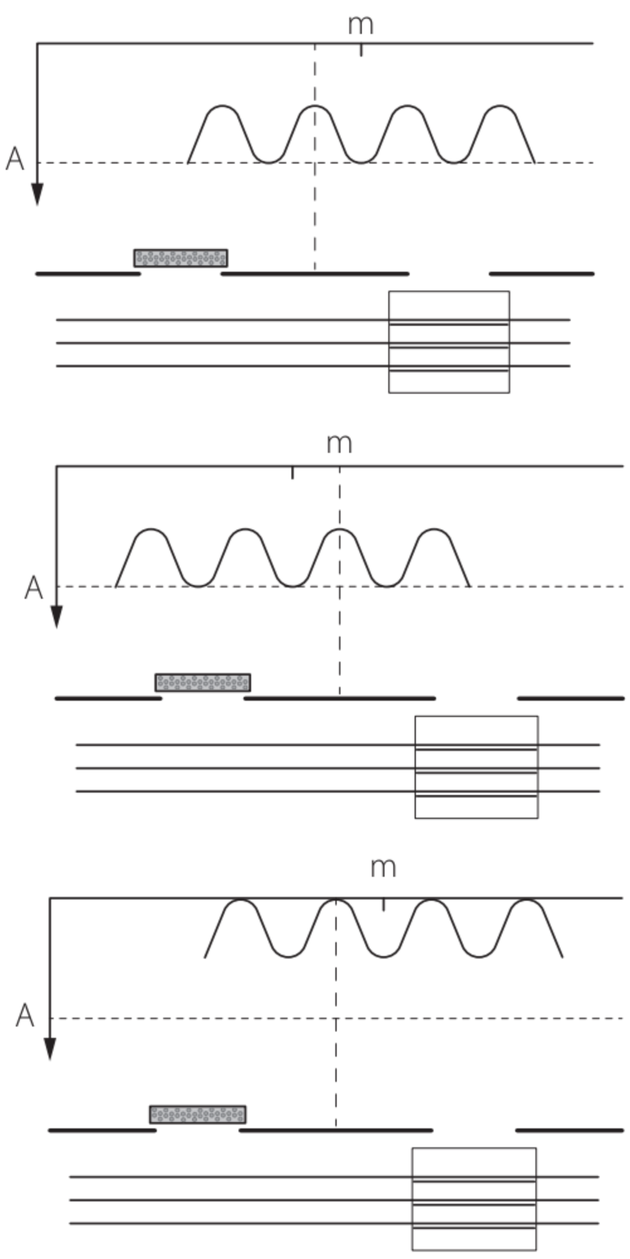
Após essas modificações, a nova figura da variação da intensidade luminosa em função da posição das franjas de interferência é melhor representada por:

A


B



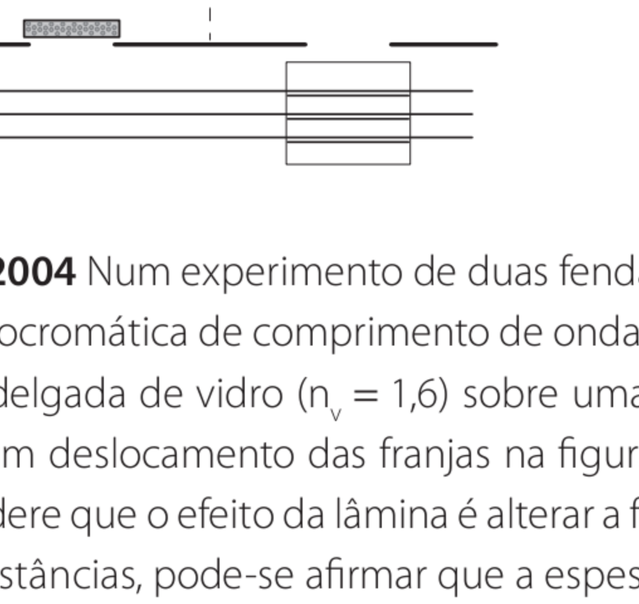
C



D

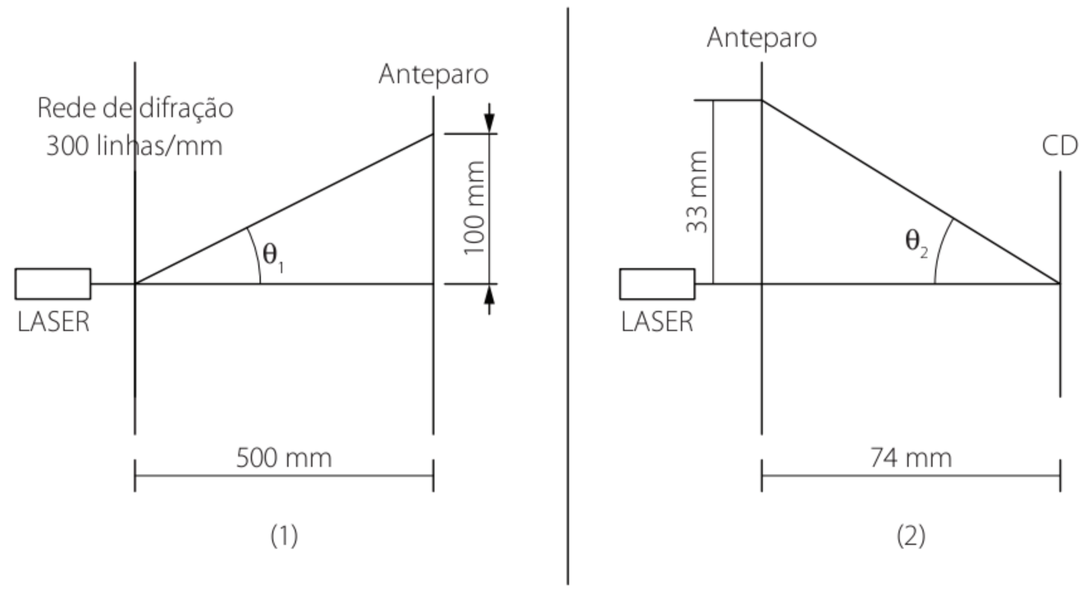
E

103 **ITA 2004** Num experimento de duas fendas de Young, com luz monocromática de comprimento de onda λ, coloca-se uma lâmina delgada de vidro ($n_v = 1{,}6$) sobre uma das fendas. Isto produz um deslocamento das franjas na figura de interferência. Considere que o efeito da lâmina é alterar a fase da onda. Nestas circunstâncias, pode-se afirmar que a espessura d da lâmina, que provoca o deslocamento da franja central brilhante (ordem zero) para a posição que era ocupada pela franja brilhante de primeira ordem, é igual a



A $0{,}38\lambda$
B $0{,}60\lambda$
C λ
D $1{,}2\lambda$
E $1{,}7\lambda$

104 **ITA 2006** Para se determinar o espaçamento entre duas trilhas adjacentes de um CD, foram montados dois arranjos:

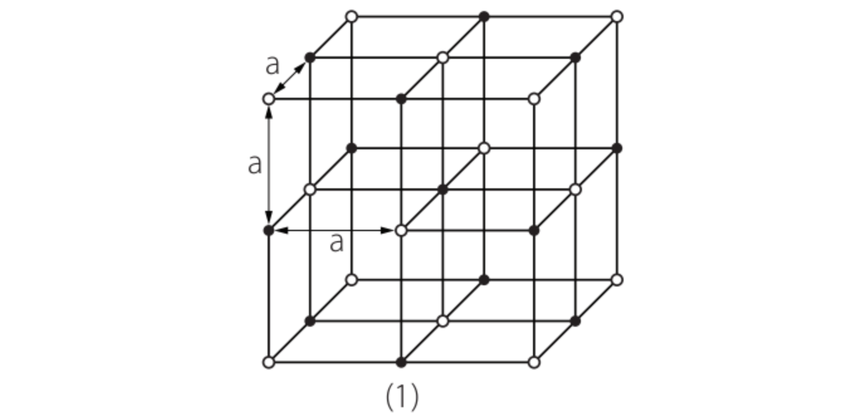


1. O arranjo da figura (1), usando uma rede de difração de 300 linhas por mm, um LASER e um anteparo. Neste arranjo, mediu-se a distância do máximo de ordem 0 ao máximo de ordem 1 da figura de interferência formada no anteparo.
2. O arranjo da figura (2), usando o mesmo LASER, o CD e um anteparo com um orifício para a passagem do feixe de luz. Neste arranjo, mediu-se também a distância no máximo de ordem 0 ao máximo de ordem 1 da figura de interferência.

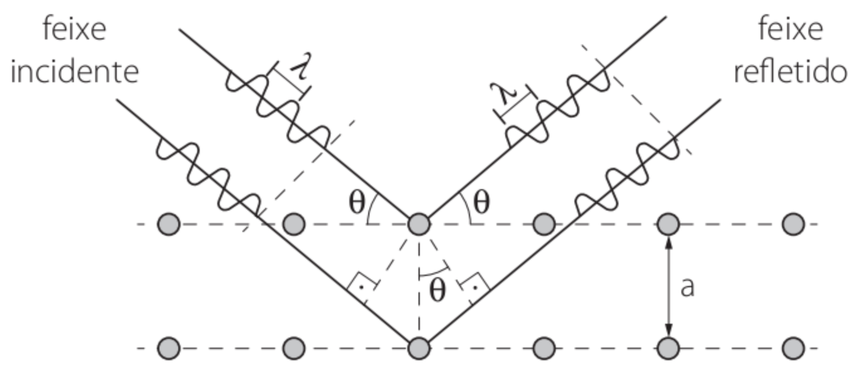
Considerando nas duas situações θ_1 e θ_2 ângulos pequenos, a distância entre as duas trilhas adjacentes do CD é de

A $2{,}7 \times 10^{-7}$ m
B $3{,}0 \times 10^{-7}$ m
C $7{,}4 \times 10^{-6}$ m
D $1{,}5 \times 10^{-6}$ m
E $3{,}7 \times 10^{-5}$ m

105 **ITA 2006** O Raio-X é uma onda eletromagnética de comprimento de onda (λ) muito pequeno. A fim de observar os efeitos da difração de tais ondas é necessário que um feixe de Raio-X incida sobre um dispositivo, com fendas da ordem de λ. Num sólido cristalino, os átomos são dispostos em um arranjo regular com espaçamento entre os átomos da mesma ordem de λ. Combinando esses fatos, um cristal serve como uma espécie de rede de difração dos Raios-X. Um feixe de Raios-X pode ser refletido pelos átomos individuais de um cristal e tais ondas refletidas podem produzir a interferência de modo semelhante ao das ondas provenientes de uma rede de difração. Considere um cristal de cloreto de sódio, cujo espaçamento entre os átomos adjacentes é $a = 0{,}30 \times 10^{-9}$ m, onde Raios-X com $\lambda = 1{,}5 \times 10^{-10}$ m são refletidos pelos planos cristalinos. A figura (1) mostra a estrutura cristalina cúbica do cloreto de sódio. A figura (2) mostra o diagrama bidimensional da reflexão de um feixe de Raios-X em dois planos cristalinos paralelos. Se os feixes interferem construtivamente, calcule qual deve ser a ordem máxima da difração observável?



(1)



(2)

106 **ITA 1985** O que permite decidir se uma dada nota musical provém de um violino ou de um trombone é:

A a diferença entre as alturas dos sons.
B a diferença entre os timbres dos sons.
C a diferença entre as intensidades dos sons.
D a diferença entre as fases das vibrações.
E o fato de que num caso a onda é longitudinal e no outro transversal.

107 **ITA 1991** Uma corda de comprimento $\ell = 50{,}0$ cm e massa m = 1,00 g está presa em ambas as extremidades sob tensão F = 80,0 N. Nestas condições, a frequência fundamental de vibração desta corda é:

A 400 Hz
B 320 Hz
C 200 Hz
D 100 Hz
E nenhuma das anteriores.

108 **ITA 1993** Uma corda esticada de 1,00 m de comprimento e um tubo aberto em uma das extremidades, também com 1,00 m de comprimento, vibram com a mesma frequência fundamental. Se a corda está esticada com uma força de 10,0 N e a velocidade do som no ar é 340 m/s, qual é a massa da corda?

A $8{,}7 \cdot 10^{-5}$ kg
B $34{,}0 \cdot 10^{-5}$ kg
C $17{,}4 \cdot 10^{-5}$ kg
D $3{,}5 \cdot 10^{-4}$ kg
E a situação colocada é impossível fisicamente.

109 **ITA 1997** Um fio metálico, preso nas extremidades, tem comprimento L e diâmetro d e vibra com uma frequência fundamental de 600 Hz. Outro fio do mesmo material, mas com comprimento 3L e diâmetro d/2, quando submetido à mesma tensão, vibra com uma frequência fundamental de:

A 200 Hz
B 283 Hz
C 400 Hz
D 800 Hz
E 900 Hz

110 **ITA 2003** Uma flauta doce, de 33 cm de comprimento, à temperatura ambiente de 0 °C, emite sua nota mais grave numa frequência de 251 Hz. Verifica-se experimentalmente que a velocidade do som no ar aumenta de 0,60 m/s para cada 1 °C de elevação da temperatura. Calcule qual deveria ser o comprimento da flauta a 30 °C para que ela emitisse a mesma frequência de 251 Hz.

111 **ITA 2004** Um tubo sonoro de comprimento ℓ, fechado numa das extremidades, entra em ressonância, no seu modo fundamental, com o som emitido por um fio, fixado nos extremos, que também vibra no modo fundamental. Sendo L o comprimento do fio, m sua massa e c, a velocidade do som no ar, pode-se afirmar que a tensão submetida ao fio é dada por

A $(c/2L)^2\, m\ell$
B $(c/2\ell)^2\, mL$
C $(c/\ell)^2\, mL$
D $(c/\ell)^2\, m\ell$
E n.d.a.

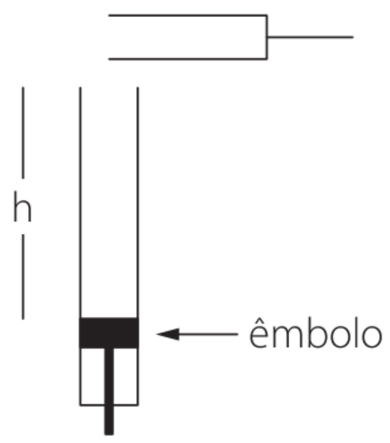
112 **ITA 2005** Uma banda de rock irradia uma certa potência em um nível de intensidade sonora igual a 70 decibéis. Para elevar esse nível a 120 decibéis, a potência irradiada deverá ser elevada de:

A 71 %
B 171 %
C 7 100 %
D 9 999 900 %
E 10 000 000 %

113 **ITA 1996** Quando afinadas, a frequência fundamental da corda **lá** em um violino é 440 Hz e a frequência fundamental da corda **mi** é 660 Hz. A que distância da extremidade da corda deve-se colocar o dedo para, com a corda **lá**, tocar a nota **mi**, se o comprimento total dessa corda é L?

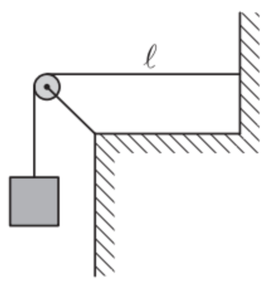
A 4L/9
B L/2
C 3L/5
D 2L/3
E não é possível tal experiência

114 **ITA 1998** Um diapasão de 440 Hz soa acima de um tubo de ressonância contendo um êmbolo móvel como mostrado na figura. A uma temperatura ambiente de 0 °C, a primeira ressonância ocorre quando o êmbolo está a uma distância h abaixo do topo do tubo. Dado que a velocidade do som no ar (em m/s) a uma temperatura T (em °C) é v = 331,5 + 0,607 T, conclui-se que a 20 °C a posição do êmbolo para a primeira ressonância, relativa a sua posição a 0 °C, é:



A 2,8 cm acima
B 1,2 cm acima
C 0,7 cm abaixo
D 1,4 cm abaixo
E 4,8 cm abaixo

115 **ITA 2005** São de 100 Hz e 125 Hz, respectivamente, as frequências de duas harmônicas adjacentes de uma onda estacionária no trecho horizontal de um cabo esticado, de comprimento $\ell = 2$ m e densidade linear de massa igual a 10 g/m (veja figura). Considerando a aceleração da gravidade g = 10 m/s^2, a massa do bloco suspenso deve ser de:



A 10 kg.
B 16 kg.
C 60 kg.
D 10^2 kg.
E 10^4 kg.

116 **ITA 1989** Um automóvel, movendo-se a 20 m/s, passa próximo a uma pessoa parada junto ao meio-fio. A buzina do carro está emitindo uma nota de frequência f = 2,000 kHz. O ar está parado e a velocidade do som em relação a ele é 340 m/s. Que frequência o observador ouvirá:

I. quando o carro está se aproximando?
II. quando o carro está se afastando?

	I (kHz)	II (kHz)
A	2,00	2,00
B	1,88	2,12
C	2,13	1,89
D	2,10	1,87
E	1,88	2,11

117 **ITA 2002** Um pesquisador percebe que a frequência de uma nota emitida pela buzina de um automóvel parece cair de 284 hz para 266 hz à medida que o automóvel passa por ele. Sabendo que a velocidade do som no ar é 330 m/s, qual das alternativas melhor representa a velocidade do automóvel?

A 10,8 m/s
B 21,6 m/s
C 5,4 m/s
D 16,2 m/s
E 8,6 m/s

118 **ITA 1987** Considere a velocidade máxima permitida nas estradas como sendo exatamente 80 km/h. A sirene de um posto rodoviário soa com uma frequência de 700 Hz, enquanto um veículo de passeio e um policial rodoviário se aproximam emparelhados. O policial dispõe de um medidor de frequências sonoras. Dada a velocidade do som, de 350 m/s, ele deverá multar o motorista do carro quando seu aparelho medir uma frequência sonora de, no mínimo:

A 656 Hz
B 745 Hz
C 655 Hz
D 740 Hz
E 860 Hz

119 **ITA 1997** Um violinista deixa cair um diapasão de frequência 440 Hz. A frequência que o violinista ouve na iminência do diapasão tocar no chão é de 436 Hz. Desprezando o efeito da resistência do ar, a altura da queda é:

A 9,4 m
B 4,7 m
C 0,94 m
D 0,47 m
E Inexistente, pois a frequência deve aumentar à medida que o diapasão se aproxima do chão.

120 **ITA 2003** Quando em repouso, uma corneta elétrica emite um som de frequência 512 Hz. Numa experiência acústica, um estudante deixa cair a corneta do alto de um edifício. Qual a distância percorrida pela corneta, durante a queda, até o instante em que o estudante detecta o som na frequência de 485 Hz? (Despreze a resistência do ar).

A 13,2 m
B 15,2 m
C 16,1 m
D 18,3 m
E 19,3 m

121 **ITA 2006** Einstein propôs que a energia da luz é transportada por pacotes de energia hf, em que h é a constante de Planck e f é a frequência da luz, num referencial na qual a fonte está em repouso. Explicou, assim, a existência de uma frequência mínima f_o para arrancar elétrons de um material, no chamado efeito fotoelétrico. Suponha que a fonte emissora de luz está em movimento em relação ao material. Assinale a alternativa correta.

A Se $f = f_o$, é possível que haja emissão de elétrons desde que a fonte esteja se afastando do material.

B Se $f < f_o$, é possível que elétrons sejam emitidos, desde que a fonte esteja se afastando do material.

C Se $f < f_o$, não há emissão de elétrons qualquer que seja a velocidade da fonte.

D Se $f > f_o$, é sempre possível que elétrons sejam emitidos pelo material, desde que a fonte esteja se afastando do material.

E Se $f < f_o$, é possível que elétrons sejam emitidos, desde que a fonte esteja se aproximando do material.

122 **ITA 1985** Um observador que viaja num trem à velocidade de 46,8 km/h ouve o silvo de outro trem, o qual se aproxima paralelamente a ele, e percebe a nota Si_4. Após o cruzamento, ouve a nota $Lá_4$. Dadas as frequências relativas da escala musical (Dó = 1, Ré = $\frac{9}{8}$, Mi = $\frac{5}{4}$, Fá = $\frac{4}{3}$, Sol = $\frac{3}{2}$, Lá = $\frac{5}{3}$, Si = $\frac{15}{8}$, Dó = 2) e a velocidade do som no ar, igual a 347 m/s, podemos afirmar que o segundo trem passou com uma velocidade de:

A 25 km/h

B 28 km/h

C 334 km/h

D 337 km/h

E –28 m/s

123 **ITA 1988** Um observador encontra-se próximo de duas fontes sonoras S_1 e S_2. A fonte S_1 tem frequência característica $f_1 = 400$ Hz, enquanto a frequência f_2 da fonte S_2 é desconhecida. Realiza-se uma primeira experiência com as fontes paradas com relação ao observador e nota-se que são produzidos batimentos à razão de 5 batimentos por segundo. Numa segunda experiência, a fonte emissora S_1 afasta-se do observador com velocidade v_1 enquanto S_2 permanece parada. Devido ao efeito Doppler, as frequências aparentes das duas fontes se igualam. Tomando a velocidade do som como $v_S = 331$ m/s, podemos concluir que:

	f_2 (Hz)	v_1 (m/s)
A	390	8,2
B	410	8,2
C	380	8,1
D	390	8,5
E	410	8,5

124 **ITA 2001** Um diapasão de frequência 400 Hz é afastado de um observador, em direção a uma parede plana, com velocidade de 1,7 m/s. São nominadas: f_1, a frequência aparente das ondas não-refletidas, vindas diretamente até o observador; f_2, frequência aparente das ondas sonoras que alcançam o observador depois de refletidas pela parede e f_3, a frequência dos batimentos. Sabendo que a velocidade do som é de 340 m/s, os valores que melhor expressam as frequências em hertz de f_1, f_2 e f_3, respectivamente, são:

A 392, 408 e 16

B 396, 404 e 8

C 398, 402 e 4

D 402, 398 e 4

E 404, 396 e 4

125 **ITA 2004** Dois tubos sonoros A e B emitem sons simultâneos de mesma amplitude, de frequências $f_A = 150$ Hz e $f_B = 155$ Hz, respectivamente.

a) Calcule a frequência do batimento do som ouvido por um observador que se encontra próximo aos tubos e em repouso em relação aos mesmos.

b) Calcule a velocidade que o tubo B deve possuir para eliminar a frequência do batimento calculada no item a), e especifique o sentido desse movimento em relação ao observador.

126 **ITA 2007** Numa planície, um balão meteorológico com um emissor e receptor de som é arrastado por um vento forte de 40 m/s contra a base de uma montanha. A frequência do som emitido pelo balão é de 570 Hz e a velocidade de propagação do som no ar é de 340 m/s. Assinale a opção que indica a frequência refletida pela montanha e registrada no receptor do balão.

A 450 Hz

B 510 Hz

C 646 Hz

D 722 Hz

E 1292 Hz

127 **ITA 1999** Incide-se luz num material fotoelétrico e não se observa a emissão de elétrons. Para que ocorra a emissão de elétrons do mesmo material basta que se aumente(m):

A a intensidade da luz.

B a frequência da luz.

C o comprimento de onda da luz.

D a intensidade e a frequência da luz.

E a intensidade e o comprimento de onda da luz.

128 **ITA 2002** Um trecho da música "Quanta", de Gilberto Gil, é reproduzido no destaque a seguir.

As frases "Quantum granulado no mel" e "Quantum ondulado do sal" relacionam-se, na Física, com:

> Fragmento infinitésimo,
> Quase que apenas mental,
> Quantum granulado no mel,
> Quantum ondulado do sal,
> Mel de urânio, sal de rádio
> Qualquer coisa quase ideal.

A Conservação de Energia.
B Conservação da Quantidade de Movimento.
C Dualidade Partícula-onda.
D Princípio da Causalidade.
E Conservação do Momento Angular.

129 **ITA 2004** Num experimento que usa o efeito fotoelétrico, ilumina-se sucessivamente a superfície de um metal com luz de dois comprimentos de onda diferentes, λ_1 e λ_2, respectivamente. Sabe-se que as velocidades máximas dos fotoelétrons emitidos são, respectivamente, v_1 e v_2, em que $v_1 = 2v_2$. Designando C a velocidade da luz no vácuo, e h constante de Planck, pode-se, então, afirmar que a função trabalho ϕ do metal é dada por

A $(2\lambda_1 - \lambda_2)hC/(\lambda_1\lambda_2)$
B $(\lambda_2 - 2\lambda_1)hC/(\lambda_1\lambda_2)$
C $(\lambda_2 - 4\lambda_1)hC/(3\lambda_1\lambda_2)$
D $(4\lambda_1 - \lambda_2)hC/(3\lambda_1\lambda_2)$
E $(2\lambda_1 - \lambda_2)hC/(3\lambda_1\lambda_2)$

130 **ITA 1998** Suponha que o elétron em um átomo de hidrogênio se movimenta em torno do próton em uma órbita circular de raio R. Sendo m a massa do elétron e q o módulo da carga de ambos, elétron e próton, conclui-se que o módulo da velocidade do elétron é proporcional a:

A $q\sqrt{\frac{R}{m}}$
B $\frac{q}{\sqrt{mR}}$
C $\frac{q}{m}\sqrt{R}$
D $\frac{qR}{\sqrt{m}}$
E $\frac{q^2R}{\sqrt{m}}$

131 **ITA 2004** O átomo de hidrogênio no modelo de Bohr é constituído de um elétron de carga e que se move em órbitas circulares de raio r, em torno do próton, sob a influência da força de atração coulombiana. O trabalho efetuado por esta força sobre o elétron ao percorrer a órbita do estado fundamental é

A $-e^2/(2\varepsilon_0 r)$
B $e^2/(2\varepsilon_0 r)$
C $-e^2/(4\pi\varepsilon_0 r)$
D e^2/r
E n.d.a.

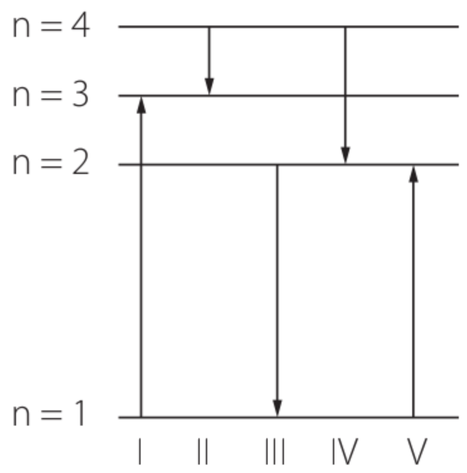
132 **ITA 1999** A tabela abaixo mostra os níveis de energia de um átomo do elemento **X** que se encontra no estado gasoso.

E_0	0
E_1	7,0 eV
E_2	13,0 eV
E_3	17,4 eV
Ionização	21,4 eV

Dentro das possibilidades abaixo, a energia que poderia restar a um elétron com energia de 15 eV, após colidir com um átomo de **X**, seria de:

A 0 eV
B 4,4 eV
C 16,0 eV
D 2,0 eV
E 14,0 eV

133 **ITA 2000** O diagrama mostra os níveis de energia (n) de um elétron em um certo átomo. Qual das transições mostradas na figura representa a emissão de um fóton com o menor comprimento de onda?



A I
B II
C III
D IV
E V

134 **ITA 2007** Considere uma sala à noite iluminada apenas por uma lâmpada fluorescente. Assinale a alternativa correta.

A A iluminação da sala é proveniente do campo magnético gerado pela corrente elétrica que passa na lâmpada.
B Toda potência da lâmpada é convertida em radiação visível.
C A iluminação da sala é um fenômeno relacionado a ondas eletromagnéticas originadas da lâmpada.
D A energia de radiação que ilumina a sala é exatamente igual à energia elétrica consumida pela lâmpada.
E A iluminação da sala deve-se ao calor dissipado pela lâmpada.

135 **ITA 2007** O átomo de hidrogênio no modelo de Bohr é constituído de um elétron de carga –e e massa m, que se move em órbitas circulares de raio r em torno do próton, sob a influência da atração coulombiana. O raio r é quantizado, dado por $r = n^2 a_o$, onde a_o é o raio de Bohr e n = 1, 2, ... O período orbital para o nível n, envolvendo a permissividade do vácuo ε_o, é igual a

A $e/(4\pi a_o n^3 \sqrt{\varepsilon_o m a_o})$

B $(4\pi a_o n^3 \sqrt{\varepsilon_o m a_o})/e$

C $(\pi a_o n^3 \sqrt{\pi \varepsilon_o m a_o})/e$

D $(4\pi a_o n^3 \sqrt{\pi \varepsilon_o m a_o})/e$

E $e/(4\pi a_o n^3 \sqrt{\pi \varepsilon_o m a_o})$

136 **ITA 2002** Um átomo de hidrogênio tem níveis de energia discretos dados pela equação $E_n = \frac{-13,6}{n^2}$ eV, em que $\{n \in \mathbb{Z} / n \geq 1\}$. Sabendo que um fóton de energia 10,19 eV excitou o átomo do estado fundamental (n = 1) até o estado p, qual deve ser o valor de p? Justifique.

137 **ITA 2003** Utilizando o modelo de Bohr para o átomo, calcule o número aproximado de revoluções efetuadas por um elétron no primeiro estado excitado do átomo de hidrogênio, se o tempo de vida do elétron, nesse estado excitado, é de 10^{-8} s. São dados: o raio da órbita do estado fundamental é $5,3 \cdot 10^{-11}$ m e a velocidade do elétron nesta órbita é de $2,2 \cdot 10^6$ m/s.

A $1 \cdot 10^6$ revoluções.

B $4 \cdot 10^7$ revoluções.

C $5 \cdot 10^7$ revoluções.

D $8 \cdot 10^6$ revoluções.

E $9 \cdot 10^6$ revoluções.

138 **ITA 2003** Considere as seguintes afirmações:

I. No efeito fotoelétrico, quando um metal é iluminado por um feixe de luz monocromática, a quantidade de elétrons emitidos pelo metal é diretamente proporcional à intensidade do feixe incidente, independentemente da frequência da luz.

II. As órbitas permitidas ao elétron em um átomo são aquelas em que o momento angular orbital é $nh/2\pi$, sendo n = 1, 3, 5, ...

III. Os aspectos corpuscular e ondulatório são necessários para a descrição completa de um sistema quântico.

IV. A natureza complementar do mundo quântico é expressa, no formalismo da Mecânica Quântica, pelo princípio de incerteza de Heisenberg.

Quais estão corretas?

A I e II.

B I e III.

C I e IV.

D II e III.

E III e IV.

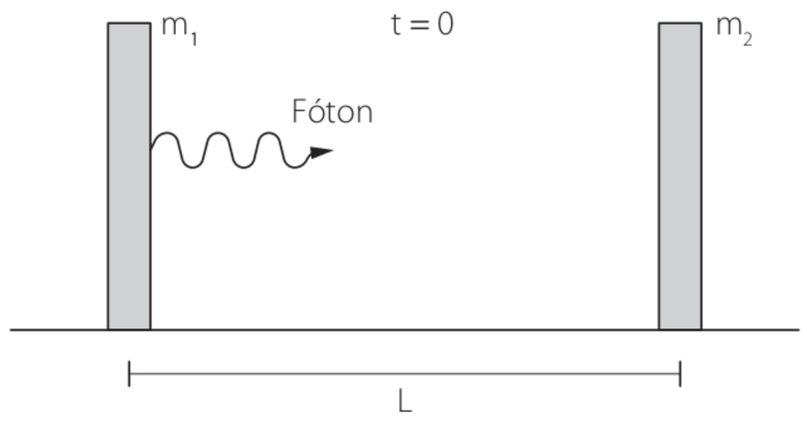
139 **ITA 2005** Num experimento, foi de $5,0 \cdot 10^3$ m/s a velocidade de um elétron, medida com precisão de 0,003%. Calcule a incerteza na determinação da posição do elétron, sendo conhecidos: massa do elétron $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg e constante de Planck reduzida $\hbar = 1,1 \cdot 10^{-34}$ J s.

140 **ITA 2000** Dobrando-se a energia cinética de um elétron não-relativístico, o comprimento de onda original de sua função de onda fica multiplicado por

A $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C $\frac{1}{4}$ E 2

B $\frac{1}{2}$ D $\sqrt{2}$

141 **ITA 2003** Experimentos de absorção de radiação mostram que a relação entre a energia E e a quantidade de movimento p de um fóton é E = pc. Considere um sistema isolado formado por dois blocos de massas m_1 e m_2, respectivamente, colocados no vácuo, e separados entre si de uma distância L. No instante t = 0, o bloco de massa m_1 emite um fóton que é posteriormente absorvido inteiramente por m_2, não havendo qualquer outro tipo de interação entre os blocos.(Ver figura). Suponha que m_1 se torne m_1' em razão da emissão do fóton e, analogamente, m_2 se torne m_2' devido à absorção desse fóton. Lembrando que esta questão também pode ser resolvida com recursos da Mecânica Clássica, assinale a opção que apresenta a relação correta entre a energia do fóton e as massas dos blocos.



A $E = (m_2 - m_1) c^2$.

B $E = (m_1' - m_2') c^2$.

C $E = (m_2' - m_2) c^2 / 2$.

D $E = (m_2' - m_2) c^2$.

E $E = (m_1 + m_1') c^2$.

142 **ITA 2005** Um átomo de hidrogênio inicialmente em repouso emite um fóton numa transição do estado de energia n para o estado fundamental. Em seguida, o átomo atinge um elétron em repouso que com ele se liga, assim permanecendo após a colisão. Determine literalmente a velocidade do sistema átomo + elétron após a colisão. Dados: a energia do átomo de hidrogênio no estado n é $E_n = E_0/n^2$; o mometum do fóton é $h\nu/c$; e a energia deste é $h\nu$, em que h é a constante de Planck, ν a frequência do fóton e c a velocidade da luz.

143 **ITA 2004** Um elétron é acelerado a partir do repouso por meio de uma diferença de potencial U, adquirindo uma quantidade de movimento p. Sabe-se que, quando o elétron está em movimento, sua energia relativística é dada por $E = \left[(m_0C^2)^2 + p^2C^2\right]^{1/2}$, em que m_0 é a massa de repouso do elétron e C a velocidade da luz no vácuo. Obtenha o comprimento de onda de De Broglie do elétron em função de U e das constantes fundamentais pertinentes.

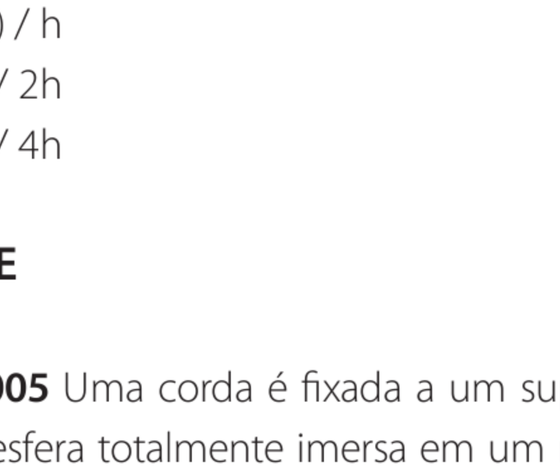
144 **ITA 2006** No modelo proposto por Einstein, a luz se comporta como se sua energia estivesse concentrada em pacotes discretos, chamados de "quanta" de luz, e atualmente conhecidos por fótons. Estes possuem momento p e energia E relacionados pela equação E = pc em que c é a velocidade da luz no vácuo. Cada fóton carrega uma energia E = hf em que h é a constante de Planck e f é a frequência da luz. Um evento raro, porém possível, é a fusão de dois fótons, produzindo um par elétron-pósitron, sendo a massa do pósitron igual à massa do elétron. A relação de Einstein associa a energia da partícula à massa do elétron ou pósitron, isto é, $E = m_ec^2$. Assinale a frequência mínima de cada fóton, para que dois fótons, com momentos opostos e de módulo iguais, produzam um par elétron-pósitron após a colisão.

A $f = (4m_ec^2) / h$
B $f = (m_ec^2) / h$
C $f = (2m_ec^2) / h$
D $f = (m_ec^2) / 2h$
E $f = (m_ec^2) / 4h$

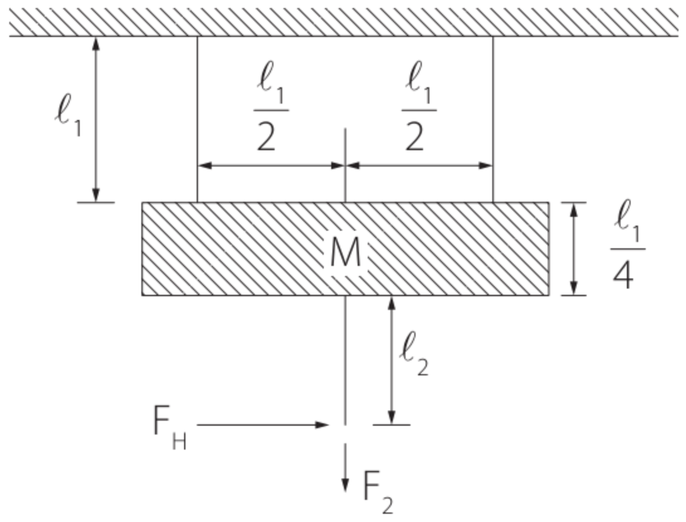
Frente 4 – IME

145 **IME 2005** Uma corda é fixada a um suporte e tensionada por uma esfera totalmente imersa em um recipiente com água, como mostra a figura. Desprezando o volume e a massa da corda em comparação com o volume e a massa da esfera, determine a velocidade com que se propaga uma onda na corda.

Dados: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s²;
densidade linear da corda (μ) = 1,6 g/m; massa da esfera (m) = 500 g;
volume da esfera (V) = 0,1 dm³; massa especifica da água (d) = 1.000 kg/m³



146 **IME 1990** Uma placa infinitamente rígida encontra-se suspensa do teto por duas cordas elásticas de comprimento ℓ_1. Uma terceira corda, igualmente elástica e de comprimento ℓ_2, tem uma extremidade fixada à placa e outra submetida a uma força vertical F_2. Num dado instante, um pulso horizontal F_H é aplicado nesta última extremidade. Determine o tempo transcorrido entre a aplicação do pulso e a chegada das ondas transversais no teto, considerando a massa das cordas desprezível na presença da massa da placa e uma tração constante ao longo das cordas.

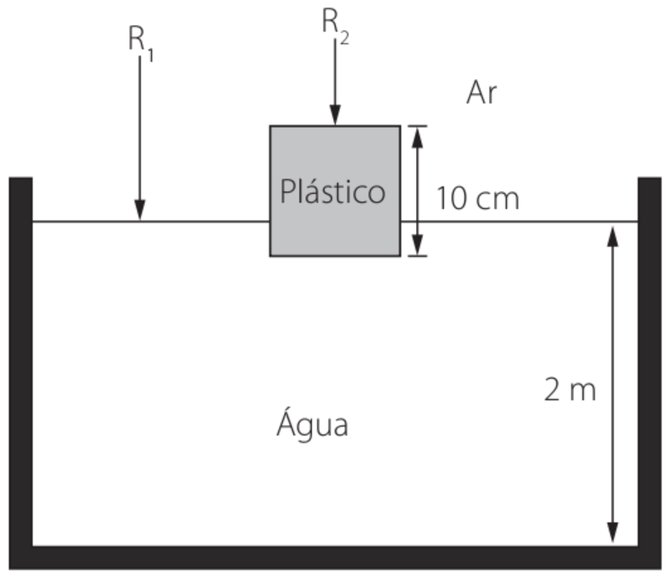


Dados: massa da placa: M = 210 kg
comprimento ℓ_1 = 0,5 m
comprimento ℓ_2 = 1,0 m
força F_2 = 300 N
aceleração da gravidade: g = 10 m/s²
massa por unidade de comprimento das cordas: μ = 0,030 kg/m.

147 **IME 2002** Dois raios luminosos, R_1 e R_2, incidem verticalmente em uma piscina. O raio R_2, antes de penetrar na água, passa por um cubo de plástico transparente, com 10 cm de aresta, que está flutuando na superfície. Determine:

a) qual dos raios chega primeiro ao fundo da piscina;
b) o intervalo de tempo entre a chegada do primeiro raio ao fundo da piscina e a chegada do segundo.

Dados: profundidade da piscina: 2 m
massa específica do plástico: 200 kg/m³
massa específica da água: 1 000 kg/m³
índice de refração do plástico: 1,55
índice de refração da água: 1,33
índice de refração do ar: 1,00
velocidade da luz no ar: $3{,}00 \cdot 10^8$ m/s



148 **IME 2003** Um elétron se encontra a uma distância de 2 mm de um fio retilíneo, movendo-se paralelamente a ele com a mesma velocidade que uma onda luminosa em uma fibra óptica. Uma chave é ligada, fazendo circular uma corrente elétrica no fio. Determine o valor desta corrente para que o elétron seja submetido a uma força de $1{,}28 \cdot 10^{-14}$ N, no momento em que a corrente começa a circular.

Dados: Índice de refração da fibra óptica: $n = 1{,}5$

Velocidade da luz no vácuo: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Permeabilidade magnética do vácuo: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

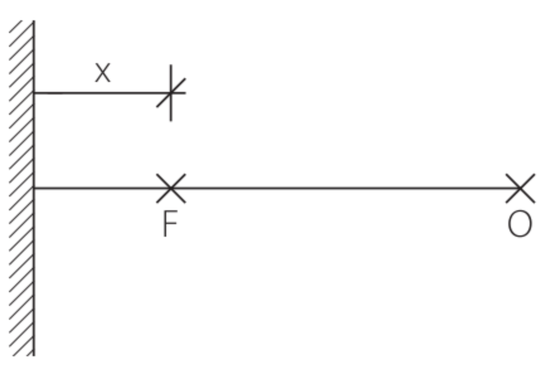
Carga do elétron: $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

149 **IME 1995** Um feixe de luz com polarização plana é combinado com um feixe de luz com polarização circular. Quando o feixe composto atravessa uma placa polarizadora, observa-se que a intensidade da luz transmitida varia por um fator de 7, dependendo da orientação da placa. Determine as intensidades relativas dos dois feixes.

150 **IME 1989** Uma fonte sonora F produz um som puro com uma frequência que pode ser variada. O observador O está situado de modo que $\overline{OF}$ seja perpendicular a uma parede refletora distante x de F. Determine as duas frequências mais baixas para as quais o som ouvido por O tenha intensidade máxima.

Dados: velocidade do som = 340 m/s

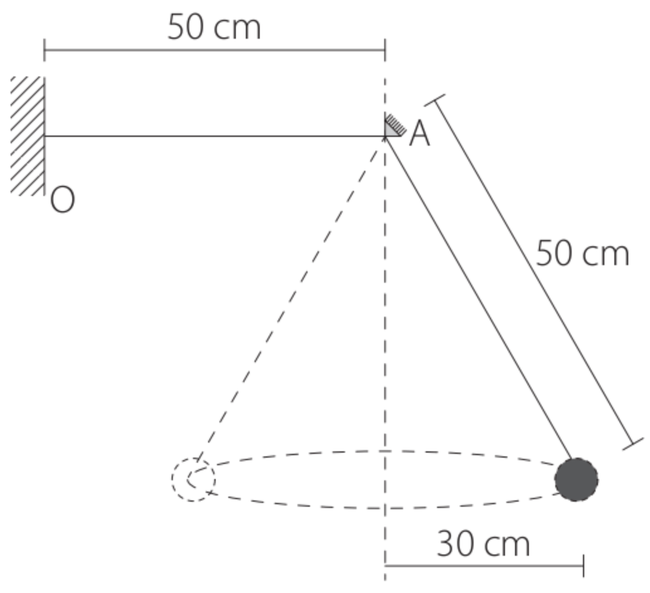
x = 1 m



151 **IME 1991** Um fio preso na extremidade O atravessa a argola fixa A e sustenta um corpo de massa m = 3,2 kg. A densidade linear de massa do fio é de 4 g/m. O corpo move-se formando um pêndulo cônico conforme a figura.

Determine a menor frequência possível para uma onda estacionária que oscile na parte horizontal do fio.

Dado: $g = 10$ m/s^2.

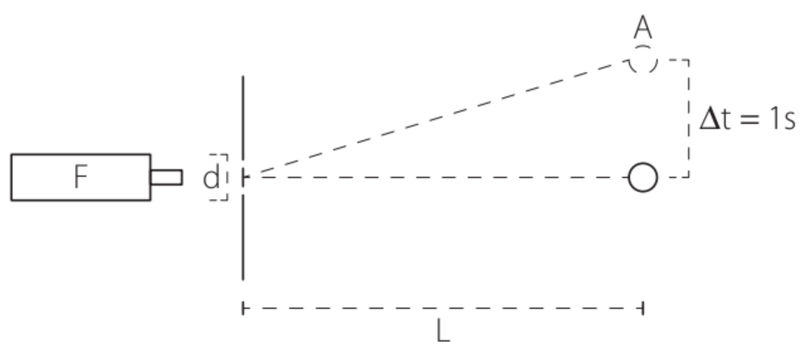


152 **IME 1988** Uma fonte S e um detector D encontram-se no solo a uma distância d entre si. Verifica-se que uma onda emitida diretamente de S chega a D em fase com a onda refletida por uma camada horizontal situada a uma altura h do solo. Os raios incidentes e refletidos formam ângulos iguais com a camada refletora. Elevando-se a camada de uma altura Δh, pela primeira vez o sinal deixa de ser recebido em D. Desprezando a absorção na atmosfera, determine o comprimento de onda λ.

153 **IME 1993** Sabemos que a luz é uma onda eletromagnética e que o som é uma onda mecânica. Por que, então, observamos normalmente em nossa vida cotidiana difração do som e não observamos difração da luz?

154 **IME 1997** Na figura abaixo, a partícula A, que se encontra em queda livre, passa pelo primeiro máximo de interferência com velocidade de 5 m/s e, após um segundo, atinge o máximo central. A fonte de luz F é monocromática com comprimento de onda de 5 000 ângstrons e a distância d entre os centros da fenda dupla é igual a 10^{-6} m. Calcule a distância L.

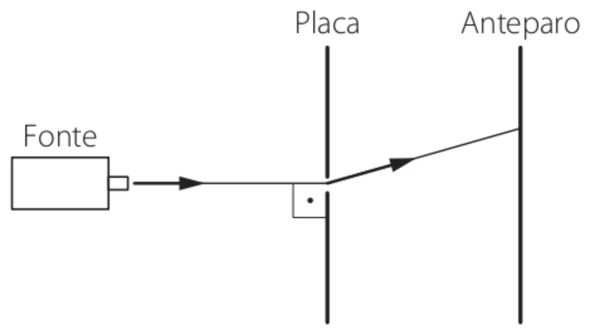
Dado: aceleração da gravidade = 10 m/s^2.



155 **IME 1996** Um feixe de luz branca, cujos comprimentos de onda estão no intervalo de 4 000 Å a 7 000 Å, incide perpendicularmente em uma rede de difração de 8 000 linhas/cm. Determine o número de ordens de interferência, para todo o espectro visível, possíveis de ocorrer em um anteparo paralelo à rede de difração.

156 **IME 2001** Considere a figura a seguir. Um feixe laser sofre difração após ter atravessado normalmente a fenda na placa. Sabendo que ao variar a temperatura na placa altera-se a figura de difração no anteparo, determine a variação de temperatura na placa de forma que o primeiro mínimo de difração passe a ocupar a posição do terceiro mínimo.

Dado: coeficiente de dilatação linear da placa: $3 \cdot 10^{-3}\ ^oC^{-1}$.

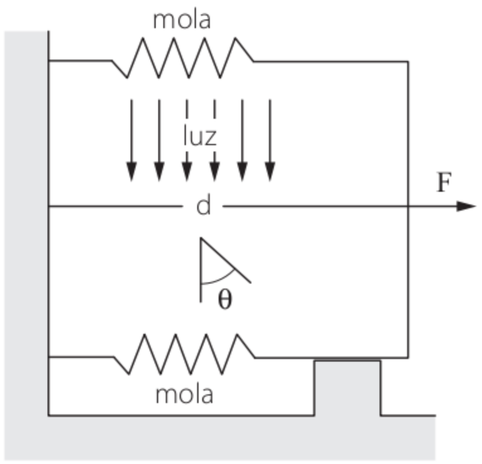


157 **IME 2004** A figura abaixo mostra uma fenda iluminada por uma luz de comprimento de onda λ. Com as molas não deformadas, o ângulo correspondente ao primeiro mínimo de difração é θ. Determine:

1. a largura d da fenda com as molas não deformadas;
2. o valor da força F que deverá ser aplicada para que o ângulo correspondente ao primeiro mínimo de difração passe a ser $\theta/2$.

Dado: constante elástica de cada mola: k

Obs.: despreze todas as forças de atrito.



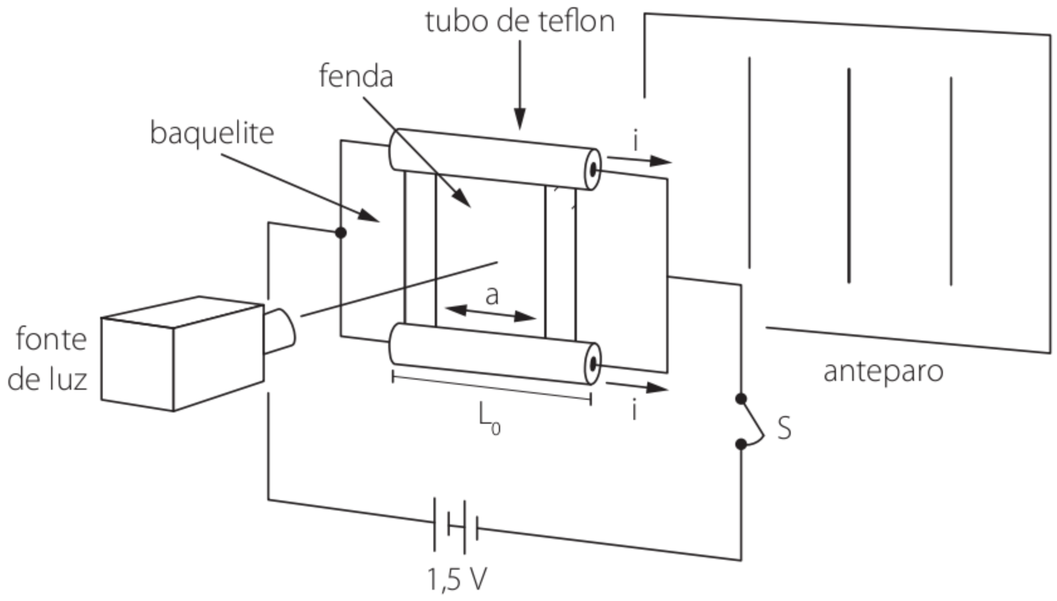
158 **IME 2005** Um feixe de luz monocromática incide perpendicularmente aos planos da fenda retangular e do anteparo, como mostra a figura. A fenda retangular de largura inicial a é formada por duas lâminas paralelas de baquelite, fixadas em dois tubos de teflon, que sofrem dilatação linear na direção de seus comprimentos. Estes tubos envolvem dois filamentos de tungstênio, que estão ligados, em paralelo, a uma fonte de 1,5 V. Após o fechamento da chave S, uma corrente i = 500 mA atravessa cada tubo de teflon fazendo com que a figura de difração, projetada no anteparo, comece a se contrair. Considerando que a energia dissipada no filamento de tungstênio seja totalmente transmitida para o tubo de teflon, determine o tempo necessário para que o segundo mínimo de difração ocupe a posição onde se encontrava o primeiro mínimo.

Dados: calor específico do teflon = 1.050 J/kg · K;

coeficiente de dilatação linear do teflon = $216 \cdot 10^{-6}\ ^{o}C^{-1}$

massa do tubo de teflon = 10 g;

comprimento inicial da barra de teflon (L_0) = 10a, onde "a" é a largura inicial da fenda



159 **IME 2007** A figura ilustra uma empacotadora de papel que utiliza um capacitor de placas quadradas e paralelas para empilhar a quantidade exata de folhas contidas em cada embalagem. Ao atingir a altura limite do bloco de papel, o laser L acoplado à fenda simples Fs projeta os mínimos de intensidade de difração de primeira ordem nos pontos A e B, eqüidistantes da linha tracejada ED. Sabendo que cada folha de papel possui uma espessura e_f, determine o número de folhas contidas em cada embalagem.

Dados: comprimento de onda do laser = λ; largura da fenda simples = a;

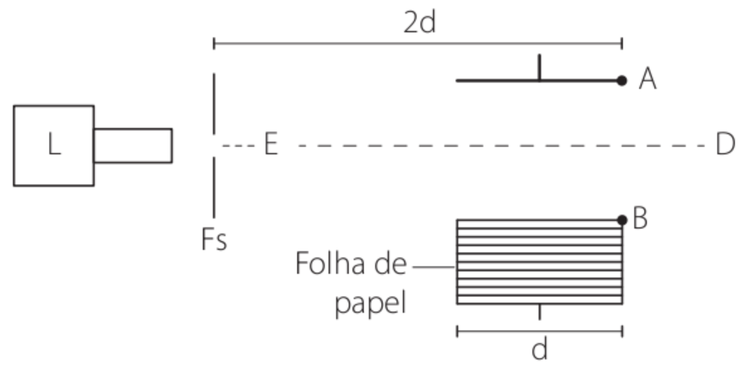
distância entre a fenda e a reta AB = 2d;

área da superfície das placas do capacitor = d^2;

permissividade do vácuo = ε_0 ; permissividade do papel = ε;

capacitância do capacitor com o limite máximo de folhas de papel = C.

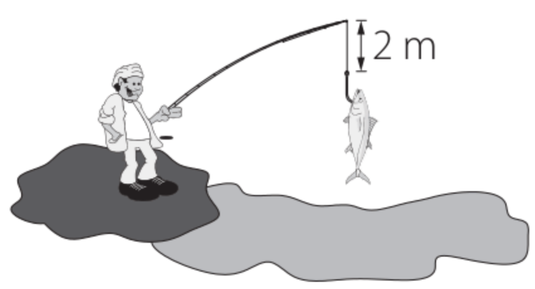
Obs.: despreze o efeito da borda do capacitor.



160 **IME 1992** Um tubo sonoro, com 40 cm de comprimento, é fechado numa extremidade e aberto na outra. No local onde se encontra o tubo a velocidade do som é de 336 m/s. Determine as duas menores frequências de ressonância no interior do tubo.

161 **IME 1996** A frequência fundamental de um tubo de órgão aberto nas duas extremidades é 300 Hz. Quando o ar no interior do tubo é substituído por hidrogênio e uma das extremidades é fechada, a frequência fundamental aumenta para 582 Hz. Determine a relação entre a velocidade do som no hidrogênio e a velocidade do som no ar.

162 **IME 1994** Um pescador desenvolveu um método original de medir o peso dos peixes pescados. Ele utiliza uma vara com uma linha de 2 m de comprimento e um frequencímetro. Ao pescar um peixe, ele "percute" a linha na posição da figura e mede a frequência do som produzido. O pescador quer selecionar uma linha adequada, de modo que para um peixe de peso 10 N ele obtenha uma frequência fundamental de 50 Hz. Determine a massa (em gramas) da linha que deve ser utilizada para obter o resultado desejado.



163 **IME 1995** Considere um reservatório cheio de água com 20 metros de profundidade, cuja única vazão será feita através de um balde com capacidade máxima de 2 litros. A cada balde com água que sai do reservatório vibra-se, em sua borda, um diapasão cuja frequência é de 170 Hz. Sabendo que após o vigésimo balde com água, escuta-se um reforço no som e que o consumo diário é de 160 litros, determine após quantos dias o reservatório irá secar.

Dados: Velocidade do som no ar = 340 m/s

164 **IME 1997** Afinando um instrumento de cordas, um músico verificou que uma das cordas estava sujeita a uma força de tração de 80 N e que ao ser dedilhada, vibrava com uma frequência 20 Hz abaixo da ideal. Sabendo-se que a parte vibrante da corda tem 100 cm de comprimento, 0,5 g de massa e que deve ser afinada no primeiro harmônico, determine a força de tração necessária para afinar a corda.

165 **IME 1998** Entre duas placas metálicas paralelas e que constituem um capacitor de capacitância $C = 0{,}08\ \mu F$, coloca-se esticado um fio de náilon que vibra na frequência fundamental $f_1 = 100$ Hz. Retira-se o fio, altera-se a distância entre as placas e coloca-se entre elas um outro fio de náilon, com as mesmas propriedades físicas do primeiro, porém de comprimento tal que, agora, a frequência fundamental de vibração seja $f_2 = 250$ Hz. Sabendo que as placas permanecem sempre carregadas com $Q = 2\ \mu C$, determine a tensão elétrica entre elas na segunda distância da experiência.

Obs.: Não considere o efeito dielétrico do fio de náilon.

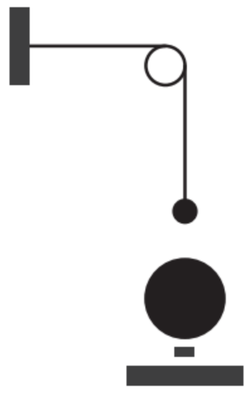
166 **IME 1998** Na figura a seguir, uma corda é fixada a uma parede e depois de passar por uma roldana é tensionada por uma esfera metálica com 330 g de massa. Uma segunda esfera metálica, firmemente presa ao solo, é colocada verticalmente abaixo da primeira. Sabendo que a distância entre a parede e a roldana é de 0,5 m e que a distância entre os centros das esferas é de 10 cm, determine a frequência de ressonância do trecho da corda entre a parede e a roldana:

a) com as duas esferas descarregadas;
b) com as duas esferas carregadas, a primeira com uma carga elétrica de $1{,}0 \cdot 10^{-7}$ C e a segunda com uma carga elétrica de $-2{,}0 \cdot 10^{-6}$ C.

Dados: aceleração da gravidade: $g = 9{,}8\ m/s^2$

permissividade no vácuo: $\varepsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-2}\ F/m$

densidade linear da corda: $\mu = 2{,}0\ g/m$



167 **IME 1999** Ao encher-se um recipiente com água, o som produzido fica mais agudo com o passar do tempo.

a) Explique por que isto ocorre;
b) Determine uma expressão para a frequência fundamental do som em função do tempo, para o caso de um recipiente cilíndrico com 6 cm de diâmetro e 30 cm de altura, sabendo que a vazão do líquido é de 30 cm^3/s. Suponha que a velocidade do som no ar no interior do recipiente seja 340 m/s.

168 **IME 2006** Para ferver dois litros de água para o chimarrão, um gaúcho mantém uma panela de 500 g suspensa sobre a fogueira, presa em um galho de árvore por um fio de aço com 2 m de comprimento. Durante o processo de aquecimento são gerados pulsos de 100 Hz em uma das extremidades do fio. Este processo é interrompido com a observação de um regime estacionário de terceiro harmônico.

Determine:

a) o volume de água restante na panela;
b) a quantidade de energia consumida neste processo.

Dados: massa específica linear do aço = 10^{-3} kg / m;

aceleração da gravidade (g) = 10 m / s^2; massa específica da água = 1 kg / L;

calor latente de vaporização da água = 2,26 MJ / kg.

169 **IME 1991** Um observador escuta a buzina de um carro em duas situações diferentes. Na primeira, o observador está parado e o carro se afasta com velocidade V; na segunda, o carro está parado e o observador se afasta com velocidade V. Em qual das duas situações o tom ouvido pelo observador é mais grave? Justifique sua resposta.

170 **IME 1994** Uma fonte sonora é arremessada verticalmente a partir da superfície da Terra. O som emitido no momento em que a fonte atinge o ponto mais alto da trajetória é ouvido por um observador que está imóvel no ponto de lançamento com uma frequência de 400 Hz. Desprezando os efeitos do atrito com o ar e da rotação da Terra, determine a frequência com que o observador ouvirá um som emitido 17 segundos após o início da descida.

Dados: aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$,

velocidade do som: $v_s = 340$ m/s.

171 **IME 2007** No instante t = 0, uma fonte sonora que gera um tom com frequência de 500 Hz é arremessada verticalmente do solo com velocidade inicial de 40 m/s. Pede-se:

a) a maior e a menor frequência do som ouvido por um observador estacionário situado muito próximo do local do arremesso;
b) um esboço do gráfico da frequência ouvida pelo observador em função do tempo após o lançamento para $0 < t < 10$ s.

Dados: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s²;

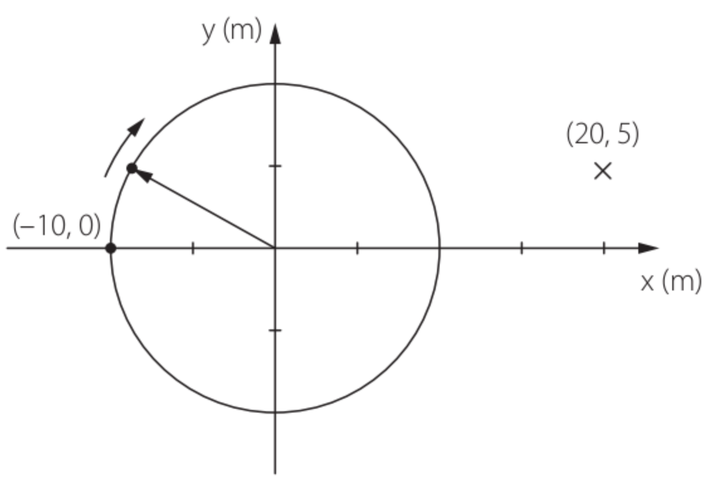
velocidade do som (v_s) = 340 m/s.

Obs.: despreze o atrito da fonte sonora com o ar e suponha que a fonte permaneça imóvel após atingir o solo.

172 **IME 2002** Um corpo realiza um movimento circular uniforme, no sentido horário, com velocidade angular $\omega = \pi$ rad/s sobre uma circunferência de raio igual a 10 metros emitindo um tom de 1 kHz, conforme a figura abaixo. Um observador encontra-se no ponto de coordenadas (20, 5), escutando o som emitido pelo corpo. Aciona-se um cronômetro em t = 0, quando o corpo passa pelo ponto (–10, 0). Levando em consideração o efeito Doppler, determine:

a) a menor frequência percebida pelo observador;
b) a maior frequência percebida pelo observador;
c) a frequência percebida em t = 1/6 s.

Dado: velocidade do som = 340 m/s.



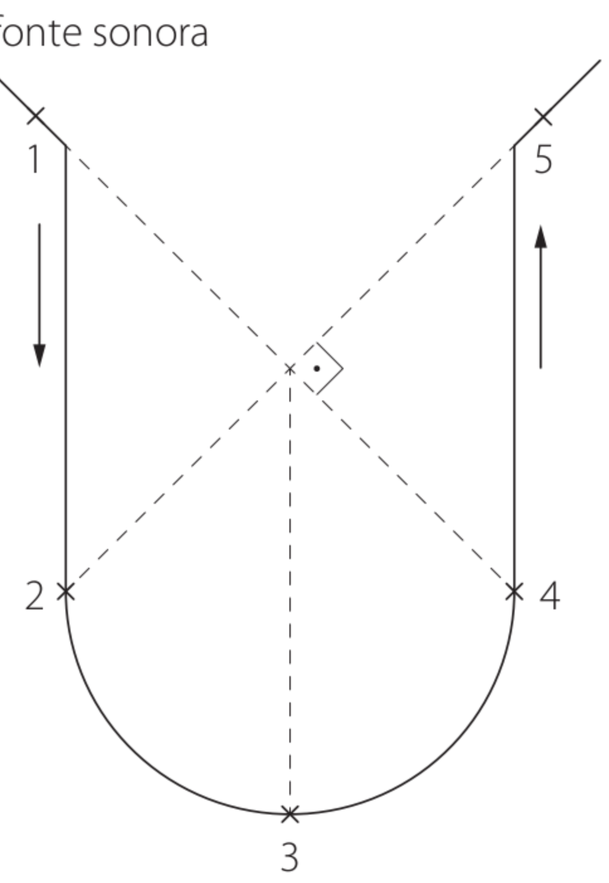
Frente 4 – IME 1ª Fase

173 **IME 1ª Fase 2007** Quando a luz, que estava se propagando no ar, penetra na água de uma piscina, sua velocidade __(I)__, sua frequência __(II)__ e seu comprimento de onda __(III)__.

A opção que corresponde ao preenchimento correto das lacunas (I), (II) e (III) é:

	(I)	(II)	(III)
A	diminui	aumenta	permanece constante
B	aumenta	permanece constante	diminui
C	diminui	permanece constante	diminui
D	aumenta	diminui	aumenta
E	diminui	diminui	diminui

174 **IME 1ª Fase 2007**



A figura acima representa uma fonte sonora que se desloca pela trajetória representada pela linha cheia, com velocidade escalar constante, emitindo um som de frequência constante. Um observador localizado no ponto P escutará o som de forma mais aguda quando a fonte passar pelo ponto:

A 1
B 2
C 3
D 4
E 5

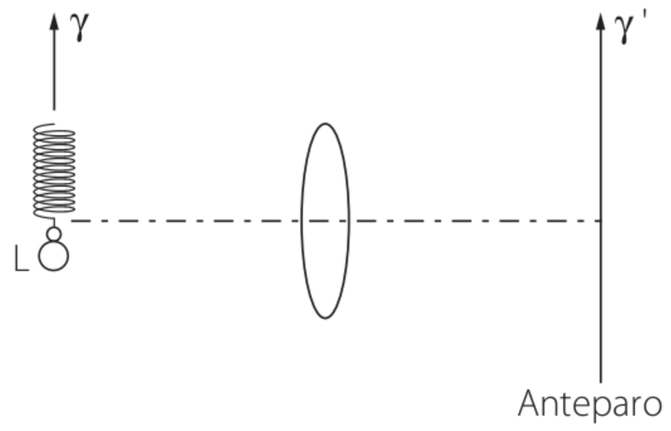
Frente 5 – ITA

175 **ITA 1997** Uma partícula em movimento harmônico simples oscila com frequência de 10 Hz entre os pontos L e –L de uma reta. No instante t_1 a partícula está no ponto $\sqrt{3}\frac{L}{2}$ caminhando em direção a valores inferiores, e atinge o ponto $-\sqrt{2}\frac{L}{2}$ no instante t_2. O tempo gasto nesse deslocamento é:

A 0,021 s
B 0,029 s
C 0,15 s
D 0,21 s
E 0,29 s

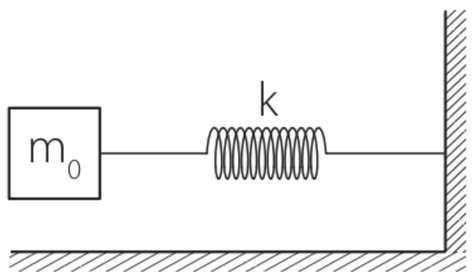
176 **ITA 1987** Uma pequena lâmpada L pende de uma mola e executa oscilações verticais cuja equação é $\gamma = 2{,}0 \cos 4{,}0t$, sendo γ medido em mm e t em segundos. Uma lente delgada convergente, de distância focal f = 15 cm é colocada a 20 cm do centro de oscilação da lâmpada e a imagem é projetada num anteparo.

A equação que representa o movimento dessa imagem é:



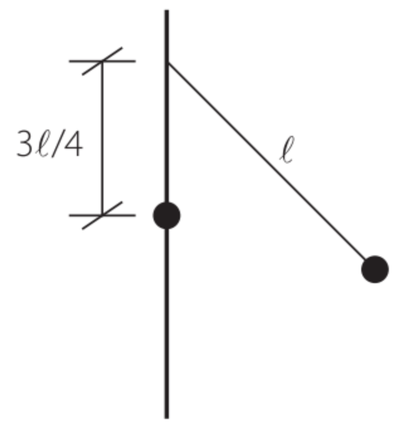
A $\gamma' = 6{,}0\cos(4{,}0t + \pi)$
B $\gamma' = 2{,}0 \operatorname{sen} 4{,}0t$
C $\gamma' = 6{,}0\cos(4{,}0t + \pi/2)$
D $\gamma' = 2{,}0\cos 4{,}0t$
E $\gamma' = -3{,}0\cos 4{,}0t$

177 **ITA 1992** Uma forma de medir a massa m de um objeto em uma estação espacial com gravidade zero é usar um instrumento como mostrado na figura. Primeiro o astronauta mede a frequência f_0 de oscilação de um sistema elástico de massa m_0 conhecida. Após, a massa desconhecida é adicionada a este sistema e uma nova medida da frequência, f, de oscilação é tomada. Como podemos determinar a massa desconhecida a partir dos dois valores de medida da frequência?



A $m = m_0 \dfrac{f_0^2}{f^2}$
B $m = m_0 \left(f_0^2 - f^2\right)$
C $m = m_0 \left(\dfrac{f_0^2}{f^2} - 1\right)$
D $m = m_0 \left(\dfrac{f_0^2}{f^2} - 2\right)$
E $m = m_0 \left(\dfrac{f_0^2}{f^2} + 1\right)$

178 **ITA 1993** Um pêndulo simples oscila com um período de 2,0 s. Se cravarmos um pino a uma distância $\frac{3}{4}\ell$ do ponto de suspensão e na vertical que passa por aquele ponto, como mostrado na figura, qual será o novo período do pêndulo? Desprezar os atritos. Considere ângulos pequenos tanto antes quanto depois de atingir o pino.

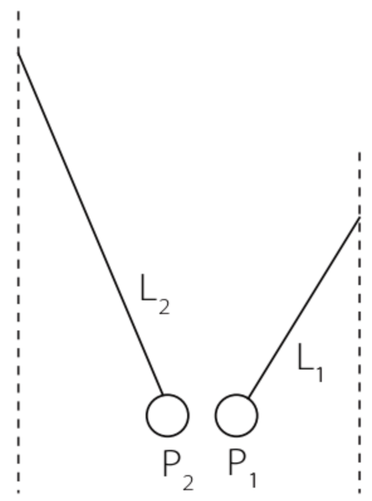


A 1,5 s
B 2,7 s
C 3,0 s
D 4,0 s
E o período de oscilação não se altera.

179 **ITA 1987** Dois pêndulos simples, respectivamente de massas m_1 e m_2 e comprimentos ℓ_1 e ℓ_2, são simultaneamente abandonados para pôr-se em oscilação. Constata-se que a cada quatro ciclos do primeiro a situação inicial é restabelecida identicamente. Nessas condições pode-se afirmar que *necessariamente*:

A O pêndulo 2 deve oscilar mais rapidamente que o pêndulo 1.
B O pêndulo 2 deve oscilar mais lentamente que o pêndulo 1.
C $8\sqrt{\dfrac{\ell_1}{\ell_2}}$ é um número inteiro.
D $6\sqrt{\dfrac{\ell_1}{\ell_2}}$ é um número inteiro.
E $m_1\ell_1 = 2m_2\ell_2$.

180 **ITA 1989** Dois pêndulos simples, P_1 e P_2, de comprimentos L_1 e L_2, estão indicados na figura.
Determine L_2 em função de L_1 para que a situação indicada se repita a cada 5 oscilações completas de P_1 e 3 oscilações completas de P_2.



A $L_2 = 1{,}66\ldots L_1$
B $L_2 = 2{,}77\ldots L_1$
C $L_2 = 0{,}60\ L_1$
D $L_2 = 0{,}36\ L_1$
E $L_2 = 15\ L_1$

181 **ITA 1990** Uma experiência foi realizada para se determinar a diferença no valor da aceleração da gravidade, g(A) e g(B), respectivamente, em dois pontos A e B de uma certa área. Para isso construiu-se um pêndulo simples de comprimento ℓ e mediu-se no ponto A o tempo necessário para 100 oscilações obtendo-se 98 s. No ponto B, para as mesmas 100 oscilações, obteve-se 100 s. Neste caso pode-se afirmar que:

A g(A) < g(B) e a diferença é aproximadamente de 5%.
B g(A) < g(B) e a diferença é aproximadamente de 4%.
C g(A) > g(B) e a diferença é aproximadamente de 2%.
D somente se pode fazer qualquer afirmativa a respeito dos valores de g(A) e g(B) se conhecermos o valor de ℓ.
E nenhuma das respostas acima é satisfatória.

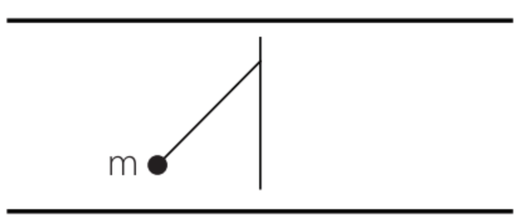
182 **ITA 1998** Um relógio de pêndulo simples é montado no pátio de um laboratório em Novosibirsk na Sibéria, utilizando um fio de suspensão de coeficiente de dilatação $1 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. O pêndulo é calibrado para marcar a hora certa em um bonito dia de verão de 20 °C. Em um dos menos agradáveis dias do inverno, com a temperatura a –40 °C, o relógio:

A adianta 52 s por dia.
B adianta 26 s por dia.
C atrasa 13 s por dia.
D atrasa 26 s por dia.
E atrasa 52 s por dia.

183 **ITA 1991** Em uma região do espaço onde existe um campo elétrico uniforme $\vec{E}$, dois pêndulos simples de massas m = 0,20 kg e comprimento ℓ são postos a oscilar. A massa do primeiro pêndulo está carregada com $q_1 = +\ 0{,}20$ C e a massa do segundo pêndulo com $q_2 = -\ 0{,}20$ C. São dados que a aceleração da gravidade local é $g = 10{,}0\ m/s^2$, que o campo elétrico tem mesma direção e sentido que $\vec{g}$ e sua intensidade é $|\vec{E}| = 6{,}0$ V/m. A razão (p_1/p_2), entre os períodos p_1 e p_2 dos pêndulos 1 e 2, é:

A 1/4 C 1 E 4
B 1/2 D 2

184 **ITA 1993** Uma pequena esfera metálica de massa m está suspensa por um fio fino de massa desprezível, entre as placas de um grande capacitor plano, como mostra a figura. Na ausência de qualquer carga tanto no capacitor quanto na esfera, o período de oscilação da esfera é T = 0,628 s. Logo em seguida uma carga + e é colocada sobre a esfera e a placa superior do capacitor é carregada positivamente. Nessas novas condições o período de oscilação da esfera torna-se T = 0,314 s. Qual é a força que o campo elétrico do capacitor exerce sobre a esfera?

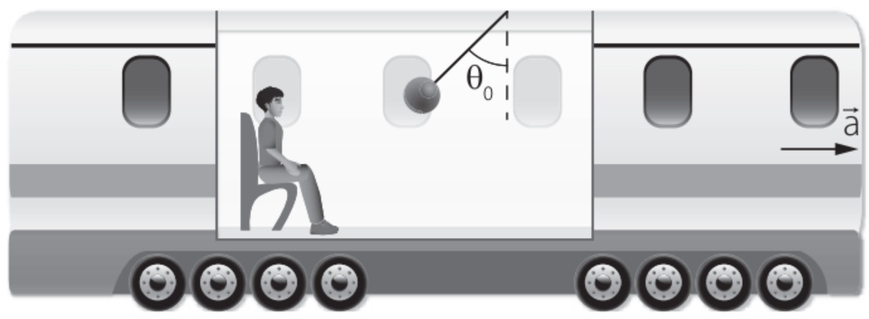


A $F = 3 \cdot m \cdot g$
B $F = 2 \cdot m \cdot g$
C $F = m \cdot g$
D $F = 6 \cdot m \cdot g$
E $F = 3 \cdot m \cdot g/2$

185 **ITA 1995** Um pêndulo simples é construído com uma esfera metálica de massa $m = 1{,}0 \cdot 10^{-4}$ kg carregada com uma carga elétrica de $3{,}0 \cdot 10^{-5}$ C e um fio isolante de comprimento l = 1,0 m de massa desprezível. Este pêndulo oscila com período P num local em que $g = 10{,}0\ m/s^2$. Quando um campo elétrico uniforme e constante $\vec{E}$ é aplicado verticalmente em toda região do pêndulo o seu período dobra de valor. A intensidade do campo elétrico E é de:

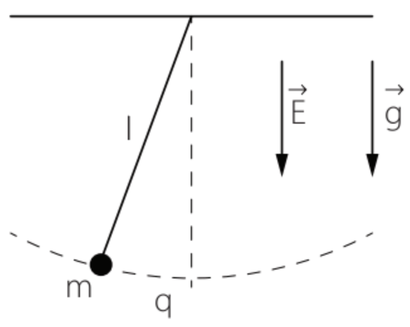
A $6{,}7 \cdot 10^3$ N/C
B 42 N/C
C $6{,}0 \cdot 10^{-6}$ N/C
D 33 N/C
E 25 N/C

186 **ITA 1998** No início do século, Albert Einstein propôs que forças inerciais, como aquelas que aparecem em referenciais acelerados, sejam equivalentes às forças gravitacionais. Considere um pêndulo de comprimento L suspenso no teto de um vagão de trem em movimento retilíneo com aceleração constante de módulo a, como mostra a figura. Em relação a um observador no trem, o período de pequenas oscilações do pêndulo ao redor da sua posição de equilíbrio θ_0 é:



A $2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$
B $2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g+a}}$
C $2\pi\sqrt{\dfrac{L}{\sqrt{g^2-a^2}}}$
D $2\pi\sqrt{\dfrac{L}{\sqrt{g^2+a^2}}}$
E $2\pi\sqrt{\dfrac{L}{\sqrt{ag}}}$

187 **ITA 2005** Considere um pêndulo de comprimento l, tendo na sua extremidade uma esfera de massa m com carga elétrica positiva q. A seguir, esse pêndulo é colocado num campo elétrico uniforme $\vec{E}$ que atua na mesma direção e sentido da aceleração da gravidade $\vec{g}$. Deslocando-se essa carga ligeiramente de sua posição de equilíbrio e soltando-a, ela executa um movimento harmônico simples, cujo período é



A $T = 2\pi\sqrt{l/g}$

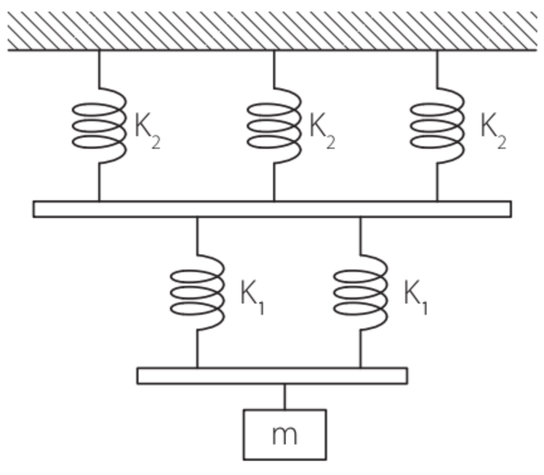
B $T = 2\pi\sqrt{l/(g+q)}$

C $T = 2\pi\sqrt{ml/(qE)}$

D $T = 2\pi\sqrt{ml/(mg-qE)}$

E $T = 2\pi\sqrt{ml/(mg+qE)}$

188 **ITA 2007** Um sistema massa-molas é constituído por molas de constantes k_1 e k_2, respectivamente, barras de massas desprezíveis e um corpo de massa m, como mostrado na figura. Determine a frequência desse sistema.



189 **ITA 1990** Para se determinar a massa específica de um material fez-se um cilindro de 10,0 cm de altura desse material flutuar dentro do mercúrio mantendo o seu eixo perpendicular à superfície do líquido. Posto a oscilar verticalmente verificou-se que o seu período era de 0,60 s. Qual é o valor da massa específica do material? Sabe-se que a massa específica do mercúrio é de $1{,}36 \cdot 10^4$ kg/m³ e que a aceleração da gravidade local é de 10,0 m/s².

A Faltam dados para calcular.

B $1{,}24 \cdot 10^4$ kg/m³

C $1{,}72 \cdot 10^4$ kg/m³

D $7{,}70 \cdot 10^3$ kg/m³

E Outro valor.

190 **ITA 1994** Deixa-se cair um corpo de massa m da boca de um poço que atravessa a Terra, passando pelo seu centro. Desprezando atritos e rotação da Terra, para $|x| \leq R$ o corpo fica sob ação da força $F = -mgx/R$, onde a aceleração gravitacional $g = 10{,}0$ m/s², o raio da Terra $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m e x é a distância do corpo ao centro da Terra (origem de x). Nestas condições, podemos afirmar que o tempo de trânsito da boca do poço ao centro da Terra e a velocidade no centro são:

A 21 min e $11{,}3 \cdot 10^3$ m/s

B 21 min e $8{,}0 \cdot 10^3$ m/s

C 84 min e $8{,}0 \cdot 10^3$ m/s

D 42 min e $11{,}3 \cdot 10^3$ m/s

E 42 min e $8{,}0 \cdot 10^3$ m/s.

191 **ITA 1997** Um aluno do ITA levou um relógio, a pêndulo simples, de Santos, no litoral paulista, para São José dos Campos, a 600 m acima do nível do mar. O relógio marcava a hora correta em Santos, mas demonstra uma pequena diferença em São José. Considerando a Terra como uma esfera com seu raio correspondendo ao nível do mar, pode-se estimar que, em São José dos Campos, o relógio:

A atrasa 8 min por dia.

B atrasa 8 s por dia.

C adianta 8 min por dia.

D atrasa 8 s por dia.

E foi danificado, pois deveria fornecer o mesmo horário que em Santos.

192 **ITA 1999** Um relógio de pêndulo, construído de um material de coeficiente de dilatação linear α, foi calibrado a uma temperatura de 0 °C para marcar um segundo exato ao pé de uma torre de altura ***h***. Elevando-se o relógio até o alto da torre observa-se um certo atraso, mesmo mantendo-se a temperatura constante. Considerando ***R*** o raio da Terra, ***L*** o comprimento do pêndulo a 0 °C e que o relógio permaneça ao pé da torre, então a temperatura para a qual obtém-se o mesmo atraso é dada pela relação:

A $\dfrac{2h}{\alpha R}$

B $\dfrac{h(2R+h)}{\alpha R^2}$

C $\dfrac{(R+h)^2 - LR}{\alpha L R}$

D $\dfrac{R(2h+R)}{\alpha (R+h)^2}$

E $\dfrac{2R+h}{\alpha R}$

193 **ITA 2002** Um sistema é composto por duas massas idênticas ligadas por uma mola de constante k, e repousa sobre uma superfície plana, lisa e horizontal. Uma das massas é então aproximada da outra, comprimindo 2,0 cm da mola. Uma vez liberado, o sistema inicia um movimento com o seu centro de massa deslocando com velocidade de 18,0 cm/s numa determinada direção. O período de oscilação de cada massa é:

A 0,70 s

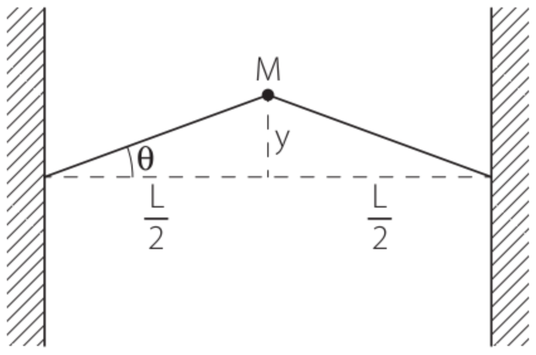
B 0,35 s

C 1,05 s

D 0,50 s

E indeterminado, pois a constante da mola não é conhecida.

194 **ITA 2007** Uma bolinha de massa M é colada na extremidade de dois elásticos iguais de borracha, cada qual de comprimento L/2, quando na posição horizontal. Desprezando o peso da bolinha, esta permanece apenas sob a ação da tensão T de cada um dos elásticos e executa no plano vertical um movimento harmônico simples, tal que sen $\theta \cong$ tg θ. Considerando que a tensão não se altera durante o movimento, o período deste vale



A $2\pi\sqrt{\frac{4ML}{T}}$

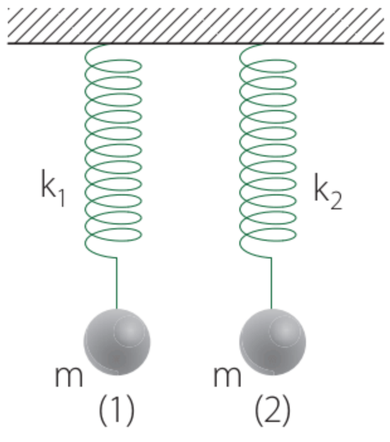
B $2\pi\sqrt{\frac{ML}{4T}}$

C $2\pi\sqrt{\frac{ML}{T}}$

D $2\pi\sqrt{\frac{ML}{2T}}$

E $2\pi\sqrt{\frac{2ML}{T}}$

195 **ITA 1988** Duas molas ideais, sem massa e de constantes de elasticidade k_1 e k_2, sendo $k_1 < k_2$, acham-se dependuradas no teto de uma sala. Em suas extremidades livres penduram-se massas idênticas. Observa-se que, quando os sistemas oscilam verticalmente, as massas atingem a mesma velocidade máxima. Indicando por A_1 e A_2 as amplitudes dos movimentos e por E_1 e E_2 as energias mecânicas dos sistemas (1) e (2), respectivamente, podemos dizer que:



A $A_1 > A_2$ e $E_1 = E_2$.

B $A_1 < A_2$ e $E_1 = E_2$.

C $A_1 > A_2$ e $E_1 > E_2$.

D $A_1 < A_2$ e $E_1 < E_2$.

E $A_1 < A_2$ e $E_1 > E_2$.

196 **ITA 2007** Aplica-se instantaneamente uma força a um corpo de massa m = 3,3 kg preso a uma mola, e verifica-se que este passa a oscilar livremente com a frequência angular $\omega = 10$ rad/s. Agora, sobre esse mesmo corpo preso à mola, mas em repouso, faz-se incidir um feixe de luz monocromática de frequência $f = 500 \times 10^{12}$ Hz, de modo que toda a energia seja absorvida pelo corpo, o que acarreta uma distensão de 1 mm da sua posição de equilíbrio. Determine o número de fótons contido no feixe de luz. Considere a constante de Planck $h = 6{,}6 \times 10^{-34}$ J s.

197 **ITA 1987** A propósito da trajetória resultante da composição de dois movimentos harmônicos simples, ortogonais entre si, descritos respectivamente pelas equações horárias: $x = A \text{ sen}(w_1 t + \alpha)$ e $y = B \text{ sen}(w_2 t + \beta)$ podemos afirmar que:

A Será sempre uma reta desde que A = B.

B Será uma figura de Lissajous somente quando $\alpha = \beta$.

C Nunca será uma reta se $w_1 \neq w_2$.

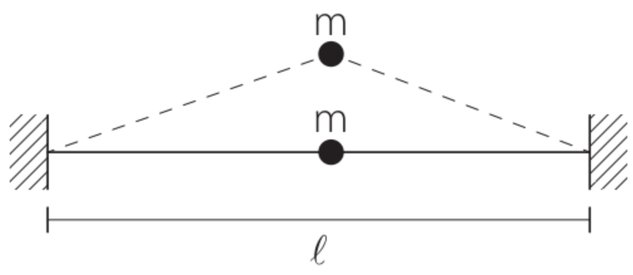
D Será sempre uma circunferência desde que $\alpha - \beta \pm \frac{\pi}{2}$.

E Será uma reta sempre que $w_1 = w_2$.

Frente 5 – IME

198 **IME 1986** Na superfície de um planeta hipotético, de raio igual ao da Terra, um pêndulo simples oscila com um período de 2,0 s. Sabendo que, na própria Terra, o período de oscilação do mesmo pêndulo vale $\sqrt{2}$ s, determine a razão entre as massas do planeta e da Terra.

199 **IME 1994** Uma corda, presa, nas duas extremidades, possui um corpo fixo de massa m, localizado no meio do seu comprimento. Ao ser distendida, como mostra a figura, fica sujeita a uma força de tração f. Determine a frequência das pequenas oscilações do corpo fixo, quando se libera a corda. Despreze a massa da corda e a ação da gravidade.

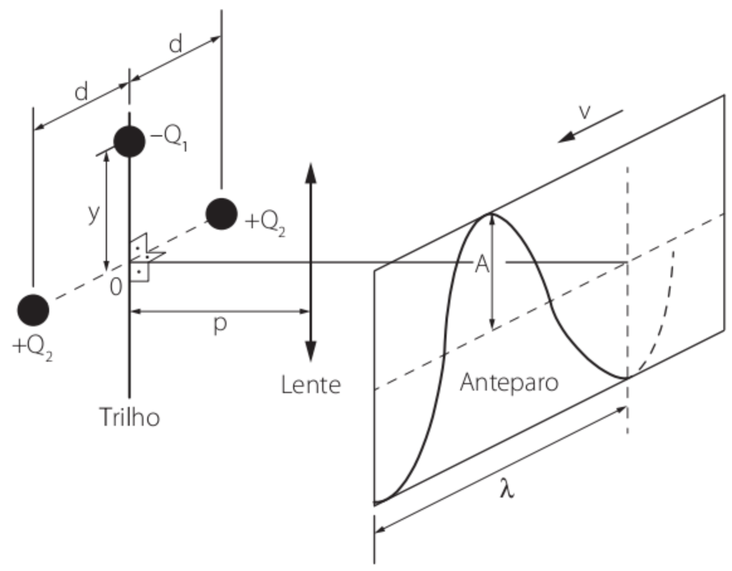


200 **IME 2006** Com o objetivo de medir o valor de uma carga elétrica negativa $-Q_1$ de massa m, montou-se o experimento abaixo. A carga de valor desconhecido está presa a um trilho e sofre uma interação elétrica devido à presença de duas cargas fixas, equidistantes dela, e de valor positivo $+Q_2$. O trilho é colocado em paralelo e a uma distância p de uma lente convergente de distância focal f. A carga $-Q_1$, inicialmente em repouso na posição apresentada na figura, é liberada sem a influência da gravidade, tendo seu movimento registrado em um anteparo que se deslo-

ca com velocidade v no plano da imagem de $-Q_1$ fornecida pela lente. Em função de Q_2, A, d, p, f, v, m, λ e ε, determine:

a) a ordenada y inicial;

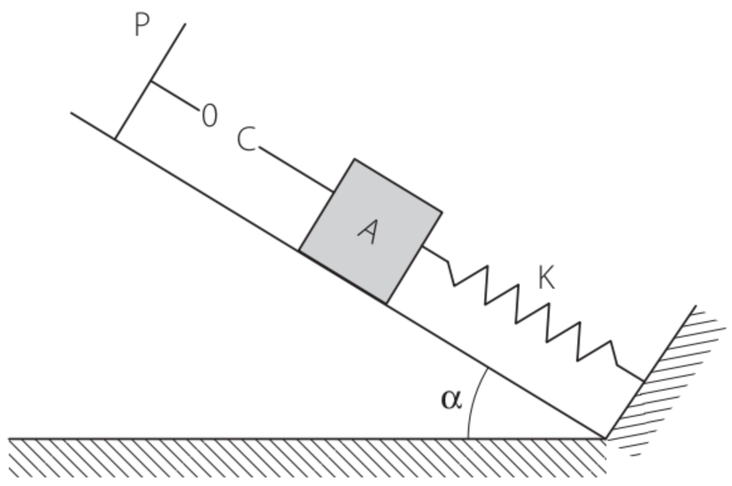
b) o valor da carga negativa $-Q_1$.



Dado: permissividade do meio = ε.

OBS: considere $d >> y$, ou seja, $d^2 + y^2 \cong d^2$.

201 **IME 1993** Na figura abaixo, o bloco A é um cubo de aresta a e a massa específica ρ. Sua face superior e esquerda está descoberta por uma fina placa metálica de massa desprezível, paralela a uma placa quadrada P, metálica, de lado a, fixada na rampa, a uma distância d_0 do bloco, o qual oscila sem atrito sobre a rampa partindo da posição indicada na figura. Sabendo que a aceleração da gravidade é g, a permissividade do ar é ε_0 e a capacitância mínima entre as placas é C, determine a expressão literal da constante da mola K (no instante da figura a força da mola é nula).



202 **IME 2005** A figura 1 mostra um cilindro de raio R = 0,2 m em repouso e um bloco de massa m = 0,1 kg, suspenso por uma mola de constante elástica k. Junto ao bloco existe um dispositivo que permite registrar sua posição no cilindro. Em um determinado instante, o bloco é puxado para baixo e solto. Nesse mesmo instante, o cilindro começa a girar com aceleração angular constante $\gamma = 0{,}8$ rad/s^2 de tal maneira que a posição do bloco é registrada no cilindro conforme a figura 2. Determine:

a) o período T de oscilação do bloco em segundos;

b) o valor da constante elástica k da mola em N/m;

c) a deformação da mola em metros antes de o bloco ter sido puxado;

d) a amplitude total em metros do movimento de oscilação, apresentado no gráfico da figura 2, sabendo que a energia potencial elástica máxima do conjunto bloco-mola é de 2,0 J.

Dados: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2

$\pi^2 \cong 10$.

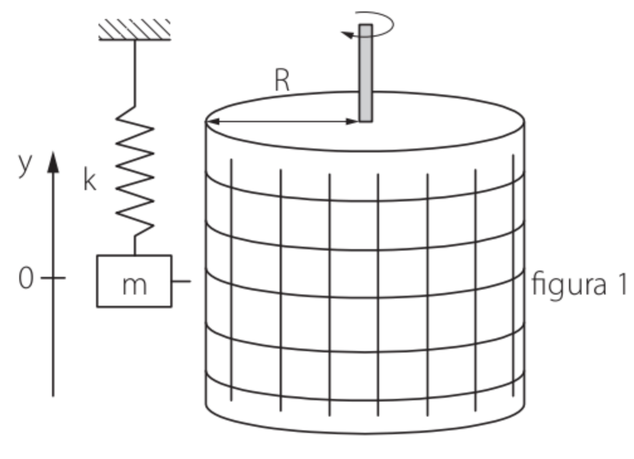


figura 1

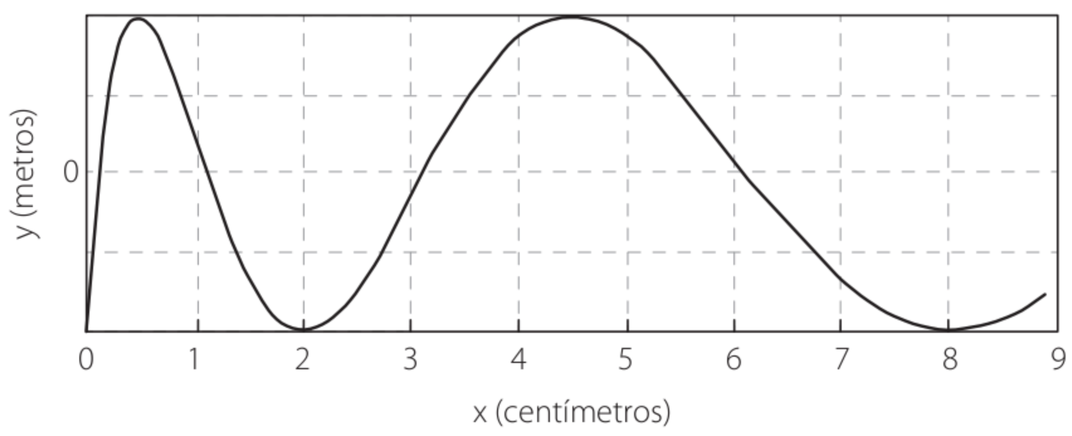
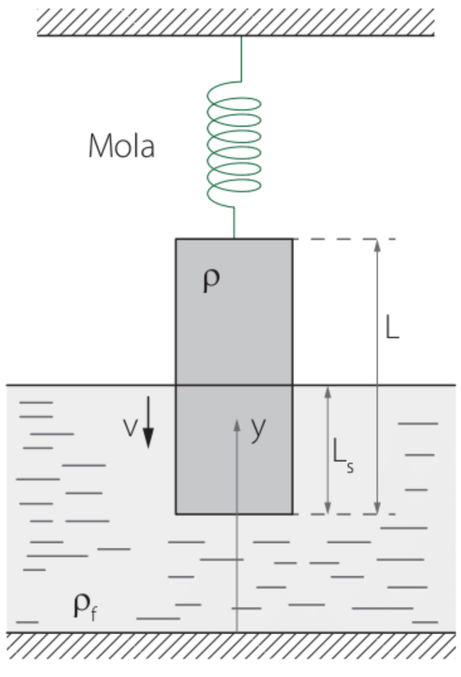


Figura 2

203 **IME 2006** A figura ilustra uma barra de comprimento L = 2 m com seção reta quadrada de lado a = 0,1 m e massa específica $\rho = 1{,}20$ g/cm^3, suspensa por uma mola com constante elástica k = 100 N/m. A barra apresenta movimento somente no eixo vertical y e encontra-se parcialmente submersa num tanque com líquido de massa específica $\rho_f = 1{,}00$ g/cm^3. Em um certo instante, observa-se que a mola está distendida de $\Delta y = 0{,}9$ m, que o comprimento da parte submersa da barra é $L_s = 1{,}6$ m e que a velocidade da barra é v = 1 m/s no sentido vertical indicado na figura. Determine os comprimentos máximo ($L_{máx}$) e mínimo ($L_{mín}$) da barra que ficam submersos durante o movimento.



Dado: aceleração da gravidade (g) = 10 m /s^2.

Obs.: despreze o atrito da barra com o líquido.

GABARITO

Frente 1 – ITA

1. D **6.** B **11.** A **16.** C
2. A **7.** B **12.** B **17.** E
3. C **8.** D **13.** C **18.** A
4. E **9.** A **14.** B **19.** C
5. D **10.** D **15.** E

Frente 1 – IME

20. $n = 1$

21. $k\omega^3 R^5 \mu$

22. $\sqrt{\frac{P}{\mu}}$

23. $a = -1,\ b = -1/2,\ c = -3/2$

Frente 1 – IME 1ª Fase

24. E

Frente 2 – ITA

25. D

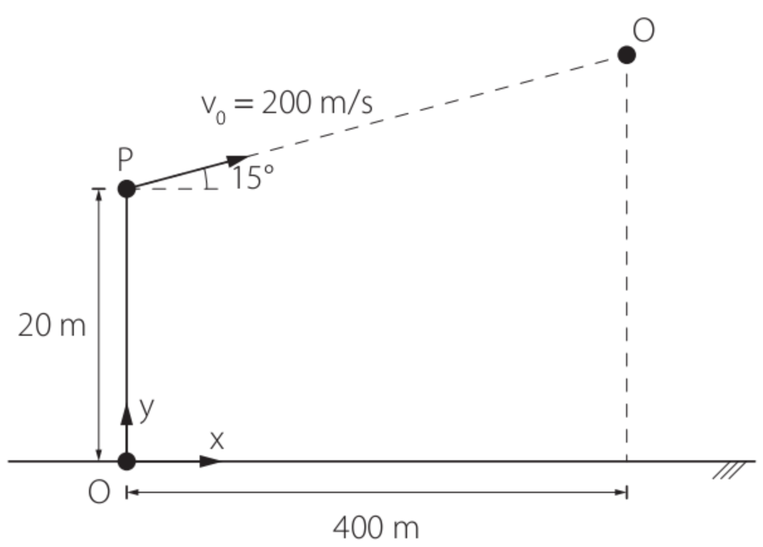
26. C

27. B

28. C

29. A

30. a)



b) $\begin{cases} x_P(t) = v_0 \cdot \cos(15°) \cdot t \\ y_P(t) = 20 + v_0 \cdot \text{sen}(15°) \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

$y_O(t) = \left[20 + 400 \cdot \text{tg}(15°)\right] - \frac{1}{2} g t^2$

c) 2,07 s

d) 105,74 m

Frente 2 – IME

31. $d = \frac{m_1^2 \sqrt{3}}{(m_1 + m_2) EQ}$

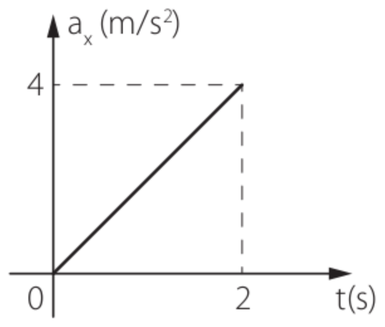
32. 0,6 kg

33. 1675 m

34. a) $\vec{v} = (1,5; -4,5)$ m/s

b) $\frac{\pi}{2}$ rad/s

35. a)



b1) $\vec{v} = (v_x; v_y) = (4; 20)$ m/s

b2) 0,40 J

36. $\left(\frac{(15 - 4\sqrt{5})r}{6}, \frac{8r}{9}\right)$

Frente 3 – ITA

37. E **41.** E **45.** B
38. E **42.** D **46.** C
39. D **43.** A
40. C **44.** B

47. $v_0 = \sqrt{\frac{2gRh}{R+h}}$

48. O projétil não atingirá uma altura máxima e se afastará da Lua sem parar.

49. E

50. C

51. E

52. D

53. C

54. E

55. C

56. D

57. C

58. A

59. $9 \cdot 10^7$ m

60. D

61. E

62. E

63. B

Frente 3 – IME

64. a) $\frac{R_P}{R_T} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{9}$ cal/g°C

65. $|\Delta F| = \frac{L^3 g}{8} \cdot \left(-\frac{7\rho_A}{8} + \rho_B\right) \cdot \left|\frac{M_X R_T^2}{M_T R_X^2} - 1\right|$

66. $-1,2 \cdot 10^7$ J

67. a) 8 m/s²

b) $7,155 \cdot 10^3$ m/s

68. 3 m

Frente 3 – IME 1ª Fase

69. C

Frente 4 – ITA

70. B

71. E

72. A

73. C

74. A

75. A

76. E

77. $\theta_r \approx 45°$; 6,0 kHz

78. B **83.** C **88.** E **93.** E

79. C **84.** E **89.** C **94.** E

80. D **85.** A **90.** A **95.** E

81. E **86.** B **91.** D **96.** B

82. C **87.** E **92.** E **97.** A

98. $n_i = 1$ e $d = \frac{1 \cdot 5500}{4 \cdot 1,3} \Rightarrow d \cong 1058$ Å . Obs.: Foi considerado $\lambda = 5\,500$ Å no ar.

99. E

100. A

101. E

102. A

103. E

104. D

105. $n_{max} = 4$

106. B

107. C

108. D

109. C

110. L ≈ 0,35 m ou 35 cm

111. B

112. D

113. D

114. C

115. A

116. C

117. A

118. B

119. D

120. E

121. E

122. B

123. Questão sem resposta. A resposta correta é: $f_2 = 395$ Hz e $v_1 = 4,2$ m/s.

124. C

125. a) 5 Hz

b) 10 m/s

126. D

127. B

128. C

129. D

130. B

131. E

132. D

133. C

134. C

135. D

136. A energia mínima para se mudar do nível 1 é a necessária para se ir ao nível 2.

Portanto:

$$E_{min} = -\frac{13,6}{n_f^2} - \frac{(13,6)}{n_1^2} = -\frac{13,6}{4} + \frac{13,6}{1} = 10,20 \text{ eV}$$

Como o fóton não possui essa energia, o átomo permanecerá no nível de energia inicial.

Portanto: p = 1

137. D

138. E

139. $\Delta x = 8,1 \cdot 10^{-4}$ m

140. A

141. D

142. $v = \frac{M_H \cdot E_0}{(M_H + M_e) \cdot c} \cdot \left(\frac{1}{n^2} - 1\right)$

143. $\lambda = \frac{hC}{\left[(qU)^2 + 2qUm_0C^2\right]^{\frac{1}{2}}}$

144. B

Frente 4 – IME

145. 50 m/s

146. 0,0125 s

147. a) R_1

b) $0,161 \cdot 10^{-9}$ s

148. i = 4,0 A

149. $I_1 = \left(\frac{7}{3}\right) I_2$

150. 85 Hz e 255 Hz

151. $\frac{20\sqrt{30}}{3}$ Hz

152. $\lambda = 4 \cdot \sqrt{\frac{(h + \Delta h)2 + d^2}{4 - 2d}}$

153. A difração é percebida quando a fenda tem dimensões pequenas com relação ao comprimento de onda. As ondas sonoras têm grande comprimento de onda enquanto a luz tem pequeno comprimento de onda, por este motivo a difração sonora é mais percebida que a luminosa.

154. 20 m

155. Para todo o espectro visível, tem-se que n = 1.

156. $\Delta T = -\frac{2000}{9}$ °C

157. 1. $d = \frac{\lambda}{\text{sen}\theta}$

2. $F = 2k\frac{\lambda}{\text{sen}\theta}\left(2 \cdot \sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{2}} - 1\right)$

158. 64 800 s

159. $n = \left[\frac{\varepsilon\varepsilon_0 ad^2 - 4C\varepsilon\lambda d}{C\varepsilon_0 ae_f}\right] + 1$

160. $f_1 = 210Hz; f_2 = 630\ Hz$

161. $\frac{97}{25}$

162. $5 \cdot 10^{-4}$ kg

163. 5 dias

164. F = 96,8 N

165. 10 V

166. a) 40,6 Hz

b) 41,7 Hz

167. a) Ao colidir com o fundo do copo, são emitidas várias frequências, entrando em ressonância dependendo da altura da coluna de água. Com o passar do tempo, as frequências de ressonância vão aumentando, pois a altura da coluna de ar diminui.

b) $f = \frac{2550\pi}{9\pi - t},\ 0 \leq t \leq 9\pi$

168. a) 1,28 L

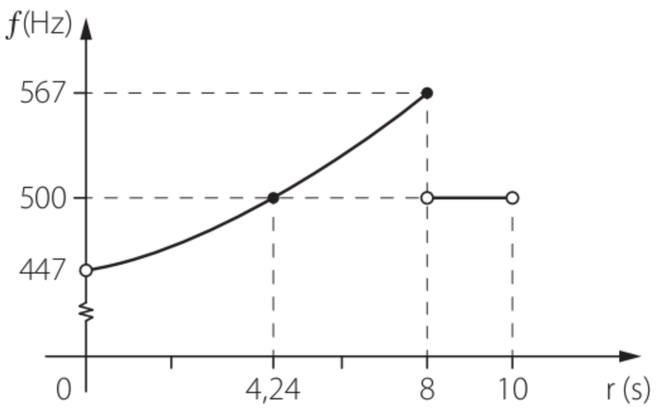
b) 1,63 MJ

169. O som é mais grave (menor frequência) quando o observador estiver afastando do carro.

170. 800 Hz

171. a) $f_{min} = 447Hz; f_{max} = 567Hz$

b)



172. a) 915 Hz

b) 1 102 Hz

c) 1 048 Hz

Frente 4 – IME 1ª Fase

173. C

174. A

Frente 5 – ITA

175. B

176. A

177. C

178. A

179. C

180. B

181. E

182. B

183. B

184. A

185. E

186. D

187. E

188. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{6k_1k_2}{(2k_1 + 3k_2)m}}$

189. B

190. B

191. B

192. B

193. Sem resposta. O período é aproximadamente igual a 0,25 s.

194. B

195. C

196. $n = 5 \cdot 10^{14}$ fótons

197. C

Frente 5 – IME

198. 2

199. $f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{F}{mL}}$

200. a) $y = \frac{A(p - f)}{f}$

b) $-Q_1 = -\frac{8\pi^3 \varepsilon d^3 m v^2}{\lambda^2 \cdot Q_2}$

201. $K = \frac{2\rho a^3 g C \operatorname{sen}(\alpha)}{\varepsilon_0 a^2 - C d_0}$

202. a) 0,5 s

b) 16 N/m

c) 1/16 m

d) 7/16 m

203. $\begin{cases} L_{máx} = 1,9\ m \\ L_{mín} = 1,2\ m \end{cases}$

MATEMÁTICA

SÉRIE 5 LOGARITMOS

Propriedades

1 **CICLO 2012** Se $\alpha = \log_{24} 12$, $\beta = \log_{36} 24$ e $\gamma = \log_{48} 36$ então $1 + \alpha\beta\gamma$ é igual a:

A $2\alpha\gamma$
B $2\beta\gamma$
C $2\alpha\beta$
D 0
E 2

2 **CICLO 2014** Suponha que a e b sejam números positivos para os quais temos $\log_9 a = \log_{15} b = \log_{25} (a + 2b)$. Podemos afirmar que $\frac{b}{a}$ é igual a:

A $\sqrt{2} - 1$
B $\sqrt{2} + 1$
C $\sqrt{2}$
D $2\sqrt{2}$
E $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

3 **CICLO 2016** Determine o valor do produto abc, sabendo que a, b e c são números distintos positivos diferentes de 1 que satisfazem a equação a seguir:

$$(\log_b^a \log_c^a - \log_a^a) + (\log_a^b \log_c^b - \log_b^b) + (\log_b^c \log_b^c - \log_c^c) = 0$$

A 0
B 1
C 2
D $\frac{1}{2}$
E $\frac{1}{3}$

4 **CICLO 2016** Sendo α e β números inteiros positivos, com $\alpha \neq \beta$, mostre que o número real $\log(2^\alpha \cdot 5^\beta)$ é um número irracional.

Dado: log M é o logaritmo decimal de M.

Funções logarítmicas

5 **CICLO 2016** Determine o domínio da função real f, cuja lei de definição é dada por: $f(x) = \log_2 \left(-\log_{1/2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt[4]{x}} \right) - 1 \right)$

A $0 < x < 1$
B $0 < x \leq 1$
C $x \geq 1$
D $x > 1$
E $\mathbb{R}_+^*$

6 **CICLO 2014** Construa o gráfico da função

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \left(x - \frac{1}{2} \right) + \log_2 \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$$

Equações

7 **CICLO 2012** Resolvendo a equação logarítmica $\log_{3x} \left(\frac{3}{x} \right) + (\log_3 x)^2 = 1$ temos como solução:

A $\left\{1;\ 3;\ \frac{1}{9}\right\}$
B $\varnothing$
C $\{1; 3\}$
D $\{9; 3; 1\}$
E $\left\{\frac{1}{3};\ 1\right\}$

8 **CICLO 2016** Seja a equação:

$$3^{\log_e^x + 1} - 3^{\log_e^x - 1} + 3^{\log_e^x - 3} - 3^{\log_e^x - 4} = \log_e \left(\frac{\text{sen } a}{e^{-657}} \right).$$

Sabe-se que $\log_e^x$ é igual a maior raiz da equação $r^2 - 4r - 5 = 0$. O valor de a para que a equação seja verificada é:

A $a = \frac{3\pi}{2}$
B $a = \frac{\pi}{4}$
C $a = \text{arcsen } \frac{\sqrt{2}}{2}$
D $a = \text{arcsen } e$
E $a = \text{arcsen } e^{-3}$

9 **CICLO 2014** Considere a equação $\log_{3x} \left(\frac{3}{x} \right) + (\log_3 x)^2 = 1$. A soma dos quadrados das soluções reais dessa equação está contida em qual intervalo?

A $[0; 5[$
B $[5; 10[$
C $[10; 15[$
D $[15; 20[$
E $[20; +\infty[$

10 **CICLO 2017** Resolva a equação

$$x^{\left(\log_2 x^2\right)^2 - \log_2(2x) - 2} + (x+2)^{\log_{(x+2)^2} 4} = 3.$$

11 **CICLO 2016** Resolva a equação a seguir, sabendo-se que **a** e **b** são números reais positivos diferentes de 1.

$$\frac{\log_2 x}{(\log_2 a)^2} - \frac{2\cdot\log_a x}{\log_{1/b} a} = \log_{\sqrt[3]{a}} x \cdot \log_a x$$

12 **CICLO 2016** Determine, em $\mathbb{R}$, o conjunto solução da equação $1+\frac{\log_a (p-x)}{\log_a (x+q)} = \frac{2-\log_{p-q} 4}{\log_{p-q} (x+q)}$, sendo $p > q > 0$ e $a > 1$.

13 **CICLO 2015** Resolva a equação $3^x \cdot 8^{\frac{x}{x+2}} = 6$.

14 **CICLO 2013** Dê o conjunto-solução da equação $x^{\log_3 (2x)} = 6$.

15 **CICLO 2011** Se $(ax)^{\log a} = (bx)^{\log b}$, a e b positivos, $a \neq b$, $a \neq 1$, $b \neq 1$, encontre a raiz desta equação numa expressão isenta de logaritmos.

16 **CICLO 2010** Encontre todos os valores de $a \in \mathbb{R}$ para que a equação $\ln(ax) = 2\ln(x+1)$ tenha uma única raiz real.

Sistemas

17 **CICLO 2016** Determine o valor de $x + y$, sabendo que x e y satisfazem as equações a seguir:

$$2^{\frac{(x-y)}{2}} + 2^{\frac{(y-x)}{2}} = \frac{5}{2}$$

$$\log_{10}(2x-y) = \log_{10}(12x+6y) - 1$$

A -6
B 2
C -2
D 6
E 4

18 **CICLO 2014** Sejam a e b números reais positivos e diferentes de 1. Se (x_0, y_0) é uma solução do sistema

$$\begin{cases} a^x \cdot b^{\frac{1}{y}} = \sqrt{ab} \\ 2\log_a x = \log_{\frac{1}{b}} y \cdot \log_{\sqrt{a}} b \end{cases}$$

Então, $x_0 + y_0$ é igual a:

A 1
B 2
C $\frac{3}{2}$
D $\frac{5}{2}$
E $\frac{7}{2}$

19 **CICLO 2014** Resolva o sistema de equações a seguir:

$$\begin{cases} y \cdot x^{\log_y^x} = x^{2,5} \\ \log_3 y \cdot \log_y (y-2x) = 1 \end{cases}$$

Inequações

20 **CICLO 2011** O conjunto solução da inequação $25^{(\log_5 x)^2} + x^{\log_5 x} \leq 30$ é igual a:

A $]0; \frac{1}{5}[$
B $[\frac{1}{5}; 5]$
C $[\frac{1}{5}; 1[$
D [5; 15]
E]0; 1]

21 **CICLO 2014** O conjunto solução da inequação $x^{\log^2 x - 3\log x + 1} > 1000$ é igual a:

A $]10^3; 10^6[$
B $]10; 10^3[$
C $]0; 10^3[$
D $[10^3; +\infty[$
E $]10^3; +\infty[$

22 **CICLO 2012** O conjunto solução da inequação $\log_3[\log_2(2 - \log_4 x) - 1] < 1$ é igual a:

A $\varnothing$
B]1; 2[
C $]4^{-14}; 3[$
D $]4^{-14}; 2[$
E $]4^{-14}; 1[$

23 **CICLO 2013** Resolvendo a inequação $\frac{1}{2^x - 1} > \frac{1}{1-2^{x-1}}$, obtemos como conjunto solução:

A $]\log_2(\frac{4}{3}); 1[$
B]0; 2[
C $]-1; \log_2(\frac{4}{3})[$
D]0; 1[
E $]0; \log_2(\frac{4}{3})[\cup]1; +\infty[$

24 **CICLO 2013** O conjunto-solução da inequação $(\log_2 x)^{-1} - (\log_2 x - 1)^{-1} < 1$ é:

A $]0; 2[$
B $]0; 1[\cup]2; +\infty[$
C $]1; 2[\cup]3; +\infty[$
D $]1; 3[\cup]4; +\infty[$
E $\varnothing$

25 **CICLO 2015** Quais os valores de $x \in \mathbb{R}$ tal que $x^{(\log_2 x)^{-1}} \cdot \log_2 x < 1$?

A $]0; \sqrt{2}[$
B $]1; 2\sqrt{2}[$
C $]0; 2[$
D $]1; \sqrt{3}[$
E $]\sqrt{2}; 2[$

26 **CICLO 2011** Se $a > 1$, o conjunto solução da inequação $\log_a\left(\log_{\frac{1}{a}}(\log_a x)\right) \geq 0$ é:

A $]a^{1/a}; +\infty[$
B $[a^{1/a}; +\infty[$
C $]1; a^{1/a}[$
D a
E $\varnothing$

27 **CICLO 2010** Os valores reais de x na inequação $\log_a[\log_x (x^2 - 2)] \geq 0$ são tais que:

A $-1 \leq x \leq 2$ para $0 < a < 1$
B $\sqrt{3} < x \leq 2$ para $0 < a < 1$
C $x \leq 2$ para $a > 1$
D $-1 < x \leq 2$ para $a > 1$
E nda

28 **CICLO 2016** Resolva, no conjunto dos reais, a inequação a seguir: $\left(\log_2 x\right)^4 - \left(\log_{\sqrt{2}} \frac{x^5}{4}\right)^2 - 20 \cdot \log_2 x + 148 < 0$

29 **CICLO 2014** Resolva a inequação $\log_2\left(\log_3\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right) < \log_{\frac{1}{2}}\left(\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\right)$.

30 **CICLO 2013** Resolva a inequação $\sqrt{\log_a\left(\frac{3-2x}{1-x}\right)} < 1$, sendo a um parâmetro real.

31 **CICLO 2012** Resolva a inequação $\frac{1+\log_a^2 x}{1+\log_a x} > 1$ para $0 < a < 1$.

32 **CICLO 2011** Sejam A e B os conjuntos dos valores de x que respectivamente satisfazem as inequações $|\log|x - 1| + 2| \geq 3$ e $\log_x\left(\frac{2x + 0{,}4}{5 - 5x}\right) > 0$. Determine o conjunto A – B.

Logaritmos com sequências

33 **CICLO 2016** Sabendo-se que $\frac{\overbrace{1+3+5+\ldots}^{\text{n termos}}}{\underbrace{4+7+10+\ldots}_{\text{n termos}}} = \frac{20}{7\log_{10} x}$, onde $n = \log_{10} x + \log_{10} x^{1/2} + \log_{10} x^{1/4} + \log_{10} x^{1/8} + \ldots$, calcula-se o valor de x e encontra-se:

A 10^3
B 10^5
C 10^6
D 10^7
E 10^8

34 **CICLO 2013** É dada uma progressão geométrica com 1.000 termos. A razão dessa PG é igual ao 1º termo. A soma dos logaritmos naturais dos termos da PG é 1.001.000. Encontre o 1º termo da sequência.

A e
B $\sqrt{e}$
C e^2
D $e^{\frac{2}{3}}$
E $e^{\frac{3}{2}}$

35 **CICLO 2017** Numa progressão geométrica de três termos a razão é e^{-2a}, a soma dos termos é 7, enquanto a diferença do último termo com o primeiro é 3. Nestas condições, o valor de a é:

A $-\ln 2$
B $-\ln\frac{5}{2}$
C $-\ln\sqrt{3}$
D $-\ln\sqrt{2}$
E $-\ln\frac{\sqrt{3}}{2}$

36 **CICLO 2011** Os números $\log(a^3 \cdot b^7)$, $\log(a^5 \cdot b^{12})$ e $\log(a^8 \cdot b^{15})$ são os três primeiros termos de uma progressão aritmética e o 12º termo é $\log(b^n)$. Qual é o valor de n?

A 40
B 56
C 76
D 112
E 143

37 **CICLO 2013** Os números $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ formam uma progressão aritmética de razão r e $g(x_1), g(x_2), ..., g(x_n)$ uma progressão geométrica de razão 2. Sendo $g(x) = 10^{f(x)}$ e $f(x) = (\log 2) \cdot x + a$ calcule r.

A 1
B log 2
C $\frac{1}{2}$
D depende de a
E $\frac{2}{3}$

38 **CICLO 2011** Para que a sequência $(\log_b a, \log_c b, \log_a c)$ com a, b e c positivos e diferentes de 1, seja uma PG, é necessário e suficiente que:

A $\log_c b = \pm 1$
B $\log_a b = 1$
C $\log_c b = -1$
D $b = c$
E $b = c^{\pm 1}$

39 **CICLO 2015** Numa PG de razão q, sabe-se que:

I. O produto do logaritmo natural do primeiro termo pelo logaritmo natural da razão é 24;
II. A soma do logaritmo natural do segundo termo com o logaritmo natural do terceiro termo é 26.

Se ln(q) é um número inteiro, então o termo geral a_n vale:

A e^{6n-2}
B e^{6n+4}
C e^{24n}
D e^{4+6n}
E e^{6+4n}

40 **CICLO 2012** Os números reais x, y e z formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão r. Seja a um número real com $a > 0$ e $a \neq 1$ satisfazendo $3a^x + 2a^y - a^z = 0$. Então r é igual a:

A a^2
B $\left(\frac{1}{2}\right)^a$
C $\log_{2a} 4$
D $\log_a\left(\frac{3}{2}\right)$
E $\log_a 3$

41 **CICLO 2011** Sejam a, b, c e d números reais positivos e diferentes de 1. Sabendo que $\log_a d$, $\log_b d$ e $\log_c d$ formam, nessa ordem, uma PA, então $(ac)^{\log_a b}$ é igual a:

A $\sqrt[4]{c}$
B c^2
C $\sqrt[3]{c}$
D c^3
E $\sqrt{c}$

Logaritmos com funções

42 **CICLO 2013** Sejam $g :]-1; 1[\to]-1;1[$ e $f :]-1; 1[\to \mathbb{R}$ funções definidas por $f(x) = \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ e $g(x) = \frac{2x}{1+x^2}$.

A função composta $fog :]-1; 1[\to \mathbb{R}$ é igual a:

A $f^2 - f$
B f
C –f
D f^2
E 2f

43 **CICLO 2017** A lei de formação da função inversa de $f(x) = \frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}}$ é dada por:

A $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$
B $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\log\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$
C $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\log\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$
D $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\log\left(\frac{2-x}{2+x}\right)$
E $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\log\left(\frac{2-x}{1+x}\right)$

44 **CICLO 2016** Seja $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ e f(g(x)) = x. Então, determinando $g\left(\frac{e^{2016} - 1}{2e^{1008}}\right)$ obtém-se:

A 2016
B 2015
C 1008
D 1009
E 1

45 **CICLO 2010** Seja A uma função real de variável real x tal que $e^{2x} - 2e^x A(x) + 1 = 0$. Nessas condições, podemos afirmar que:

A A é monotônica e A(x) = A(–x) para todo x real.
B A é limitada inferiormente e não existe um número real x tal que A(x) = A(–x).
C A é injetora e não é sobrejetora.
D Para A: $\mathbb{R}_+ \to [1; +\infty[$ a função é bijetora e sua inversa é dada por $A(x) = \ell n(x - \sqrt{x^2 - 1})$.
E A(x) = A(–x) para todo x real e a função inversa de A: $\mathbb{R}_+ \to [1; +\infty[$ é dada por $A^{-1}(x) = \ell n(x + \sqrt{x^2 - 1})$.

46 **CICLO 2015** Considere a função $f(x)=\frac{\ln(x^2)-1}{2}$ para $x>0$, e as afirmações a seguir:

I. A função é par

II. $I_{mf}=]0;+\infty[$

III. A função é crescente

IV. A função é ímpar

O número de afirmações FALSAS é:

A 0
B 1
C 2
D 3
E 4

47 **CICLO 2015** Com respeito a função $f(x)=\ln\left(\text{sen}x+\sqrt{1+\text{sen}^2x}\right)$, podemos afirmar que:

A está definida apenas para $x\geq 0$
B não possui paridade
C é par
D é impar
E não está definida para sen $x<0$

Logaritmos com modular

48 **CICLO 2013** Resolvendo a inequação $\log_3(x^2-2)<\log_3\left(\frac{3}{2}\cdot|x|-1\right)$, obtemos como conjunto solução:

A $\sqrt{2}<|x|<\sqrt{3}$
B $\sqrt{2}<|x|<2$
C $|x|\geq 3$
D $\sqrt{3}<|x|<2$
E $\varnothing$

49 **CICLO 2011** O conjunto solução da equação $\log_{\sqrt{x}}(x+|x-2|)=\log_x(5x-6+5|x-2|)$ é igual a:

A $\left\{2;\ \frac{7}{3}\right\}$
B $]0;\ 1[\cup]1;\ 2]\cup\left\{\frac{5}{2}\right\}$
C $]0;\ 2]$
D $]0;\ 2]\cup\left\{\frac{5}{2}\right\}$
E $\left]0;\ \frac{5}{2}\right[$

50 **CICLO 2017** O número de soluções reais da equação $||\log_3|x||+x^2=4$ é:

A 0
B 1
C 2
D 3
E 4

51 **CICLO 2015** Assinale a alternativa que representa a solução da inequação $|x-2|^{\log_4(x+2)-\log_2 x}<1$

A $]2;+\infty[$
B $]1;\ 3[\cup]4;\ 9[$
C $]1;\ 2[\cup]3;+\infty[$
D $\varnothing$
E $]1;\ 3[\cup]4;\ 6[$

52 **CICLO 2012** Resolva a inequação $\log_{|x-4|}(2x^2-9x+4)>1$.

53 **CICLO 2011** Resolva a equação $|x-1|^{\log^2 x-\log x^2}=|x-1|^3$, $x\in\mathbb{R}$.

54 **CICLO 2010** Resolva a inequação logarítmica $\log_{\frac{3}{1-|x|}}\left(\frac{1}{3}-\sqrt{x}\right)\geq\log_{\frac{2}{3+x^2}}\left(\frac{1}{2}-|x^4-x|\right)$.

Logaritmos com trigonometria

55 **CICLO 2016** Seja $S=\log_3(\text{tg}x_1)+\log_3(\text{tg}x_2)+\log_3(\text{tg}x_3)+\ldots$ onde $x_1=\frac{\pi}{3}$ e $x_{n+1}=\text{arctg}\left\{\sqrt{\text{tg}x_n}\right\}$, $n=1, 2, 3, \ldots$. Nestas condições, pode-se garantir que:

A $S=\log_3(\text{tg}x_1+\text{tg}x_2+\text{tg}x_3+\ldots)$
B $S=-1$
C $S=2$
D $S=1$
E $S=-2$

56 **CICLO 2013** Para que a equação $\text{sen}\,2x=e^m\cdot\text{tg}\,x$, com $x\neq k\pi$; $k\in\mathbb{Z}$, tenha soluções em x, os valores de m devem satisfazer a relação:

A $0<m<2$
B $0<m\leq\ln 5$
C $1\leq m\leq\ln 5$
D $m\leq\ln 2$
E $m\in\mathbb{R}$

57 **CICLO 2013** O conjunto solução da inequação $\log_{\frac{1}{2}}(\cos x)<\log_{\frac{1}{2}}(\text{tg}\,x)$ para $0\leq x<\pi$ é:

A $\left]0;\frac{\pi}{4}\right[$
B $\left]0;\ \text{arc sen}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)\right[$
C $\left]0;\ \text{arc cos}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)\right[$
D $\left]0;\ \text{arc sen}\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)\right[$
E $\left]\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right[$

58 **CICLO 2013** O valor numérico da expressão $\log\left(\text{tg}\frac{\pi}{5}\right)+\log\left(\text{tg}\frac{3\pi}{10}\right)$ é:

A 0 C 1 E 2
B −1 D −2

59 **CICLO 2011** Resolvendo a inequação $\log_{\text{senx}}(x^2+x-1)<0$ no intervalo real $[0; 2\pi]$ obtemos as soluções:

A $\varnothing$
B $]0; 1[\ ]\pi; 2\pi[$
C $\left[1; \frac{\pi}{2}\right[\cup \left]\frac{\pi}{2}; \pi\right[$
D $[1; \pi[$
E $\left]\frac{\sqrt{5}-1}{2}; 1\right] \cup \left]\frac{\pi}{2}; \pi\right[$

60 **CICLO 2010** O conjunto solução da inequação $(\log_{\text{senx}} 2)^2 < \log_{\text{senx}}(4\text{sen}^3 x)$ no intervalo $[0; 2\pi]$ é:

A $\left]0; \frac{\pi}{3}\right[\cup \left]\frac{2\pi}{3}; \pi\right[$
B $\left]0; \frac{\pi}{5}\right[\cup \left]\frac{4\pi}{5}; \pi\right[$
C $\left]\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right[\cup \left]\frac{3\pi}{4}; \pi\right[$
D $\left]0; \frac{\pi}{6}\right[\cup \left]\frac{5\pi}{6}; \pi\right[$
E $\varnothing$

61 **CICLO 2016** Determinando o conjunto solução da inequação $\log_{|\text{senx}|}\left(x^2-8x+23\right) > \frac{3}{\log_2|\text{senx}|}$, encontra-se:

A $\varnothing$
B $(3;\pi)\cup\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{3\pi}{2};5\right)$
C $(3; 5)$
D $(3; \pi) \cup (\pi; 5)$
E $\left(3;\frac{3\pi}{2}\right)$

62 **CICLO 2015** Considere os conjuntos
$A = \{x \in \mathbb{R} / \log_2 [\log_{0,5}(x^2 - 2)] < 1\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} / \log(\text{senx}) \geq 0\}$.
Determine $n(A \cap B)$

A 0 C 2 E 4
B 1 D 3

63 **CICLO 2017** Determine todas as soluções, nos reais, da equação: $\left(\log_{\cos x}\text{sen}^2 x\right)\cdot\left(\log_{\cos^2 x}\text{sen}x\right) = 4$.

64 **CICLO 2013** Resolva a equação na variável x e no parâmetro $a \in \mathbb{R}$ definida por $\left(\log_{\text{sen}\,x} 2\right)\cdot\left(\log_{\text{sen}^2 x} a\right)+1=0$.

65 **CICLO 2012** Resolva a equação

$$\text{tg}\left(2\ln x-\frac{\pi}{6}\right)-\text{tg}\left(\ln x+\frac{\pi}{3}\right)=0.$$

Logaritmos com complexos e determinantes

66 **CICLO 2013** Assinale a alternativa correspondente à área da figura formada pela solução da inequação $\log_2\left(\frac{|z-1|+4}{3|z-1|-2}\right) > 1$, sendo $z \in \mathbb{Z}$

A 6
B $\frac{479\pi}{225}$
C 2
D $\frac{476\pi}{225}$
E $\frac{11\pi}{5}$

67 **CICLO 2016** Considere um número complexo Z, com partes real e imaginária inteiras, tal que $\frac{Z^2}{\overline{Z}i}$ tem argumento igual a $\frac{\pi}{4}$ e $\log_2(Z+\overline{Z}+2)=3$. Nestas condições, pode-se afirmar que:

A Não existe $\ln\left(\frac{Z-\overline{Z}}{i}\right)$
B $Z^4+\ln\left(\frac{Z-\overline{Z}}{i}\right)=-324$
C $Z+2\overline{Z}$ é um número real.
D $\left(\frac{1}{Z}\right)^3=-\frac{1}{108}(1+i)$
E $\left(\frac{1}{Z}\right)^3=\frac{1}{108}(1+i)$

68 **CICLO 2010** Sejam a, b, c, d números reais positivos diferentes de 1; sejam x, y, z, t reais tais que $a^x = bcd$, $b^y = cda$, $c^z = dab$, $d^t = abc$. Então, dessa forma, o determinante da matriz M,

$$M=\begin{bmatrix} -x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -y & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -z & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -t \end{bmatrix}$$ é igual a:

A 1
B 0
C $\ell n(abcd)$
D log (xyzt)
E $(a+b+c+d)^{4\ell n(abcd)}$

Gabarito

1. B

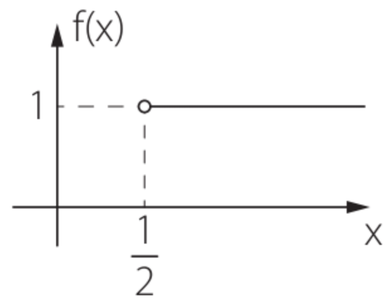
2. B

3. B

4. Demonstração.

5. A

6.



7. A

8. E

9. C

10. $S=\left\{1,2^{\frac{-3}{4}},4\right\}$

11. $x=1$ ou $x=\sqrt[3]{2b^2}$

12. $x=\dfrac{(p-q)\pm 2\sqrt{pq}}{2}$

13. $S=\{1,-2\log_3 6\}$

14. $S=\left\{3,\dfrac{1}{6}\right\}$

15. $\dfrac{1}{ab}$

16. $a<0$ ou $a=4$

17. D

18. D

19. $S=\{(3,9)\}$

20. B

21. E

22. E

23. E

24. B

25. A

26. C

27. B

28. $S=\left(\dfrac{1}{16},\dfrac{1}{8}\right)\cup(8,16)$

29. $S=\{\varnothing\}$

30. $a\leq 0$ ou $a=1:\varnothing$

$1<a<2: 2\leq x<\dfrac{a-3}{a-2}$

$a=2: x\geq 2$

$a>2: x\geq 2$ ou $x<\dfrac{a-3}{a-2}$

$0<a<1: \dfrac{a-3}{a-2}<x\leq 2$

31. $S=]0;a[\cup]1;\dfrac{1}{a}[$

32. $A-B=A=]-\infty;-9]\cup[1-10^{-5};1[\cup]1;1+10^{-5}]\cup[11;+\infty[$

33. B

34. C

35. D

36. D

37. A

38. D

39. A

40. E

41. B

42. E

43. A

44. C

45. E

46. D

47. D

48. B

49. B

50. E

51. C

52. $S=]-\infty;0[\cup]5;+\infty[$

53. $S=\left\{2;\dfrac{1}{10};1000\right\}$

54. $S=\{\varnothing\}$

55. D

56. D

57. B

58. A

59. C

60. D

61. B

62. B

63. $S=2\pi n+\operatorname{arcsen}\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right), n\in\mathbb{Z}$

64. $a\leq 0$ e $a\geq 1:\varnothing$

$0<a<1: \operatorname{sen}(x)=a^{\frac{1}{\sqrt{-2\log_2 a}}}$

65. $x=e^{\frac{\pi}{2}+k\pi}; k\in\mathbb{Z}$

66. D

67. D

68. B

MATEMÁTICA – FRENTE 2

SÉRIE 4 POLINÔMIOS E EQUAÇÕES ALGÉBRICAS

Identidade de Polinômios

1 **CICLO 2010** Considere todos os polinômios p tais que $x \cdot p(x-1) \equiv (x+1) \cdot p(x)$. Podemos afirmar que:

A $p(2010) = 2010$
B $p(2010) = 1$
C $p(2010) = 0$
D $p(2010) = 2011$
E $p(2010) > 5000$

2 **CICLO 2015** Seja P(x) um polinômio de grau n – 1 tal que $P(x) = \frac{1}{x+1}$ para $x = 1, 2, ..., n$. Podemos afirmar que P(0) é:

A $\frac{n-1}{n+1}$
B $\frac{n}{n+1}$
C $\frac{2n}{n+1}$
D $\frac{1}{n+1}$
E $\frac{n}{n-1}$

3 **CICLO 2017** Seja P(x) um polinômio tal que P(1) = 1 e $\frac{P(2x)}{P(x+1)} = 8 - \frac{56}{x+7}$, para todos os x tais que ambos os lados estejam definidos. Determine P(–1).

A $-\frac{5}{21}$
B $-\frac{2}{21}$
C $-\frac{1}{21}$
D $\frac{5}{21}$
E $\frac{11}{21}$

4 **CICLO 2017** Encontre todos os polinômios P(x) tais que $P(2-x) + 2P(x) \equiv x^3 + 2x + 2$.

5 **CICLO 2017** Considere o polinômio $p(x) = x^4 - (1 + 2\sqrt{3})x^3 + (3 + 2\sqrt{3})x^2 - (1 + 4\sqrt{3})x + 2$.

a) Determine os números reais a e b tais que $p(x) = (x^2 + ax + 1)(x^2 + bx + 2)$.
b) Determine as raízes de p(x).

6 **CICLO 2014** Considere um polinômio p(x) do 6° grau tal que $p(0) = 1$ e $p(1) = p(-1) = p(2) = p(-2) = p(3) = p(-3) = 2$. Determine o valor de p(4).

7 **CICLO 2012** Determine todos os polinômios do 4° grau, desprovidos do termo independente, tais que $p(x) = p(1 - x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Divisibilidade de polinômios

8 **CICLO 2010** Dado o polinômio $a \cdot x^{4n+2} + b \cdot x^{2n+1} + 1$, com a e b reais, assinale a alternativa correspondente ao valor de $2^{\log_b a}$, tal que o polinômio seja divisível por $(x+1)^2$.

A 2
B 1
C 0
D –2
E –1

9 **CICLO 2015** Sabendo-se que a e b $\in \mathbb{R}$ e m é o maior inteiro de tal modo que $P(x) = x^5 - ax^4 + bx^3 - bx^2 + 2x - 1$ seja divisível por $(x-1)^m$. Podemos afirmar que a – b + m é igual a:

A 4
B 3
C 2
D 0
E –3

10 **CICLO 2016** Quantos polinômios da forma $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$, distintos, com a, b, c e d racionais, são fatores do polinômio $x^{12} - 1$?

A 3
B 5
C 7
D 11
E 15

11 **CICLO 2015** Encontrar o polinômio $P(x) \in \mathbb{R}[x]$, de grau 5, tal que $P(x) + 10 \vdots (x+2)^3$ e $P(x) - 10 \vdots (x-2)^3$.

12 **CICLO 2014** Para quais valores naturais de n o polinômio $(x+1)^n - x^n - 1$ é divisível por $x^2 + x + 1$?

13 **CICLO 2012** Determine o polinômio p(x) de coeficientes racionais e do 5° grau, sabendo-se que p(x) + 1 é divisível por $(x-1)^3$ e que p(x) – 1 é divisível por $(x+1)^3$.

14 **CICLO 2012** Determine os parâmetros k e φ de modo que o trinômio do 2º grau $p(x) = kx^2 + x \cdot \cos^2 \varphi + \text{sen } \varphi$ seja divisível por $(x-1) \cdot (x-2)$

15 **CICLO 2011** Mostre que o polinômio $x^{4a} + x^{4b+1} + x^{4c+2} + x^{4d+3}$, com a, b, c e d $\in \mathbb{N}^*$ é divisível por $x^3 + x^2 + x + 1$.

16 **CICLO 2010** Demonstre que o polinômio

$$P(x; y; z) = x^n \cdot (y - z) + y^n \cdot (z - x) + z^n \cdot (x - y)$$

é divisível por $Q(x; y; z) = (y - z) \cdot (z - x) \cdot (x - y)$ com $n \in N$.

17 **CICLO 2010** Determine os polinômios P(x) do 5° grau com coeficientes reais, tais que $P(x) + 10$ é divisível por $(x + 2)^3$ e $P(x) - 10$ é divisível por $(x - 2)^3$.

Polinômios: resto e teorema do resto

18 **CICLO 2011** O polinômio p(x) dividido por $x + 2$ dá resto 1; por $x + 1$ dá resto -1 e por $x - 1$ dá resto 1. Qual o resto da divisão de p(x) por $(x + 2) \cdot (x^2 - 1)$?

A $x^2 + x + 1$
B $x^2 - 2$
C $x^2 + x - 1$
D $x^2 - x + 1$
E $x^2 - x - 1$

19 **CICLO 2010** Determine o valor de $2a - 3b + c$, com a, b e c coeficientes do polinômio do 3º grau $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, sabendo que $P'(x)$ e P(x) são ambos divisíveis por $x - 1$ e que o resto da divisão de P(x) por $x - 2$ vale 11.

A -1
B -17
C 73
D 74
E -68

20 **CICLO 2014** Sabendo que o resto da divisão de $x^7 - 1$ por $x^3 + x + 1$ é dado por $ax^2 + bx + c$, podemos afirmar que $a^4 + b^3 + c^2$ é igual a:

A 18
B 19
C 20
D 21
E 22

21 **CICLO 2010** Sejam $P_1(x) = x^{31} + x^{13} + x^3 + x$, $P_2(x) = x^2 - 1$ e R(x) o resto da divisão de $P_1(x)$ por $P_2(x)$. Podemos afirmar que R(2) é igual a:

A 8
B 4
C 2
D 1
E 0

22 **CICLO 2014** É dado o polinômio P(x), de coeficientes reais, que quando dividido por $x^2 + 1$ deixa resto $2x + 3$ e quando dividido por $x + 1$ deixa resto 4. Determine o valor de R(1), sabendo-se que R(x) é o resto da divisão de P(x) por $(x^2 + 1) \cdot (x + 1)$.

A 8
B 6
C -8
D 4
E 12

23 **CICLO 2017** Considere o polinômio $p(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{23} a_n x^n$, tal que $a_n = \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^n$, para $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq n \leq 23$ e $i^2 = -1$.

Das afirmações sobre p(x):

I. $a_k = a_{k+8}$, para todo $0 \leq k \leq 15$, k natural;
II. 1 não é raiz de p(x);
III. $p(i) = 0$.

é (são) verdadeira(s)

A todas.
B apenas I.
C apenas I e II.
D apenas I e III.
E apenas III.

24 **CICLO 2016** Determine o resto da divisão do polinômio $P(x) = x^{1981} - 1$ pelo polinômio $D(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$.

25 **CICLO 2014** Determine o resto da divisão do polinômio $p(x) = x^{2n+1} + x^{2n} + ... + x^2 + x + 1$ por $x^3 + x^2 + x + 1$.

Equações de Girard e Resolução de equações algébricas

26 **CICLO 2012** As raízes a, b e c da equação $x^3 + mx^2 - 6x + 8 = 0$, m real, representam os três primeiros termos de uma progressão aritmética crescente. Se $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = -\frac{3}{8}$, o valor do 17º termo da PA vale:

A 38
C 46
E 57
B 41
D 51

27 **CICLO 2011** Sejam a, b e c, com $a < b < c$, as raízes da equação $x^3 - 10x^2 + 31x - 30 = 0$. Sabendo que uma raiz é a diferença entre as outras duas, o valor de $a - b + c$ é:

A 3
C 6
E 4
B 5
D 0

28 **CICLO 2012** A reta $y = mx - 3$, $m > 0$, intercepta a curva $y = (x - 1)^3$ em três pontos distintos de abscissas x_1; x_2 e x_3. Então, o valor da expressão $(x_1 + x_2 + x_3)^2 + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)^2$ é igual a:

A 9
B 8
C 13
D 21
E 10

29 **CICLO 2011** Determine $\lambda \in \mathbb{C}$ tal que as raízes da equação $x^4 - 3x^3 - 10x^2 - 12x + \lambda = 0$ verifiquem a relação $x_1 \cdot x_2 = x_3 \cdot x_4$.

A 12
B 18
C 16
D 10
E 8

30 **CICLO 2010** A equação algébrica $x^4 + 12x - 5 = 0$ possui 2 raízes reais que somam dois. Determine o produto das suas raízes imaginárias.

A 2
B 3
C 8
D 5
E 6

31 **CICLO 2014** Se as raízes da equação $x^3 + ax + b = 0$ formam uma PA, então:

A $a = 3$ e $b = 1$
B $a = -3$ e $b = -1$
C $b = 1$
D $a = 5$
E $b = 0$

32 **CICLO 2012** Duas raízes do polinômio $P(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ são os quadrados das outras duas raízes. Marque a alternativa que dá a diferença entre a maior e a menor raiz.

A $2 + \sqrt{5}$
B $3 - \sqrt{5}$
C $\sqrt{5} + 4$
D $1 + \sqrt{5}$
E $3 - 2\sqrt{5}$

33 **CICLO 2016** Seja z um número complexo raiz da equação $x^2 + x + 1 = 0$. Sejam x_1, x_2 e x_3 as raízes da equação $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$. Calcule, em função de a, b e c, o valor de:

$$(x_1 + x_2z + x_3z^2)(x_1 + x_2z^2 + x_3z)$$

A $b^2 - 3a$
B $a^2 - 3b$
C $3b^2 - a$
D $3a^2 - b$
E $3b^2 - a^2$

34 **CICLO 2013** Determine o número de valores reais de α para os quais a equação $x^4 - (\alpha + 1)x^2 + \alpha = 0$ possui quatro soluções reais distintas que são termos consecutivos de uma progressão aritmética.

A 0
B 1
C 2
D 3
E infinito

35 **CICLO 2014** Sabendo-se que a, b, c e d são as raízes da equação $x^4 + 4x^3 - 6x^2 + 7x - 9 = 0$, assinale a alternativa correspondente ao valor absoluto da expressão

$$(1 + a^2) \cdot (1 + b^2) \cdot (1 + c^2) \cdot (1 + d^2)$$

A 10
B 11
C 12
D 13
E 14

36 **CICLO 2017** Determine todos os valores do parâmetro real a tal que a equação $x^3 - ax^2 + (a^2 - 1)x - a^2 + a = 0$ tenha três raízes reais, distintas e, em alguma ordem, formem uma progressão aritmética.

37 **CICLO 2016** Sendo a, b, c e d números reais e sabendo-se que as três raízes de $az^3 + bz^2 + cz + d = 0$ têm parte real negativa, mostre que $ab > 0$ e $bc > ad > 0$.

38 **CICLO 2016** Seja m um número real para o qual as raízes da equação $x^2 + (m - 4)x + m^2 - 3m + 3 = 0$ são reais.

a) Determine os valores de m para os quais $x_1^2 + x_2^2 = 6$;

b) Mostre que $1 < \frac{mx_1^2}{1 - x_1} + \frac{mx_2^2}{1 - x_2} + 8 < \frac{121}{9}$

39 **CICLO 2016** Um polinômio P(x) de grau ímpar, ordenado com as potências decrescentes de x, tem seus coeficientes em PA. Calcule P(1) sabendo que o produto das raízes de P(x) é igual à soma dos cubos das raízes positivas da equação $x^{x+1} = 1$.

40 **CICLO 2012** Determine os coeficientes da equação $x^3 + bx^2 + cx + d = 0$ para que sejam suas próprias raízes.

41 **CICLO 2017** O polinômio $P(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 5$ possui uma raiz complexa ξ cuja parte imaginária é positiva. A parte real de ξ^3 é igual a

A -11
B -7
C 9
D 10
E 12

42 **CICLO 2010** A soma dos quadrados das raízes comuns das equações $2x^4 - x^3 - 2x^2 + x = 0$ e $6x^3 - x^2 - 5x + 2 = 0$ é igual a:

A $\frac{10}{3}$
B $\frac{2}{5}$
C $\frac{5}{4}$
D $\frac{37}{4}$
E 2

43 **CICLO 2016** P(x) é um polinômio cujas raízes formam uma progressão geométrica de razão 2 e primeiro termo 2. O coeficiente do termo de mais alto grau de P(x) é 1 e o termo independente é igual a 2^{21}. Determinando o grau de P(x), encontra-se:

A 4
B 5
C 6
D 7
E 8

44 **CICLO 2013** As quatro raízes da equação $x^4 - x^2 - 2 = 0$ caracterizam um quadrilátero de área:

A 1
B 2
C $\sqrt{2}$
D $2\sqrt{2}$
E $\frac{1}{2}$

45 **CICLO 2013** Sendo a, b, c e d as raízes da equação $2x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 7x + 2 = 0$, podemos afirmar que:

A a, b, c, e d são reais positivas
B $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = \frac{13}{5}$
C a, b, c e d não são reais
D $\frac{1}{abc} + \frac{1}{acd} + \frac{1}{bcd} + \frac{1}{abd}$ é a soma das raízes
E $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = \frac{127}{625}$

46 **CICLO 2017** Sejam r_1, r_2 e r_3 as raízes do polinômio $P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$. Sabendo-se que as funções $f_1(x) = \log(4x^2 - kx + 1)$ e $f_2(x) = x^2 - 7 \arcsen(wx^2 - 8)$, com $k, w \in \mathbb{R}$, são tais que $f_1(r_1) = 0$ e $f_2(r_2) = f_2(r_3) = 4$, onde r_1 é a menor raiz positiva do polinômio P(x), é correto afirmar que os números $(w + k)$ e $(w - k)$ são raízes da equação

A $x^2 - 6x - 2 = 0$
B $x^2 - 4x - 12 = 0$
C $x^2 - 4x + 21 = 0$
D $x^2 - 6x + 8 = 0$
E $x^2 - 7x - 10 = 0$

47 **CICLO 2016** Considere as seguintes afirmativas:

I. A equação $x^2 + x + p = 0$, onde p é um número real e $p > \frac{1}{4}$, tem uma raiz real.
II. A equação $x^3 - (a + b)x^2 + (ab)x = 0$, onde a e b são constantes reais e $0 < a < b$, admite uma raiz $x < 0$.
III. A equação $|x - 1| = mx + 1$, onde m é uma constante real e $-1 < m < 1$ tem uma raiz não nula.

Nestas condições, qual das alternativas que se seguem é verdadeira?

A II e III são corretas.
B I e II são corretas.
C Apenas III é correta.
D Todas as afirmativas são corretas.
E Apenas I é correta.

48 **CICLO 2014** A equação $x^4 + 2x^3 + x^2 + 8x - 12 = 0$ possui raízes imaginárias puras. Podemos afirmar que a soma dos quadrados das raízes reais vale:

A 5
B 2
C 4
D 10
E 3

49 **CICLO 2016** Seja a^n o coeficiente de x^n do polinômio P(x), de coeficientes complexos e de grau 39. Sendo $a_0 = -1$ e $a_n = 1 + i \cdot a_{n-1}$, o valor de $|P(1)|$ é:

A $32\sqrt{3}$
B $20\sqrt{2}$
C $22\sqrt{2}$
D $22\sqrt{3}$
E $24\sqrt{3}$

50 **CICLO 2013** Determine todos os valores reais de a para que o polinômio $x^4 + ax^3 + 2x^2 + ax + 1$ tenha o máximo de raízes reais.

A $|a| \geq 2$
B $|a| \geq 1$
C $1 \leq |a| \leq 2$
D $a > 0$
E $|a| \geq \sqrt{2}$

51 **CICLO 2011** Seja P(x) um polinômio de grau n, cujo coeficiente dominante é igual a $n! \cdot 2^n$. As raízes de P(x) são os n primeiros números naturais ímpares. Assinale a alternativa correspondente a $|P(0)|$.

A 2(n!)
B (2n)!
C n!
D n! + 1
E $2^n(n!)$

52 **CICLO 2016** Sobre as raízes do polinômio $P(x) = (x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) - 12$ analise as afirmativas a seguir e marque a opção correta.

I. A soma de suas raízes reais é –1;
II. P(x) possui 4 raízes reais;
III. P(x) possui 4 raízes complexas imaginárias;
IV. P(x) possui 2 raízes complexas imaginárias.

A Somente (I) é verdadeira;
B Somente (I) e (III) são verdadeiras;
C Somente (I) e (IV) são verdadeiras;
D Somente (II) é verdadeira;
E Somente (IV) é verdadeira.

53 **CICLO 2013** Se $(x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4) \cdot (x - 5) = 360$ então a diferença entre a maior e a menor raiz dessa equação é igual a:

A 7
B 8
C 9
D 10
E 13

54 **CICLO 2017** O número de raízes reais da equação $\begin{vmatrix} x-1 & x^2-1 & x^3-1 \\ 2x-4 & x^2-4 & x^3-8 \\ 3x-9 & x^2-9 & x^3-27 \end{vmatrix} = 0$ é:

A 6
B 5
C 4
D 3
E 2

55 **CICLO 2011** A equação $z^6 + z^3 + 1 = 0$ tem uma raiz complexa com argumento $\theta \in]10°; 180°[$ no plano complexo. Podemos afirmar que θ é:

A 120°
B 140°
C 160°
D 170°
E 135°

56 **CICLO 2014** Considere a equação de coeficientes reais $x^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + 688x + f = 0$, tal que $1 + 3i$ é raiz. Sabe-se que a equação admite mais de uma raiz real e que suas raízes reais formam uma progressão geométrica de razão q, cujo produto é igual a 64. Assim, podemos afirmar que b é:

A menor do que f.
B um quadrado perfeito.
C um múltiplo de 4.
D maior do que q.
E irracional.

57 **CICLO 2015** Determine a média aritmética dos valores reais de m para que a equação $x^3 + (3 + i)\,x^2 - 3x - (m + i) = 0$ tenha raiz real.

A 1
B 2
C –3
D 4
E 3

58 **CICLO 2014** Sobre as raízes da equação

$$\begin{vmatrix} x & 0 & 0 & -5 \\ -1 & x & 0 & 6 \\ 0 & -1 & x & 7 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0,$$ pode-se afirmar que:

A Apenas uma raiz é real e inteira.
B Duas raízes são inteiras.
C Apenas uma raiz é real e racional.
D As três raízes são reais e duas delas são positivas.
E As três raízes são reais e duas delas são negativas.

59 **CICLO 2012** O valor da soma das raízes comuns às equações $x^4 - 7x^3 + 16x^2 - 15x + 3 = 0$ e $x^4 - 3x^3 - x^2 - 7x + 2 = 0$ é:

A 0
B 1
C 2
D 3
E 4

60 **CICLO 2011** Na equação $x^4 + 3x^3 + 3x^2 - 2 = 0$, a soma de duas raízes é igual a –1. Assinale a alternativa correspondente à soma dos módulos de suas raízes imaginárias.

A $2\sqrt{2}$
B 2
C 1
D $4\sqrt{2}$
E $\frac{\sqrt{2}}{2}$

61 **CICLO 2011** Determine os valores reais de a tais que a equação $x^3\,(x + 1) = 2(x + a)(x + 2a)$ tenha o máximo de raízes reais.

A $\left]-1;\ \frac{1}{2}\right]$
B $\left[\frac{1}{8};\ \frac{1}{2}\right[$
C $]-1;\ 2]$
D $\left[-\frac{1}{8};\ \frac{1}{2}\right]$
E $\left]-\frac{1}{4};\ 1\right]$

62 **CICLO 2011** Assinale a alternativa correspondente à soma dos módulos das raízes reais da equação

$$x^7 + 2x^6 - 5x^5 - 13x^4 - 13x^3 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$$

A $\sqrt{5}$
B 5
C 6
D $3 + \sqrt{5}$
E 7

63 **CICLO 2011** Se $(x+1999)\cdot(x+2001)\cdot(x+2003)\cdot(x+2005) + 16 = 0$, então o número de raízes reais da equação é igual a:

A 0
B 1
C 2
D 3
E 4

64 **CICLO 2013** O número de raízes reais da equação $(1 + x^2)^2 = 4x(1 - x^2)$ é igual a:

A 0
B 1
C 2
D 3
E 4

65 **CICLO 2012** Se $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ é um polinômio do quarto grau de coeficientes reais e $p(1) = 10$; $p(2) = 20$; $p(3) = 30$; então o valor de $\frac{p(12) + p(-8)}{10}$ é igual a:

A 1.984
B 1.985
C 1.986
D 1.987
E 1.988

66 **CICLO 2016** As raízes de $x^4 - x^3 - x^2 - 1 = 0$ são a, b, c e d. Sabendo que $p(x) = x^6 - x^5 - x^3 - x^2 - x$, determine $p(a) + p(b) + p(c) + p(d)$.

A 1
B 2
C 3
D 5
E 6

67 **CICLO 2017** O polinômio $P(x) = x^3 - bx^2 + 80x - c$ possui três raízes inteiras positivas distintas. Sabe-se que duas das raízes do polinômio são divisoras de 80 e que o produto dos divisores positivos de c menores do que c é c^2. Portanto, o valor de b é

A 11
B 13
C 17
D 23
E 29

68 **CICLO 2017** O polinômio p(x), de quarto grau, quando dividido por $x^2 - 3x + 2$, deixa resto $x + 4$. Além disso, P(x) e $q(x) = x^4 - 2x^3 + ax^2 - 12x + b$ têm duas raízes comuns distintas. Sabendo ainda que $p(0) = 2$ e que q(x) é o quadrado de outro polinômio, determine p(x).

69 **CICLO 2016** Considere o polinômio $P(x) = a_m x^m + \ldots + a_1 x + a_0$ de coeficientes inteiros, onde $a_0 \neq 0$ e $a_m \neq 0$. Sabendo que P(1) é solução real da equação $2^{x-3} + 2^{x-2} = 2^{x-2} - 2^{x-1} + 14$, $P(-1) = 2P(1)$ e $a_0 = 2P(-1)$, prove que P(x) não possui raízes inteiras.

70 **CICLO 2013** Considere o polinômio p(x) de coeficientes inteiros tal que $p(a) = p(b) = p(c) = -1$ para os inteiros distintos a, b e c. Demonstre que p(x) não possui raízes inteiras.

71 **CICLO 2012** Considere um polinômio P de coeficientes inteiros, tais que existem 4 números inteiros α_1, α_2, α_3 e α_4 distintos que satisfazem $p(\alpha_1) = p(\alpha_2) = p(\alpha_3) = p(\alpha_4) = 12$. Demonstre que não existe $k \in \mathbb{Z}$ tal que $p(k) = 25$.

72 **CICLO 2015** Mostre que se a, b e c são inteiros ímpares, a equação $ax^2 + bx + c$ não possui raiz racional.

73 **CICLO 2015** Determine a relação entre a e b para que a equação $x^3 - ax + b = 0$ tenha uma raiz dupla.

74 **CICLO 2012** Determine a condição entre p e $q \in \mathbb{R}$ para que a equação cúbica $x^3 + px + q = 0$ tenha uma raiz real e duas imaginárias de módulo 3.

75 **CICLO 2011** Suponha que $x^3 + px + q = 0$ tenha uma raiz não real $a + bi$, onde a, b, p, q são todos reais e $q \neq 0$. Mostre que $a \cdot q > 0$.

76 **CICLO 2011** Prove que se o polinômio P(x) com coeficientes inteiros admite valor 1 para mais do que 3 valores inteiros distintos de x, então P(x) não pode assumir o valor –1 para valores inteiros de x.

77 **CICLO 2011** Determine as condições entre p e $q \in \mathbb{R}$ tal que a equação $x^3 + px + q = 0$ admita como raízes $\text{sen}\alpha$ e $\cos\alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

Polinômios Recíprocos

78 **CICLO 2011** Sabendo-se que a equação $ax^4 + bx^3 + \ldots + 5x + 3 = 0$ é recíproca e tem 1 como raiz, o produto das raízes reais dessa equação é:

A 2
B –1
C 1
D 3
E 4

79 **CICLO 2011** É dado o polinômio não recíproco $x^4 + ax^3 + bx^2 - ax + 1$, com a e $b \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correspondente à condição necessária e suficiente para que ele tenha possibilidade de ser fatorado num produto de 4 fatores do 1º grau com coeficientes reais.

A a e $b \in R$.
B $b^2 \geq a + 2$
C $\frac{a^2}{4} \geq b + 2$
D $\frac{a^2}{4} < b + 2$
E $a^2 \geq b + 2$

80 **CICLO 2012** O polinômio recíproco $ax^3 + bx^2 + bx + a$ admite três raízes reais negativas e distintas. Então, podemos afirmar que:

A $\frac{b}{a} < -3$
B $2 < \frac{b}{a} < 3$
C $-1 < \frac{b}{a} < 1$
D $1 < \frac{b}{a} < 3$
E $\frac{b}{a} > 3$

81 **CICLO 2017** O polinômio mônico p(x) de coeficientes reais é tal que a equação $p(x) = 0$ é recíproca de 6° grau e segunda espécie e com $x = i$ uma de suas raízes.

a) Mostre que p(x) é divisível por $x^4 - 1$;
b) Sabendo que os expoentes de x em p(x) formam uma progressão aritmética de razão 2, determine o conjunto solução da equação $P(x) = 0$.

82 **CICLO 2012** Discuta as raízes da equação

$$x^4 + (h - 1)x^3 + x^2 + (h - 1)x + 1 = 0$$

para $h \in \mathbb{R}$.

Nesta discussão você deve analisar a natureza das raízes e também o seu sinal.

Gabarito

1. C

2. B

3. A

4. $P(x) = x^3 - 2x^2 + 6x - \frac{10}{3}$

5. a) $(a,b) = \left(-2\sqrt{3}, -1\right)$

b) $(x_1, x_2, x_3, x_4) = \left(\sqrt{3} + \sqrt{2}, \sqrt{3} - \sqrt{2}, \frac{1 + \sqrt{7}i}{2}, \frac{1 - \sqrt{7}i}{2}\right)$

6. 37

7. $P(x) = ax^4 - 2ax^3 + (a + c)x - cx$; $a \in \mathbb{R}^*$ e $c \in \mathbb{R}$

8. B

9. A

10. C

11. $P(x) = \frac{5}{128}\left(3x^5 - 40x^3 + 240x\right)$

12. $n = 6k \pm 1$, $k \in \{1, 2, 3, 4...\}$

13. $P(x) = -\frac{3}{8}x^5 + \frac{5}{4}x^3 - \frac{15}{8}x$

14. $k = \frac{1}{4}$ e $\varphi = \frac{7\pi}{6} + 2m\pi$ ou $\frac{11\pi}{6} + 2m\pi, m \in \mathbb{Z}$

15. Demonstração.

16. Demonstração.

17. $P(x) = \frac{15}{128}x^5 - \frac{25}{16}x^3 + \frac{75}{8}x$

18. C

19. D

20. C

21. A

22. A

23. D

24. $R(x) = x - 1$

25. n par: $x + 1$

n ímpar: 0

26. C

27. E

28. C

29. C

30. D

31. E

32. D

33. B

34. C

35. D

36. 0 e $\frac{6}{7}$

37. Demonstração

38. a) $\sqrt{5} - 1$

b) Demonstração.

39. $P(1) = 0$

40. $(b,c,d) = \left\{(0,0,0);(1,-2,0);(1,-1,-1);\left(-\frac{1}{\alpha},\alpha,\frac{2}{\alpha} - \alpha\right) \text{ com } \alpha \text{ sendo raiz de } x^3 - 2x + 2 = 0\right\}$

41. A

42. C

43. C

44. D

45. D

46. B

47. C

48. D

49. B

50. A

51. B

52. C

53. C

54. C

55. C

56. C

57. E

58. C

59. E

60. A

61. D

62. E

63. E

64. E

65. A

66. E

67. E

68. $P(x) = \left(x^2 - x + 6\right)\left(-\frac{7}{24}x^2 + \frac{19}{24}x + \frac{1}{3}\right)$

69. Demonstração.

70. Demonstração.

71. Demonstração.

72. Demonstração.

73. $4a^3 = 27b^2$

74. $1 = \frac{p}{9} + \frac{q^2}{729}$

75. Demonstração.

76. Demonstração.

77. $p \in \left[-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right]$ e $-q^2 = (p+1)^2 \cdot (2p+1)$

78. B

79. C

80. E

81. a) Demonstração.

b) $S = \{-1, 1, -i, i\}$

82. $h \leq -\frac{1}{2}$: 2 raízes reais positivas e 2 raízes imaginárias

$-\frac{1}{2} < h < \frac{5}{2}$: 4 raízes imaginárias

$h \geq \frac{5}{2}$: 2 raízes imaginárias e 2 raízes reais negativas

MATEMÁTICA – FRENTE 3

SÉRIE 5 SISTEMAS LINEARES

1 Obter m e n, sabendo que o par ordenado (0, 1) é solução do sistema:

$$\begin{cases} 3x + my = 4 \\ x - 2y = n \end{cases}$$

2 **FUVEST** Determinar a e b de modo que os sistemas $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$ e $\begin{cases} ax + by = 1 \\ bx - ay = 1 \end{cases}$ sejam equivalentes.

3 Resolver os sistemas por Cramer:

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ -2x + 3y - 3z = 2 \\ x + z = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x + y - z = 5 \\ x + 2y + 4z = 4 \\ 3x + y - 2z = -3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} a^2x + b^2y = 2abc \\ abx - bcy = b^2c - ac^2 \end{cases}$ (a, b, c positivos)

d) $\begin{cases} x \cdot \cos\theta - y \cdot \operatorname{sen}\theta = \operatorname{sen}\theta \\ x \cdot \operatorname{sen}\theta + y \cdot \cos\theta = \cos\theta \end{cases}$

4 Dar os valores de m que tornam o sistema abaixo possível e determinado.

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ 2x - 3y + z = 2 \\ 3x + y - 2z = 0 \end{cases}$$

5 Resolver:

$$\begin{cases} x \cdot \operatorname{sen}\alpha - y \cdot \cos\alpha = -\cos 2\alpha \\ x \cdot \cos\alpha + y \cdot \operatorname{sen}\alpha = \operatorname{sen} 2\alpha \end{cases}$$

6 Determinar K para que o sistema $\begin{cases} 2x + y = K \\ 3x + 5y = 2K \end{cases}$, admita o par (x, y) com x = 3, como única solução.

7 **FUVEST** Dar a condição para que o sistema $\begin{cases} ax + by = 1 \\ cx + by = 1 \end{cases}$ seja possível e determinado.

8 Obter m para que o sistema $\begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x + y = 0 \\ 3x + mz = 4 \end{cases}$, admita uma única solução.

9 Resolver por escalonamento:

a) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x + 5y - 7z = 1 \\ 3x + y - 6z = -7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y + z = 10 \\ 2x + 4y + 4z = 22 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y - z = 0 \\ 4x + 3y + z = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y - z = 0 \\ 4x + 3y + z = 2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 3 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x - y + z + t = 1 \\ y + z - t = -2 \\ -x + y + t = 2 \\ z + t = 1 \end{cases}$

10 **FUVEST** Resolver o sistema linear

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ x - y + mz = n \text{ (x, y, z reais)} \\ x + 3y + 2z = 1 \end{cases}$$

nos seguintes casos:

a) m = 0 e n = 0

b) m = –2 e n = 0

c) m = –2 e n = 5

11 Resolver o sistema e dizer quantas são as suas variáveis livres: $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y + 3z = 4 \end{cases}$

12 Resolver os sistemas:

a) $\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2 \\ \frac{2}{a} + \frac{3}{b} + \frac{1}{c} = -1 \\ \frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2^x + 3^y + 4^z = 20 \\ 2^x + 2 \cdot 3^y + 4^z = 23 \\ 2^x + 3 \cdot 3^y + 2 \cdot 4^z = 42 \end{cases}$

13 A solução do sistema $\begin{cases} 3x + y + z = 0 \\ x + y + z = \alpha \\ y - z = 1 \end{cases}$ forma uma progressão aritmética. Obter α.

14 **FUVEST** Dado o sistema $\begin{cases} x + 2y + z = a \\ 5x + ay + 5z = 66 \\ x - y + az = 47 \end{cases}$, qual o valor de a para que x, y e z sejam inteiros e consecutivos?

15 Discutir os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} mx + y = 1 - m \\ x + my = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ mx + y + mz = 0 \\ x + my + 2z = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ ax + ay + 2az = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + 2y + z = 4 \\ 5x + ay + 5z = b \\ x - y + 2z = 2 \end{cases}$

16 Para que valores de m o sistema de equações:

$$\begin{cases} mx + z = 1 \\ -x + my - 2z = 0 \\ -y + z = 3 \end{cases}$$

é incompatível?

17 Quais os valores de a e b para que o sistema:

$\begin{cases} x + 2y + 2z = a \\ 3x + 6y - 4z = 4, \text{ admita infinitas soluções?} \\ 2x + 6y - bz = 1 \end{cases}$

18 O sistema abaixo é impossível.

$$\begin{cases} a - x + y = 0 \\ a - 2x + 2z = 0 \\ x + y = -1 \\ a - x + y + z = K \end{cases}$$

Qual o valor de K?

19 Determinar para que valores de a o sistema

$$\begin{cases} 3ax + y + z = 1 \\ x + 3ay + z = 1 \\ x + y + 3az = 1 \end{cases}$$

a) é possível e determinado
b) é impossível
c) é possível e indeterminado
d) calcule sua solução para a = 1/3
e) calcule a inversa da matriz incompleta desse sistema para a = 0

20 **FUVEST** Para quais valores de a o sistema admite solução?

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y + 4z = a \\ -y - 2z = a^2 \end{cases}$$

21 Quais os valores de β para os quais o sistema

$\begin{cases} x - y = 1 \\ \beta x - y = 5 \text{ tem solução?} \\ x + \beta y = 5\beta \end{cases}$

22 Seja o sistema abaixo:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 + x_3 = K \end{cases}$$

Para que ele seja compatível, qual deve ser o valor de K?

23 Discutir, em função de m, os sistemas homogêneos:

a) $\begin{cases} mx + y = 0 \\ 2x + 2y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = mx \\ 4x + y = 0 \end{cases}$

24 **FUVEST** O sistema de equações:

$$\begin{cases} ax - 2y + z = 0 \\ x + ay = 0 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases},$$

admite um termo (x, y, z) como solução em que $x \neq 0$. Qual o valor de a?

25 **FUVEST** Considere o sistema S com x, y, z reais:

$$(S)\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

a) Mostre que S é indeterminado.
b) Encontre a solução geral de S.

26 **FUVEST** Qual é a condição para que o sistema

$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ ax + by + cz = 0 \\ a^2x + b^2y + c^2z = 0 \end{cases}$, admita solução não trivial?

27 Quais os valores de K tais que o sistema $\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x - Ky + z = 0, \\ Kx - y - z = 0 \end{cases}$
admite apenas a solução imprópria?

28 **FUVEST** Classificar os sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{y} = 0 \\ \frac{2}{\alpha} + \frac{3}{y} = 0 \\ \frac{1}{\alpha} - \frac{2}{y} + \frac{4}{z} = 0 \end{cases}$$

29 Quais os valores de m para os quais o sistema:

$$\begin{cases}(m+6)x-2y+4z=0\\ 5x-4my-4z=0\\ 3x-y+z=0\end{cases}$$, admite soluções próprias?

30 **ITA** Para que valores reais de a e b o seguinte sistema não admite solução?

$$\begin{cases}3x+ay+4z=0\\ x+y+3z=-5\\ 2x-3y+z=b\end{cases}$$

31 **ITA** Qual é a relação que a, b e c devem satisfazer tal que o sistema abaixo tenha pelo menos uma solução?

$$\begin{cases}x+2y-3z=a\\ 2x+6y-11z=b\\ x+2y+7z=c\end{cases}$$

32 **ITA** Quais os valores de α e β para que o sistema

$$\begin{cases}\alpha x_1-x_2+x_3=0\\ x_1-x_2+2x_3=0\\ 2x_1+x_2+x_3=\beta\end{cases}$$ tenha solução única?

33 **ITA** Seja o sistema homogêneo abaixo:

$$\begin{cases}(K_1+K_2)x+(K_2-K_3)y+(K_1-K_3)z=0\\ (K_2-K_1)x+(K_2+K_3)y+(K_3-K_1)z=0\\ (K_1-K_2)x+(K_3-K_2)y+(K_3+K_1)z=0\end{cases}$$

Qual a condição para que ele admita apenas a solução trivial?

34 **ITA** Quais os valores de α de modo que o sistema

$$\begin{cases}(\text{sen}\alpha-1)x+2y-(\text{sen}\alpha)z=0\\ (3\text{sen}\alpha)y+4z=0\\ 3x+(7\text{sen}\alpha)y+6z=0\end{cases}$$, admita soluções não triviais?

35 **ITA 1998** Sejam a, b $\in \mathbb{R}$ e os sistemas lineares:

$$\begin{cases}x+y-z=0\\ x-3y+z=1\\ -2y+z=a\end{cases} \text{ e } \begin{cases}x-y=0\\ x+2y-z=0\\ 2x-by+3z=0\end{cases}$$

Se ambos admitem infinitas soluções reais, quais os valores de a e b?

36 **ITA 2001** Seja m $\in \mathbb{R}$, m > 0. Qual o produto dos valores de m para os quais o sistema admite solução não trivial?

$$\begin{cases}2x-(\log_4 m)y+5z=0\\ (\log_2 m)x+y-2z=0\\ x+y-(\log_2 m^2)z=0\end{cases}$$

37 **ITA 1997** Sejam a, b e c $\in \mathbb{R}^*$ com $a^2=b^2+c^2$. Se x, y e z satisfazem o sistema $\begin{cases}c\cdot\cos y+b\cdot\cos z=a\\ c\cdot\cos x+a\cdot\cos z=b\\ b\cdot\cos x+a\cdot\cos y=c\end{cases}$ então, cosx + cosy + cosz vale?

38 Determinar a característica de cada matriz:

a) $\begin{bmatrix}1&2&3\\2&4&6\end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix}1&2&3\\2&1&0\end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix}2&4&6\\8&15&30\\4&8&12\end{bmatrix}$

39 **FUVEST** Consideremos a matriz:

$M=\begin{bmatrix}p&q&r\\p&p+r&p+q\end{bmatrix}$, na qual p, q, r $\in \mathbb{R}$.

Se a característica de M é menor que 2, então o que se pode afirmar sobre p, q e r?

40 Obter x de modo que o posto da matriz M abaixo seja menor que 3.

$$\begin{bmatrix}1-x&1&3\\1&5-x&1\\3&1&1-x\end{bmatrix}$$

41 Seja S um sistema linear de 3 equações a 3 incógnitas tal que toda solução das duas primeiras equações seja solução da terceira.

a) Mostre que o sistema T formado pelas duas primeiras equações é equivalente a S.

b) Mostre que as duas primeiras equações de:

$$\begin{cases}2x+3y+4z=5\\ 6x+7y+8z=9\\ x+y+z=1\end{cases}$$

Formam um sistema equivalente a esse.

42 **OLIMPÍADA** Considere o sistema de equações:

$$\begin{cases}a_{11}\,x_1+a_{12}\,x_2+a_{13}\,x_3=0\\ a_{21}\,x_1+a_{22}\,x_2+a_{23}\,x_3=0\\ a_{31}\,x_1+a_{32}\,x_2+a_{33}\,x_3=0\end{cases}$$

com incógnitas x_1, x_2 e x_3 os coeficientes satisfazem as seguintes condições:

I. a_{11}, a_{22} e a_{33} são números reais positivos e os restantes são números reais negativos.

II. em cada equação, a soma dos coeficientes é positiva.

Prove que o sistema dado tem somente a solução trivial.

GABARITO

1. $m = 4, n = -2$

2. $a = 0, b = 2$

3. a) $S = \{(-1, 2, 2)\}$

b) $S = \{(-2, 3, 0)\}$

c) $S = \left\{\left(\frac{bc}{a}, \frac{ac}{b}\right)\right\}$

d) $S = \{(\text{sen}2\theta, \cos 2\theta)\}$

4. $\forall m,\ m \neq -\frac{18}{5}$

5. $S = \{(\text{sen}\alpha, \cos\alpha)\}$

6. $K = 7$

7. $a \neq c$ e $b \neq 0$

8. $m \neq 2$

9. a) $S = \{(-1, 2, 1\}$

b) $S = \{(1, 2, 3)\}$

c) $S = \varnothing$

d) $S = \{(2\alpha - 1, 2 - 3\alpha, \alpha),\ \forall \alpha \in C\}$

e) $S = \{(2, -1)\}$

f) $S = \{(1, 1, -1, 2)\}$

10. a) $\left\{\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{-5}{2}\right)\right\}$

b) $\varnothing$

c) $\{(\alpha + 4, -1 - \alpha, \alpha),\ \forall \alpha \in \mathbb{R}\}$

11. $\{(-1, 2 - \alpha, \alpha),\ \forall \alpha\}$, 1 variável livre

12. a) $\left\{\left(1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)\right\}$

b) $\{(0, 1, 2)\}$

13. $\alpha = -6/5$

14. $a = 12$

15. a) $\begin{cases} m \neq 1 \text{ e } m \neq -1 \Rightarrow \text{SPD} \\ m = 1 \Rightarrow \text{SPI} \\ m = -1 \Rightarrow \text{SI} \end{cases}$

b) $\begin{cases} m \neq 1 \Rightarrow \text{SPD} \\ m = 1 \Rightarrow \text{SI} \end{cases}$

c) $\begin{cases} a \neq 1 \Rightarrow \text{SI} \\ a = 1 \Rightarrow \text{SPI} \end{cases}$

d) $\begin{cases} a \neq 0 \Rightarrow \text{SPD} \\ a = 0 \text{ e } b = 8 \Rightarrow \text{SPI} \\ a = 0 \text{ e } b \neq 8 \Rightarrow \text{SI} \end{cases}$

16. $m = 1$

17. $S = \varnothing$

18. $\forall K,\ K \neq -\frac{1}{2}$

19. a) $a \neq 1/3$ e $a \neq -2/3$

b) $a = -2/3$

c) $a = 1/3$

d) $S = \{(1 - \alpha - \beta, \alpha, \beta),\ \forall \alpha, \beta\}$

e) $\begin{bmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 \end{bmatrix}$

20. $a = -2$ ou $a = 1$

21. $\beta = 2$ ou $\beta = -1/3$

22. $K = 0$

23. a) $\begin{cases} m \neq 1 \Rightarrow \text{SPD} \\ m = 1 \Rightarrow \text{SPI} \end{cases}$;

b) $\begin{cases} m \neq -10 \Rightarrow \text{SPD} \\ m = -10 \Rightarrow \text{SPI} \end{cases}$

24. $a = 1$

25. a) Demonstração;

b) $\{(-\alpha, \alpha, 0),\ \forall \alpha\}$

26. $a = b$ ou $a = c$ ou $b = c$

27. $K \neq 0$ e $K \neq -1$

28. Sistema Impossível

29. $m = \frac{5 \pm \sqrt{15}}{2}$

30. $a = -2$ e $b \neq 5$

31. Independe de a, b, c.

32. $\alpha \neq 0$ e $\beta = 0$

33. K_1 e $K_2 \neq 0$ e $K_2 \neq \pm K_3$

34. Não há valores de α

35. $a = 1/2, b = 11$

36. 1

37. $\frac{b + c}{a}$

38. a) 1

b) 2

c) 2

39. $p = 0$ e $q = r$

40. $x = -2$ ou $x = 3$ ou $x = 6$

41. a) Demonstração

b) Demonstração

42. Demonstração

SÉRIE 3 GEOMETRIA ESPACIAL II

Semelhança de sólidos e troncos

1 **CICLO 2014** A qual distância do vértice de um cone de revolução, de altura 4 e raio da base 3, deve-se traçar um plano paralelo à base para que a secção seja equivalente à área lateral do tronco de cone compreendido entre a base e a secção?

A 2
B $2\sqrt{3}$
C $2\sqrt{5}$
D $\sqrt{10}$
E $\frac{2}{3}\sqrt{10}$

2 **CICLO 2013** Um tronco de cilindro circular reto apresenta como seção meridiana um trapézio retângulo de bases 18 m e 12 m e altura 8 m. A base elíptica desse tronco tem área, em m^2, igual a:

A 25π
B 20π
C 16π
D 10π
E 12π

3 **CICLO 2014** O desenvolvimento da superfície lateral de um tronco de cone reto é um trapézio circular cujas bases são semicircunferências de raios R e 2R. Qual o volume deste tronco?

A $\frac{\pi R^2\sqrt{2}}{24}$
B $\frac{7\pi R^3\sqrt{3}}{24}$
C $\frac{7\pi R^3\sqrt{2}}{24}$
D $\frac{5\pi R^3\sqrt{2}}{24}$
E $\frac{8\pi R^3\sqrt{3}}{27}$

4 **CICLO 2017** Em um tronco de cone reto os raios das bases são 2 e 4. Calcule o raio da secção paralela às bases que dividem o tronco em dois troncos de mesmo volume.

Inscrição e circunscrição de sólidos e Secção em sólidos

5 **CICLO 2017** Os vértices de um tetraedro regular são também vértices de um cubo de aresta 2. A área de uma face desse tetraedro é:

A $2\sqrt{3}$
B 4
C $3\sqrt{2}$
D $3\sqrt{3}$
E 6

6 **CICLO 2010** Um cone circular reto, de raio da base R e geratriz g, foi secionado por um plano paralelo à base. Determine a distância do vértice do cone ao plano secante, sabendo que a área total do cone parcial obtido é igual à área lateral do cone dado.

A $\sqrt{g(2g-R)}$
B $\sqrt{2g(g+R)}$
C $\sqrt{2g(g-R)}$
D $\sqrt{g(g+R)}$
E $\sqrt{g(g-R)}$

7 **CICLO 2010** Um cone C está inscrito num hemisfério de centro O e de raio R. O cone tem altura R e sua base também tem centro O. Corta-se o hemisfério por um plano P paralelo à base do cone C. O volume do cone de vértice O e que tem por base a seção do plano P com o cone C é o quíntuplo do volume do cone parcial que o mesmo plano P determina no cone C. Determine a distância do centro O do hemisfério ao plano P.

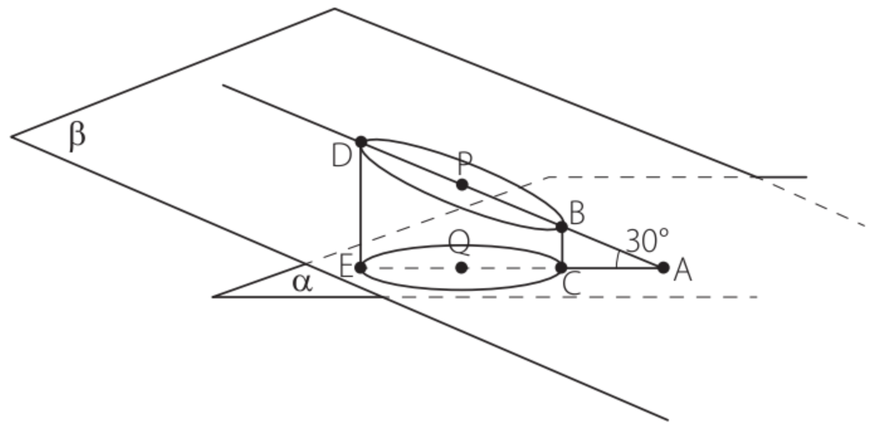
A $\frac{3R}{4}$
B $\frac{5R}{6}$
C $\frac{2R}{5}$
D $\frac{R}{2}$
E $\frac{R}{5}$

8 **CICLO 2012** Seciona-se um cubo de aresta a por planos passando pelos pontos médios das arestas concorrentes em cada vértice. Considere o sólido formado ao retirarem-se as oito pirâmides obtidas. Determine a razão entre a área total e o volume do sólido obtido.

A $\frac{6\left(3-\sqrt{3}\right)}{5a}$
B $\frac{6\left(3+\sqrt{3}\right)}{5a}$
C $\frac{5\left(3+\sqrt{3}\right)}{6a}$
D $\frac{4\left(3+\sqrt{3}\right)}{5a}$
E $\frac{4\left(3-\sqrt{3}\right)}{5a}$

9 **CICLO 2017** Um cilindro circular reto de base contida em um plano α foi seccionado por um plano β formando 30° com α, gerando um tronco de cilindro. Sabe-se que $\overline{BD}$ e $\overline{CE}$ são, respectivamente, eixo maior da elipse de centro P contida em β e diâmetro da circunferência de centro Q contida em α. Os pontos A, B, P e D são colineares e estão em β e os pontos A, C, Q e E são colineares e estão em α.

Sendo BC = 1 m e CQ = $\sqrt{3}$ m, o menor caminho pela superfície lateral do tronco ligando os pontos C e D mede, em metros:



A $3\sqrt{1+3\pi^2}$

B $3\sqrt{3\pi}$

C $3\sqrt{1+\pi^2}$

D $\sqrt{9+3\pi^2}$

E $\sqrt{9+\pi^2}$

10 **CICLO 2013** Cortando-se um prisma triangular por um plano contendo duas diagonais de faces laterais, obtêm-se duas pirâmides:

A equivalentes.

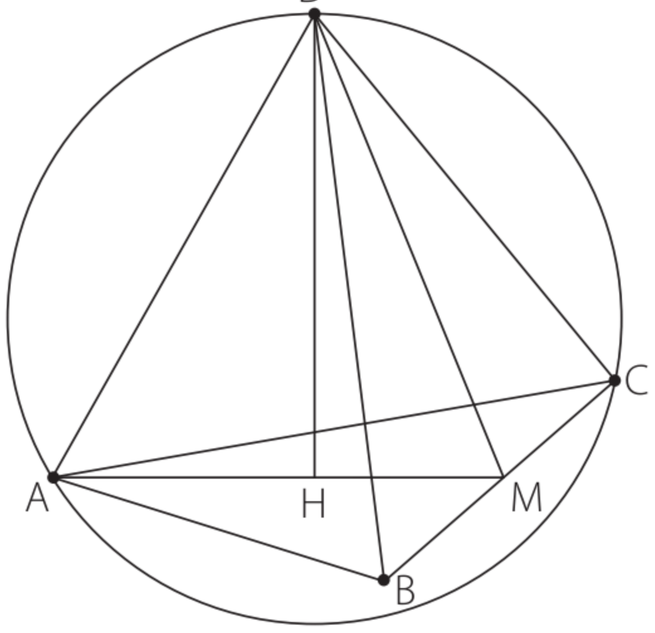
B com volumes na relação 1 para 2.

C com volumes na relação 1 para 3.

D com volumes na relação 2 para 3.

E com a mesma área total.

11 **CICLO 2012** Considere um tetraedro regular ABCD inscrito numa esfera de raio 3 cm, sendo HD sua altura. A diferença entre o volume do tetraedro e o volume do sólido gerado pela rotação do triângulo DHM em torno de HD é dada por:



A $\left(8\sqrt{3}-\frac{8\pi}{3}\right)cm^3$

B $\left(5\sqrt{2}-\frac{\pi\sqrt{5}}{2}\right)cm^3$

C $\left(4\sqrt{2}-\frac{4\pi\sqrt{3}}{5}\right)cm^3$

D $\left(3\sqrt{3}-\frac{3\pi\sqrt{3}}{5}\right)cm^3$

E $\left(7\sqrt{2}-\frac{\pi\sqrt{5}}{3}\right)cm^3$

12 **CICLO 2011** Calcule o volume de um tronco de cone circunscrito a uma esfera de raio R, sabendo-se que a circunferência de tangência da esfera com a superfície lateral do tronco está num plano cuja distância à base maior do tronco é o dobro da distância à base menor.

A $\frac{4}{3}\pi R^3$

B $3\pi R^3$

C $\frac{5}{3}\pi R^3$

D $6\pi R^3$

E $\frac{7}{3}\pi R^3$

13 **CICLO 2015** Considere um tetraedro regular circunscrito a uma esfera de raio R. Designando por H, a, h e V, respectivamente, a altura, a aresta, a altura da base e o volume desse tetraedro, temos:

A $V=\frac{2\sqrt{3}}{3}R^3$ e $h=\frac{3\sqrt{2}}{4}H$

B $V=8\sqrt{3}R^3$ e $a=\frac{\sqrt{6}}{2}H$

C $V=\frac{4\sqrt{2}}{3}R^3$ e $H=4R$

D $V=6\sqrt{2}R^3$ e $H=4R$

E $V=5\sqrt{3}R^3$ e $H=\frac{9R}{2}$

14 **CICLO 2015** Num cone circular reto o raio da base mede 3 cm e a altura 4 cm. Inscreve-se no cone uma esfera, sendo C a circunferência de contato da esfera com a superfície cônica. Assinale a alternativa correspondente a razão entre os volumes do cone e do tronco de cone determinados por um plano que passa por C.

A $\frac{7}{115}$

B $\frac{8}{117}$

C $\frac{13}{121}$

D $\frac{8}{127}$

E $\frac{7}{117}$

15 **CICLO 2012** Dois cubos de arestas a e 2a, respectivamente, estão inscritos numa esfera de raio R, de forma que 4 vértices do cubo menor e 4 vértices do cubo maior pertencem à superfície esférica. Uma das faces do cubo menor está em contato com uma das faces do cubo maior e os vértices dessas faces não pertencem à superfície esférica. Podemos concluir que R é igual a:

A $\frac{a\sqrt{185}}{8}$

B $\frac{5a\sqrt{37}}{64}$

C $\frac{a\left(\sqrt{2}+\sqrt{5+\sqrt{3}}\right)}{4}$

D $\frac{a\sqrt{57}}{4}$

E $\frac{a\sqrt[3]{5}}{18}$

16 **CICLO 2017** Seja um hexaedro regular ABCD-EFGH, de aresta medindo 2ℓ unidades. O plano determinado por D, o ponto médio R de CG e o baricentro do triângulo EFH intercepta a face EFGH em MN com M em FG e N em EH, podemos afirmar que o volume do sólido DNH-RMG é igual a:

A $\frac{12\,\ell^3}{15}$

B $\frac{16\,\ell^3}{15}$

C $\frac{26\,\ell^3}{15}$

D $\frac{28\,\ell^3}{15}$

E $\frac{32\,\ell^3}{15}$

17 **CICLO 2017** Considere uma esfera de raio $R=\frac{4}{3}$m e nela se inscreve um cone equilátero. Cortam-se os dois sólidos por um plano paralelo à base do cone a uma distância x dessa base. Qual o valor de x, em metros, para que a diferença das áreas seções da esfera e do cone seja máxima?

A 1

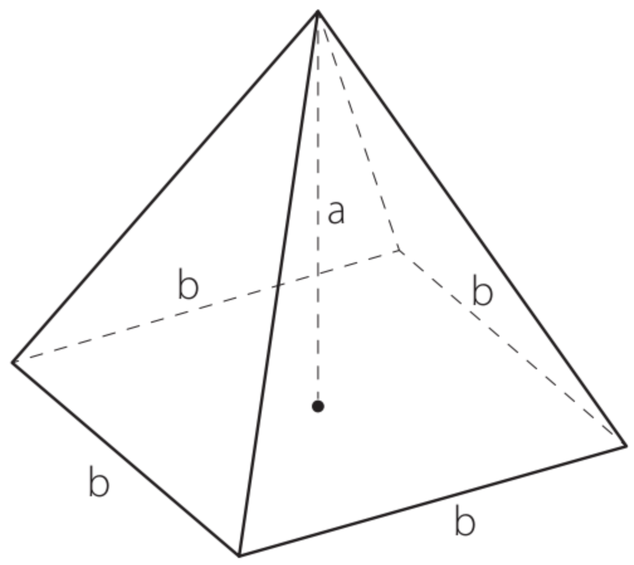
B $\frac{1}{2}$

C $\frac{1}{3}$

D 2

E $\frac{3}{4}$

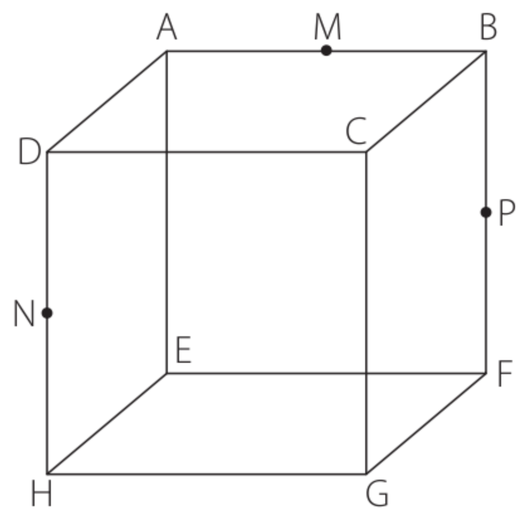
18 **CICLO 2016** Considere a pirâmide reta de base quadrada, ilustrada na figura abaixo, com lado da base b = 6 m e altura a.



a) Encontre o valor de a de modo que a área de uma face triangular seja igual a 15 m².

b) Para a = 2 m, determine o raio da esfera circunscrita à pirâmide.

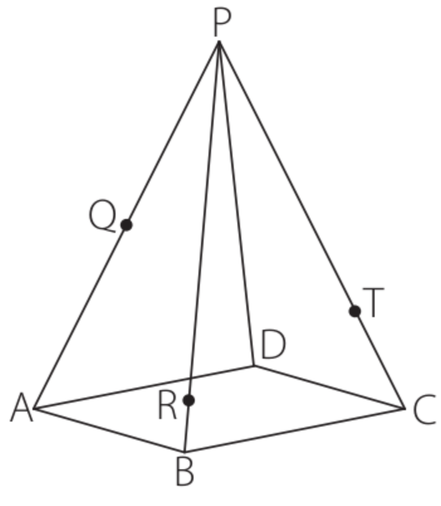
19 **CICLO 2014** Na figura temos um cubo e M, N e P pontos médios de suas arestas. Determine o ângulo formado pelo plano (M, N, P) e o plano da base (E, F, G, H).



20 **CICLO 2013** Um octaedro regular está inscrito num cubo, que está inscrito numa esfera, e que está inscrito num tetraedro regular. Se o comprimento da aresta do tetraedro é 1, qual é o comprimento da aresta do octaedro?

21 **CICLO 2013** Um cubo de aresta a é secionado por um plano que contém a diagonal de uma das faces e passa pelo ponto médio de uma aresta oposta. Mostre a interseção deste plano com o cubo e calcule em qual razão o seu volume foi dividido.

22 **CICLO 2012** Uma pirâmide quadrangular regular possui todas as arestas iguais a 6 cm. Q, R e T são pontos das arestas $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ e $\overline{PC}$ respectivamente, conforme a figura, tal que AQ = QP, PR = 5 · RB e PT = 2 · TC.



Determine:

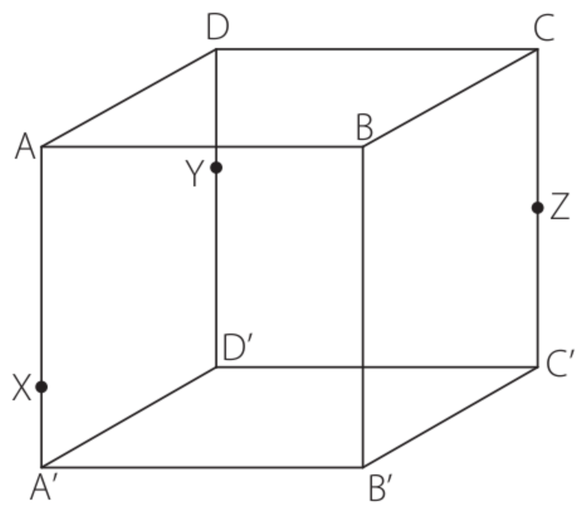
a) a figura geométrica da interseção do plano (Q; R; T) com a superfície da pirâmide.

b) o perímetro da interseção.

23 **CICLO 2012** Um cilindro está inscrito numa esfera de raio R. Calcule o raio e a altura do cilindro, sabendo que sua área total é a metade da área da superfície da esfera.

24 **CICLO 2012** O apótema da base de uma pirâmide regular hexagonal é igual à média geométrica da altura e do apótema da pirâmide. Sabendo que o volume da pirâmide é $(9\sqrt{15}+9\sqrt{3})\ cm^3$, determine o raio da esfera inscrita nessa pirâmide, em cm.

25 **CICLO 2011** O cubo ABCDA'B'C'D' da figura possui aresta de 4 cm. Sejam X, Y e Z pontos das arestas tais que $\frac{AX}{XA'}=3$, $\frac{DY}{YD'}=\frac{1}{3}$ e $\frac{CZ}{ZC'}=1$.

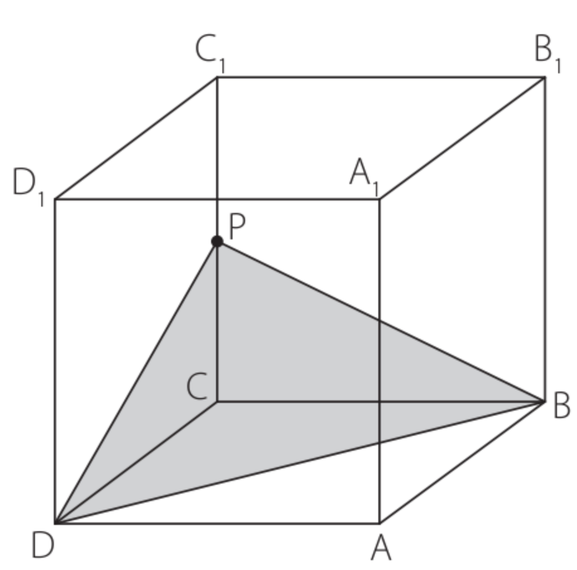


Determine:

a) O ângulo diédrico entre o plano (X; Y; Z) e a base A'B'C'D'.

b) Em qual razão o volume do cubo foi dividido pela seção do plano (X; Y; Z)?

26 **CICLO 2010** Num cubo de aresta de medida a, seus vértices são $ABCDA_1B_1C_1D_1$ conforme a figura. Seja P o ponto médio de $\overline{CC_1}$ e α o plano (P; D; B). Determine:



a) o ângulo diédrico de aresta $\overline{BD}$;

b) a distância de A_1 até o plano α.

27 **CICLO 2010** ABCD é um retângulo tal que AB = 1 e AD = 4. Por A traça-se uma perpendicular PA = 4 ao plano do retângulo. Seja Q o ponto médio de $\overline{PA}$ e R pertencente à aresta $\overline{PB}$ tal que $\frac{RB}{RP}=\frac{1}{3}$. Considere o plano α = (Q; R; D) que seciona a superfície da pirâmide PABCD. Determine:

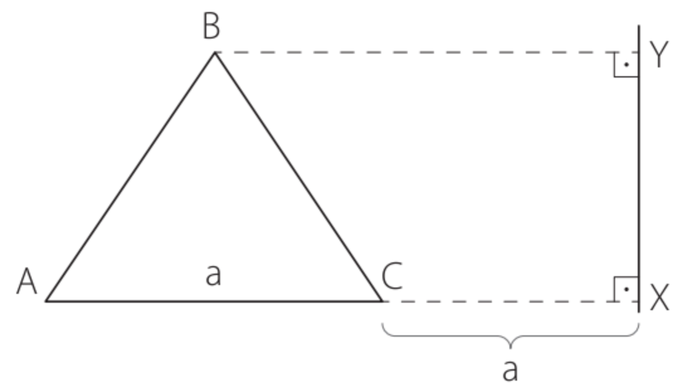
a) o formato da seção secante à superfície da pirâmide;

b) o perímetro da figura formada pela seção;

c) o ângulo que a seção forma com o plano da base da pirâmide.

Sólidos de revolução e Espacial com analítica

28 **CICLO 2016** A área da superfície de revolução gerada pela rotação do triângulo equilátero ABC em torno do eixo XY na figura abaixo, em unidade de área é



A $9\pi a^2$

B $9\sqrt{2}\pi a^2$

C $9\sqrt{3}\pi a^2$

D $6\sqrt{3}\pi a^2$

E $6\sqrt{2}\pi a^2$

29 **CICLO 2014** A região R do plano, limitada pela curva de equação $x=\sqrt{2y-y^2}$, com $1<y<2$, e pelas retas $2y-3x+1=0$ e $3y-2x-6=0$, gira em torno da reta $y=1$ gerando um sólido S. O volume de S, em unidades de volume é:

A $\frac{19\pi}{3}$

B $\frac{17\pi}{3}$

C 3π

D $\frac{15\pi}{6}$

E $\frac{11\pi}{6}$

GABARITO

1. D

2. B

3. B

4. $\sqrt[3]{36}$

5. A

6. E

7. B

8. B

9. D

10. B

11. A

12. E

13. B

14. B

15. D

16. D

17. A

18. a) 4 m

b) $\frac{11}{2}$ m

19. $\text{arctg}\left(\sqrt{2}\right)$

20. $\frac{1}{6}$

21. razão dos volumes: $\frac{17}{7}$

22. quadrilátero cujo perímetro é $\sqrt{19}+\sqrt{21}+\frac{3\sqrt{469}}{23}+\frac{4\sqrt{409}}{23}$

23. $r=\frac{R\sqrt{5}}{5}$ e $h=\frac{4R\sqrt{5}}{5}$

24. $r=\frac{3}{1+\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}}$

25. a) $\text{arctg}\left(\frac{\sqrt{5}}{4}\right)$

b) $\frac{5}{3}$

26. a) $\text{arctg}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

b) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

27. a) Resolução disponibilizada pelo professor.

b) $\frac{5}{4}+\frac{\sqrt{409}}{12}+\frac{\sqrt{208}}{3}+2\sqrt{5}$

c) $\text{arctg}\left(\frac{\sqrt{73}}{6}\right)$

28. A

29. A

MÓDULOS ITA / IME

Frente 1 – ITA

1 **ITA 1990** Numa progressão geométrica de três termos a razão é e^{-2a}, a soma dos termos é 7 enquanto que a diferença do último termo com o primeiro é 3. Nestas condições o valor de a é:

A $\ell n\sqrt{2}$

B $-\ell n\frac{5}{2}$

C $\ell n\sqrt{3}$

D $-\ell n\sqrt{2}$

E não existe número real **a** nestas condições

2 **ITA 1986** Sejam os números reais $x > 0$, $\alpha > \beta > 1$. Os três números reais:

$x, \sqrt{x\log_\alpha \beta}, \log_\alpha(\beta x)$

São, nesta ordem, os três primeiros termos de uma progressão geométrica infinita. A soma S desta progressão vale:

A $S = \dfrac{2x}{1-\log_\alpha \beta}$

B $S = \dfrac{x+1}{1-\frac{1}{2}\log_\alpha \beta}$

C $S = \dfrac{1}{1-\sqrt{\log_\alpha \beta}}$

D $S = \dfrac{1}{1+\sqrt{\log_\alpha \beta}}$

E Impossível determinar S pois este valor não é finito.

3 **ITA 1991** Numa progressão geométrica de razão q, sabe-se que:

1) O produto do logaritmo natural do primeiro termo a_1 pelo logaritmo natural da razão é 24.
2) A soma do logaritmo natural do segundo termo com o logaritmo natural do terceiro termo é 26.

Se $\ell n\ q$ é um número inteiro então o termo geral a_n vale:

A e^{6n-2}

B e^{4+6n}

C e^{24n}

D e^{4+6^n}

E n.d.a.

4 **ITA 1997** O domínio D da função

$$f(x) = \ln\left[\frac{\sqrt{\pi x^2 - (1+\pi^2)x + \pi}}{-2x^2 + 3\pi x}\right]$$

é o conjunto

A $D = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 3\pi/2\}$

B $D = \{x \in \mathbb{R} : x < 1/\pi \text{ ou } x > \pi\}$

C $D = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x \leq 1/\pi \text{ ou } x \geq \pi\}$

D $D = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$

E $D = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 1/\pi \text{ ou } \pi < x < 3\pi/2\}$

5 **ITA 1999** Seja $a \in \mathbb{R}$ com $a > 1$. Se $b = \log_2 a$, então o valor de:

$\log_4 a^3 + \log_2 4a + \log_2 \dfrac{a}{a+1} + (\log_8 a)^2 - \log_{\frac{1}{2}} \dfrac{a^2-1}{a-1}$ é:

A $2b - 3$

B $\dfrac{65}{18}b + 2$

C $\dfrac{2b^2 - 3b + 1}{2}$

D $\dfrac{2b^2 + 63b + 36}{18}$

E $\dfrac{b^2 + 9b + 7}{9}$

6 **ITA 2002** Dada a função quadrática

$$f(x) = x^2 \cdot \ln\frac{2}{3} + x\ln 6 - \frac{1}{4} \cdot \ln\frac{3}{2}$$

temos que

A a equação $f(x) = 0$ não possui raízes reais.

B a equação $f(x) = 0$ possui duas raízes reais distintas e o gráfico de f possui concavidade para cima.

C a equação $f(x) = 0$ possui duas raízes reais iguais e o gráfico de f possui concavidade para baixo.

D o valor máximo de f é $\dfrac{\ln 2 \cdot \ln 3}{\ln 3 - \ln 2}$.

E o valo máximo de f é $2\dfrac{\ln 2 \cdot \ln 3}{\ln 3 - \ln 2}$.

7 **ITA 2007** Sejam x e y dois números reais tais que e^x, e^y e o quociente $\dfrac{e^x - 2\sqrt{5}}{4 - e^y\sqrt{5}}$ são todos racionais. A soma $x + y$ é igual a:

A 0

B 1

C $2\log_5 3$

D $\log_5 2$

E $3\log_e 2$

8 **ITA 1992** Numa progressão geométrica de razão inteira $q > 1$, sabe-se que $a_1 \cdot a_n = 243$, $\log_q a_n = 6$ e $\log_q P_n = 20$, onde a_n é o n-ésimo termo da progressão geométrica e P_n é o produto dos n primeiros termos. Então a soma dos n primeiros termos é igual a:

A $\frac{3^9 - 1}{6}$

B $\frac{3^{10} - 1}{6}$

C $\frac{3^8 - 1}{6}$

D $\frac{3^9 - 1}{3}$

E n.d.a.

9 **ITA 2001** Sendo dado:
$\ln\left(2\sqrt{4}\sqrt[3]{6}\sqrt[4]{8}\ \ldots\ \sqrt[n]{2n}\right) = a_n$ e $\ln\left(\sqrt{2}\sqrt[3]{3}\sqrt[4]{4}\ \ldots\ \sqrt[2n]{2n}\right) = b_n$ então,

$$\frac{\ln 2}{2} - \frac{\ln 3}{3} + \frac{\ln 4}{4} - \frac{\ln 5}{5} + \ldots + \frac{\ln 2n}{2n}$$

é igual a:

A $a_n - 2b_n$

B $2a_n - b_n$

C $a_n - b_n$

D $b_n - a_n$

E $a_n + b_n$

10 **ITA 2006** Considere as seguintes afirmações sobre a expressão $S = \sum_{k=0}^{101} \log_8 (4^k \sqrt{2})$:

I. S é a soma dos termos de uma progressão geométrica finita

II. S é a soma dos termos de uma progressão aritmética finita de razão 2/3

III. $S = 3451$

IV. $S \leq 3434 + \log_8 \sqrt{2}$

Então, pode-se afirmar que é (são) verdadeira(s) apenas

A I e III C II e IV E III

B II e III D II

11 **ITA 1987** Acrescentando 16 unidades a um número, seu logaritmo na base 3 aumenta de 2 unidades. Esse número é:

A 5 C 2 E 3

B 8 D 4

12 **ITA 1999** Seja S o conjunto de todas as soluções reais da equação $\log_{\frac{1}{4}}(x+1) = \log_4(x-1)$. Então:

A S é um conjunto unitário e $S \subset]2, +\infty[$.

B S é um conjunto unitário e $S \subset]1, 2[$.

C S possui dois elementos distintos e $S \subset]-2, 2[$.

D S possui dois elementos distintos e $S \subset]1, +\infty[$.

E S é o conjunto vazio.

13 **ITA 1987** Considere $u = x \cdot \ell n(3)$, $v = x \cdot \ell n(2)$ e $e^u \cdot e^v = 36$. Nestas condições, temos:

A $x = -4$

B $x = 12$

C $x = -3$

D $x = 9$

E $x = 2$

14 **ITA 1987** Se x e y são números reais e
$\ell n\left[\left(y^2+1\right)\cdot e^x\right] - \ell n\left(y^2+1\right)^4 = x - 3$, então:

A $y = 1 + \sqrt{e-1}$

B $y = 10 - \sqrt{e-1}$

C $y = \pm\sqrt{e-1}$

D $y = \pm\sqrt{e+1}$

E $y = \frac{1}{2}\sqrt{e-1}$

15 **ITA 1988** Seja α um número real, $\alpha > \sqrt{5}$ tal que $(\alpha + 1)^m = 2^p$, onde m é um inteiro positivo maior que 1 e $p = m(\log_2 m)[\log_m(\alpha^2 - 5)]$. O valor de α é:

A 3

B 5

C $\sqrt{37}$

D 32

E Não existe apenas um valor de α nestas condiões.

16 **ITA 1988** Seja $f(x) = \log_2(x^2 - 1)$, $\forall x \in \mathbb{R}, x < -1$. A lei que define a inversa de f é:

A $\sqrt{1+2^y}, \forall y \in \mathbb{R}$

B $-\sqrt{1+2^y}, \forall y \in \mathbb{R}$

C $1-\sqrt{1+2^y}, \forall y \in \mathbb{R}$

D $-\sqrt{1-2^y}, \ \forall y \in \mathbb{R}, \ y \leq 0$

E $1+\sqrt{1+2^y}, \ \forall y \in \mathbb{R}, \ y \leq 0$

17 **ITA 1994** Sejam x e y números reais, positivos e ambos diferentes de 1, satisfazendo o sistema:

$$x^y = \frac{1}{y^2} \ \text{ e } \ \log x + \log y = \log\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

Então o conjunto {x, y} está contido no intervalo

A [2, 5]

B]0, 4[

C [– 1, 2]

D [4, 8[

E [5, ∞[

18 **ITA 1995** Se x é um número real positivo, com $x \neq 1$ e $x \neq 1/3$, satisfazendo $\frac{2+\log_3 x}{\log_{x+2} x} - \frac{\log_x (x+2)}{1+\log_3 x} = \log_x (x+2)$

então x pertence ao intervalo I, onde

A $I = (0, 1/9)$
B $I = (0, 1/3)$
C $I = (1/2, 1)$
D $I = (0, 3/2)$
E $I = (3/2, 2)$

19 **ITA 1996** Se (x_0, y_0) é uma solução real do sistema

$$\begin{cases} \log_2(x+2y) - \log_3(x-2y) = 2 \\ x^2 - 4y^2 = 4 \end{cases}$$, então $x_0 + y_0$ é igual a:

A $\frac{7}{4}$
B $\frac{9}{4}$
C $\frac{11}{4}$
D $\frac{13}{4}$
E $\frac{17}{4}$

20 **ITA 1997** Os números reais x, y e z formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão r. Seja a um número real com $a > 0$ e $a \neq 1$ satisfazendo $3a^x + 2a^y - a^z = 0$. Então r é igual a

A a^2
B $(1/2)^a$
C $\log_{2a} 4$
D $\log_a (3/2)$
E $\log_a 3$.

21 **ITA 1998** O valor de $y \in \mathbb{R}$ que satisfaz a igualdade $\log_y 49 = \log_{y^2} 7 + \log_{2y} 7$, é:

A $\frac{1}{2}$
B $\frac{1}{3}$
C 3
D $\frac{1}{8}$
E 7

22 **ITA 2005** Considere a equação em x

$$a^{x+1} = b^{1/x},$$

onde a e b são números reais positivos, tais que $\ln b = 2\ln a > 0$. A soma das soluções da equação é

A 0.
B –1.
C 1.
D ln 2.
E 2.

23 **ITA 1985** Dada a equação $3^{2x} + 5^{2x} - 15^x = 0$ podemos afirmar que:

A Não existe x real que a satisfaça.
B $x = \log_3 5$ é solução desta equação.
C $x = \log_5 3$ é solução desta equação.
D $x = \log_3 15$ é solução desta equação.
E $x = 3\log_5 15$ é solução desta equação.

24 **ITA 1991** Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} e^x, \text{ se } x \leq 0 \\ x^2 - 1, \text{ se } 0 < x < 1 \\ \ell n\, x, \text{ se } x \geq 1 \end{cases}$$

Se D é um subconjunto não vazio de $\mathbb{R}$ tal que $f : D \to \mathbb{R}$ é injetora, então:

A $D = \mathbb{R}$ e $f(D) = [-1, +\infty[$
B $D =]-\infty, 1] \cup]e, +\infty[$ e $f(D) =]-1, +\infty[$
C $D = [0, +\infty[$ e $f(D) =]-1, +\infty[$
D $D = [0, e]$ e $f(D) = [-1, 1]$
E n.d.a.

Notação: $f(D) = \{y \in \mathbb{R}: y = f(x), x \in D\}$ e $\ell n\, x$ denota o logaritmo neperiano de x.

Obs.: Esta questão pode ser resolvida graficamente.

25 **ITA 1994** Seja (a, b, c, d, e) uma progressão geométrica de razão a, com $a > 0$ e $a \neq 1$. Se a soma de seus termos é igual a $13a + 12$ e x é um número real positivo diferente de 1 tal que:

$$\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x} + \frac{1}{\log_d x} + \frac{1}{\log_e x} = \frac{5}{2},$$

então x é igual a:

A 3^3
B 2^3
C $(5/2)^2$
D $(5/2)^{3/2}$
E $(2/5)^2$

26 **ITA 1994** O sistema abaixo, nas incógnitas x, y e z,

$$\begin{cases} 3^a x - 9^a y + 3z = 2^a \\ 3^{a+1} x - 5y + 9z = 2^{a+1} \\ x + 3^{a-1} y + 3^{a+1} z = 1 \end{cases}$$

é possível e determinado quando o número a é diferente de:

A $\log_3 2$ e $\frac{1}{2}(-1 + \log_2 5)$
B $\log_2 3$ e $\frac{1}{2}\log_2 5$
C $\log_2 1$ e $\frac{1}{2}\log_2 3$
D $\frac{1}{2}(-1 + \log_2 1)$ e $\frac{1}{2}(-1 + \log_2 3)$
E $\log_3 1$ e $\frac{1}{2}(-1 + \log_3 5)$

27 **ITA 1995** Se S é o conjunto dos valores de a para os quais o sistema

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ x+(\log_3 a)^2 y+z=0 \\ 2x+2y+\left(\log_3 \dfrac{27}{a}\right)z=0 \end{cases}$$

é indeterminado, então:

A $S \subset [-3, 3]$
B S é vazio
C $S \subset [2, 4]$
D $S \subset [1, 3]$
E $S \subset [0, 1]$

28 **ITA 1996** Seja $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ e $a \neq 1$ e considere a matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} \log_a(3a) & \log_{10}(3a)^2 \\ \log_a\left(\dfrac{1}{a}\right) & -\log_a(a) \\ \log_a(1) & \log_{10}(1) \end{bmatrix}$$

Para que a característica de A seja máxima, o valor de a deve ser tal que:

A $a \neq 10$ e $a \neq \dfrac{1}{3}$
B $a \neq \sqrt{10}$ e $a \neq \dfrac{1}{3}$
C $a \neq 5$ e $a \neq 10$
D $a \neq 2$ e $a \neq \sqrt{3}$
E $a \neq 2$ e $a \neq \sqrt{10}$

29 **ITA 2000** Sendo x um número real positivo, considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} \log_{1/3} x & \log_{1/3} x^2 & 1 \\ 0 & -\log_3 x & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 0 & \log_{1/3} x^2 \\ 1 & 0 \\ -3\log_{1/3} x & -4 \end{pmatrix}$$

A soma de todos os valores de x para os quais $(AB) = (AB)^T$ é igual a:

A $\dfrac{25}{3}$
B $\dfrac{28}{3}$
C $\dfrac{32}{3}$
D $\dfrac{27}{2}$
E $\dfrac{25}{2}$

30 **ITA 2001** Seja $m \in \mathbb{R}$, $m > 0$. Considere o sistema

$$\begin{cases} 2x-(\log_4 m)y+5z=0 \\ (\log_2 m)x+y-2z=0 \\ x+y-(\log_2 m^2)z=0 \end{cases}$$

O produto dos valores de m para os quais o sistema admite solução não trivial é:

A 1
B 2
C 4
D 8
E $2\log_2 5$

31 **ITA 2004** Para $b > 1$ e $x > 0$, resolva a equação em $x: (2x)^{\log_b 2} - (3x)^{\log_b 3} = 0$.

32 **ITA 2007** Sejam x, y e z números reais positivos tais que seus logaritmos numa dada base k são números primos satisfazendo

$$\log_k(xy) = 49,$$
$$\log_k\left(\frac{x}{z}\right) = 44.$$

Então, $\log_k(xyz)$ é igual a

A 52
B 61
C 67
D 80
E 97

33 **ITA 1988** Considere $A(x) = \log_{\frac{1}{2}}(2x^2+4x+3), \forall x \in \mathbb{R}$.

Então temos:

A $A(x) > 1$, para algum $x \in \mathbb{R}$, $x > 1$
B $A(x) = 1$, para algum $x \in \mathbb{R}$
C $A(x) < 1$, apenas para $x \in \mathbb{R}$ tal que $0 < x < 1$
D $A(x) > 1$, para cada $x \in \mathbb{R}$ tal que $0 < x < 1$
E $A(x) < 1$, para cada $x \in \mathbb{R}$

34 **ITA 1989** Sobre a expressão

$M = \dfrac{1}{\log_2 x} + \dfrac{1}{\log_5 x}$, onde $2 < x < 3$, qual das afirmações abaixo está correta?

A $1 \leq M \leq 2$
B $2 < M < 4$
C $4 \leq M \leq 5$
D $5 < M < 7$
E $7 \leq M \leq 10$

35 **ITA 1990** O conjunto das soluções reais da equação: $|\ell n\ (\text{sen}^2\ x)| = \ell n\ (\text{sen}^2\ x)$ é dado por:

A $\{x \in \mathbb{R} : x = \pi/2 + k\pi, k \in z\}$

B $\{x \in \mathbb{R} : x = \pi + k\,\pi/2, k \in z\}$

C $\{x \in \mathbb{R} : x = 2k\pi, k \in z\}$

D $\{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 1\}$

E $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$

36 **ITA 1991** O conjunto dos números reais que verificam a inequação $3 \log x + \log (2x + 3)^3 \leq 3 \log 2$, é dado por:

A $\{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$

B $\{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 3\}$

C $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x \leq 1/2\}$

D $\{x \in \mathbb{R} : 1/2 \leq x < 1\}$

E n.d.a.

Notação: log a denota o logaritmo de a na base 10.

37 **ITA 1997** Dado um número real a com $a > 1$, seja S o conjunto solução da inequação $\log_{1/a} \log_a \left(\frac{1}{a}\right)^{x-7} \leq \log_{1/a}(x-1)$.

Então S é o intervalo:

A $[4, +\infty[$

B $[4, 7[$

C $]1, 5]$

D $]1, 4]$

E $[1, 4[$

38 **ITA 1998** A inequação $4x \cdot \log_5 (x + 3) \geq (x^2 + 3) \cdot \log_{\frac{1}{5}} (x + 3)$ é satisfeita para todo $x \in S$. Então:

A $S =]-3, -2] \cup [-1, +\infty[$

B $S =]-\infty, -3[\cup [-1, +\infty[$

C $S =]-3, -1]$

D $S =]-2, +\infty]$

E $S =]-\infty, -3\ [\cup]-3, +\infty[$

39 **ITA 1986** Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função que satisfaz à seguinte propriedade: $f(x + y) = f(x) + f(y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$

Se $g(x) = f(\log_{10} (x^2 + 1)^2)$ então podemos afirmar que

A O domínio de g é $\mathbb{R}$ e $g(0) = f(1)$.

B g não está definida para os reais negativos e $g(x) = 2 f(\log_{10}(x^2 + 1))$ para $x \geq 0$.

C $g(0) = 0$ e $g(x) = 2f(\log_{10}(x^2 + 1))$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

D $g(0) = f(0)$ e g é injetora.

E $g(0) = -1$ e $g(x) = [f(\log_{10}(x^2 + 1)^{-1})]^{-2}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

40 **ITA 1987** Supondo m uma constante real, $0 < m < 1$, encontre todos os números reais x, que satisfazem a inequação

$$\log_m (x^4 + m^4) \geq 2 + \log_m \left[\left(\frac{x}{2m}\right)^2 + m^2\right]$$

41 **ITA 1988** Sejam f e g funções reais de variável real definidas por $f(x) = \ln(x^2 - x)$ e $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$. Então o domínio de fog é:

A $]0, e[$

B $]0, 1[$

C $[e, e + 1]$

D $]-1, 1[$

E $]1, +\infty[$

42 **ITA 1992** O domínio da função $f(x) = \log_{2x^2-3x+1} (3x^2 - 5x + 2)$ é:

A $(-\infty, 0) \cup (0, 1/2) \cup (1, 3/2) \cup (3/2, +\infty)$

B $(-\infty, 1/2) \cup (1, 5/2) \cup (5/2, +\infty)$

C $(-\infty, 1/2) \cup (1/2, 2/3) \cup (1, 3/2) \cup (3/2, +\infty)$

D $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

E n.d.a.

43 **ITA 1992** Seja $\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\log 2}{\log 2 - \log 3}$.

O conjunto solução da desigualdade $2^{\text{sen } x} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{\alpha}$ no intervalo $[0, 2\pi)$ é:

A $[0, \pi/3] \cup [2\pi/3, 2\pi)$

B $[0, 7\pi/6] \cup [11\pi/6, 2\pi)$

C $[0, 4\pi/3] \cup [5\pi/3, 2\pi)$

D $[0, \pi/6] \cup [5\pi/6, 2\pi)$

E n.d.a.

44 **ITA 1993** O conjunto solução da inequação $\log_x[(1-x)x] < \log_x[(1+x)x^2]$ é dado por:

A $1 < x < \frac{3}{2}$

B $0 < x < 1$

C $0 < x < \frac{\sqrt{2}-1}{2}$

D $0 < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

E $0 < x < \sqrt{2} - 1$

45 **ITA 1996** Seja $a \in \mathbb{R}$, $a > 1$. Para que $]4,5[= \left\{x \in \mathbb{R}_+^* ;\ \log_{1/a}(\log_a (x^2 - 15)) > 0\right\}$, o valor de a é:

A 2

B 3

C 5

D 9

E 10

46 **ITA 2002** Seja a função f dada por

$$f(x) = (\log_3 5)\cdot \log_5 8^{x-1} + \log_3 4^{1+2x-x^2} - \log_3 2^{x(3x+1)}.$$

Determine todos os valores de x que tornam f não-negativa.

47 **ITA 2006** Determine para quais valores de $x \in (-\pi/2, \pi/2)$ vale a desigualdade $\log_{\cos x}(4\operatorname{sen}^2 x - 1) - \log_{\cos x}(4 - \sec^2 x) > 2$.

48 **ITA 2007** Determine o conjunto C, sendo A, B e C conjuntos de números reais tais que

$A \cup B \cup C = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + x \geq 2\}$,

$A \cup B = \{x \in \mathbb{R} : 8^{-x} - 3\cdot 4^{-x} - 2^{2-x} > 0\}$,

$A \cap C = \{x \in \mathbb{R} : \log(x+4) \leq 0\}$,

$B \cap C = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq 2x + 7 < 2\}$.

Frente 1 – IME

49 **IME 1986** Determine $\log_{\sqrt{0,333...}}\left(\sqrt{0,037037...}\right)$.

50 **IME 2002** Sabe-se que $\log_a b = X$, $\log_q b = Y$ e $n > 0$, onde n é um número natural. Sendo c o produto dos n termos de uma progressão geométrica de primeiro termo a e razão q, calcule o valor de $\log_c b$ em função de X, Y e n.

51 **IME 2005** Sejam a, b, c e d números reais positivos e diferentes de 1. Sabendo que $\log_a d$, $\log_b d$ e $\log_c d$ são termos consecutivos de uma progressão aritmética, demonstre que $c^2 = (ac)^{\log_a b}$.

Obs.: essa é a versão corrigida; a original foi anulada por erro de digitação.

52 **IME 1996** Considerando $\log 2 = a$ e $\log 3 = b$, encontre, em função de a e b, o logaritmo do número $\sqrt[5]{11,25}$ no sistema de base 15.

53 **IME 2007** Considere o sistema de equações dado por

$$\begin{cases} 3\log_3 \alpha + \log_9 \beta = 10 \\ \log_9 \alpha - 2\log_3 \beta = 10 \end{cases}$$

onde α e β são números reais positivos. Determine o valor de $P = \alpha\beta$.

54 **IME 1985** Os valores de a e k reais que tornam verdadeira a expressão:

$$\log_a 2a + \frac{\log_{2a} k}{\log_{6a} k}\log_a^2 2a = (\log_a 2a)\,(\log_a 3)$$ são:

A $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e qualquer valor de k, $k > 0$.

B $a = 2$ e qualquer valor de k, $k > 0$, $k \neq 1$.

C $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e qualquer valor de k, $k > 0$, $k \neq 1$.

D quaisquer valores de a e k com $k \neq 6a$.

E qualquer valor de a positivo com $a \neq 1$ e $a \neq \frac{1}{6}$, e qualquer valor positivo de k.

55 **IME 1988** Para que valores de x a função $f(x) = |x|^{\frac{1}{\ln x^4}} \cdot \ln x^2$ assume o valor $e^{\frac{1}{4}}$?

Obs.: ln denota logaritmo neperiano.

56 **IME 2001** Sejam a e b números reais positivos e diferentes de 1. Dado o sistema abaixo:

$$\begin{cases} a^x \cdot b^{1/y} = \sqrt{ab} \\ 2\cdot \log_a x = \log_{1/b} y \cdot \log_{\sqrt{a}} b \end{cases}$$

determine os valores de x e y.

57 **IME 2004** Calcule o número natural n que torna o determinante abaixo igual a 5.

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ \log_2(n-1) & \log_2(n+1) & \log_2(n-1) & \log_2(n-1) \end{vmatrix}$$

58 **IME 2006** Determine os valores de x, y, z e r que satisfazem o sistema

$$C_{r+y}^{r} = \log_y x$$

$$\log_y z = 4 + \log_x z$$

$$C_{r+y}^{y} = \log_x z + \log_z z$$

onde C_m^p representa a combinação de m elementos tomados p a p e $\log_c B$ representa o logaritmo de B na base c.

59 **IME 2003** Determine todos os valores reais de x que satisfazem a equação:

$$|\log(12x^3 - 19x^2 + 8x)| = \log(12x^3 - 19x^2 + 8x),$$

onde log(y) e |y| representam, respectivamente, o logaritmo na base 10 e o módulo de y.

60 **IME 2007** Resolva a equação

$$\log_{(\operatorname{sen} x + \cos x)}(1 + \operatorname{sen} 2x) = 2,\ x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$$

Frente 1 – IME 1ª Fase

61 **IME 1ª Fase 2007** Sabendo que log 2 = 0,3010, log 3 = 0,4771 e log 5 = 0,6989, o menor número entre as alternativas abaixo é:

A 4^{30} C 25^{40} E 625^{15}

B 9^{24} D 81^{20}

Frente 2 – ITA

62 **ITA 1995** A divisão de um polinômio P(x) por $x^2 - x$ resulta no quociente $6x^2 + 5x + 3$ e resto $-7x$. O resto da divisão de P(x) por $2x + 1$ é igual a:

A 1
B 2
C 3
D 4
E 5

63 **ITA 1991** Na divisão de:
$P(x) = a_5x^5 + 2x^4 + a_4x^3 + 8x^2 - 32x + a_3$
por $x - 1$, obteve-se o quociente:
$Q(x) = b_4x^4 + b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0$
e o resto -6. Sabe-se que (b_4, b_3, b_2, b_1) é uma progressão geométrica de razão $q > 0$ e $q \neq 1$. Podemos afirmar:

A $b_3 + a_3 = 10$
B $b_4 + a_4 = 6$
C $b_3 + b_0 = 12$
D $b_4 + b_1 = 16$
E n.d.a.

64 **ITA 1994** A identidade $\frac{x^3+4}{x^3+1} = 1 + \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1}$ é válida para todo número real $x \neq -1$.

Então $a + b + c$ é igual a:

A 5
B 4
C 3
D 2
E 1

65 **ITA 2007** Sendo c um número real a ser determinado, decomponha o polinômio $9x^2 - 63x + c$, numa diferença de dois cubos $(x + a)^3 - (x + b)^3$. Neste caso, $|a + |b| - c|$ é igual a

A 104
B 114
C 124
D 134
E 144

66 **ITA 2003** Sejam a, b, c e d constantes reais. Sabendo que a divisão de $P_1(x) = x^4 + ax^2 + b$ por $P_2(x) = x^2 + 2x + 4$ é exata, e que a divisão de $P_3(x) = x^3 + cx^2 + dx - 3$ por $P_4(x) = x^2 - x + 2$ tem resto igual a -5, determine o valor de $a + b + c + d$.

67 **ITA 2004** Para algum número real r, o polinômio $8x^3 - 4x^2 - 42x + 45$ é divisível por $(x - r)^2$. Qual dos números abaixo está mais próximo de r?

A 1,62
B 1,52
C 1,42
D 1,32
E 1,22

68 **ITA 1988** Sejam A(x) e B(x) polinômios de grau maior que um e admita que existam polinômios C(x) e D(x) tais que a igualdade abaixo se verifica:
$A(x) \cdot C(x) + B(x) \cdot D(x) = 1, \forall x \in \mathbb{R}$.
Prove que A(x) não é divisível por B(x).

69 **ITA 1997** Sejam $p_1(x)$, $p_2(x)$ e $p_3(x)$ polinômios na variável real x de graus n_1, n_2 e n_3, respectivamente, com $n_1 > n_2 > n_3$. Sabe-se que $p_1(x)$ e $p_2(x)$ são divisíveis por $p_3(x)$. Seja r(x) o resto da divisão de $p_1(x)$ por $p_2(x)$. Considere as afirmações:

I. r(x) é divisível por $p_3(x)$.
II. $p_1(x) - \frac{1}{2}p_2(x)$ é divisível por $p_3(x)$.
III. $p_1(x)\, r(x)$ é divisível por $[p^3(x)]^2$.

Então,

A apenas I e II são verdadeiras.
B apenas II é verdadeira.
C apenas I e III são verdadeiras.
D todas as afirmações são verdadeiras.
E todas as afirmações são falsas.

70 **ITA 1988** Se P(x) e Q(x) são polinômios com coeficientes reais, de graus 2 e 4 respectivamente, tais que $P(i) = 0$ e $Q(i) = 0$ então podemos afirmar que:

A P(x) é divisível por $x + 1$.
B P(x) é divisível por $x - 1$.
C $P(x) \cdot Q(x)$ é divisível por $x^4 + 2x^2 + 1$.
D P(x) e Q(x) são primos entre si.
E Q(x) não é divisível por P(x).

Nota: i é a unidade imaginária do conjunto dos números complexos.

71 **ITA 2002** A divisão de um polinômio f(x) por $(x - 1)(x - 2)$ tem resto $x + 1$. Se os restos das divisões de f(x) por $x - 1$ e $x - 2$ são, respectivamente, os números a e b, então $a^2 + b^2$ vale:

A 13
B 5
C 2
D 1
E 0

72 **ITA 2003** Dividindo-se o polinômio
$P(x) = x^5 + ax^4 + bx^2 + cx + 1$ por $(x - 1)$, obtém-se resto igual a 2. Dividindo-se P(x) por $(x + 1)$, obtém-se resto igual a 3. Sabendo que P(x) é divisível por $(x - 2)$, tem-se que o valor $\frac{ab}{c}$ é igual a:

A -6
B -4
C 4
D 7
E 9

73 **ITA 1986** Sejam a, b e c números reais que nesta ordem formam uma progressão aritmética de soma 12. Sabendo-se que os restos das divisões de $x^{10} + 8x^8 + ax^5 + bx^3 + cx$ por $x - 2$ e $x + 2$ são iguais, então a razão dessa progressão aritmética é:

A 1

B $\frac{28}{5}$

C $\frac{37}{5}$

D $\frac{44}{15}$

E -3

74 **ITA 1987** Considere Q(x) e R(x), respectivamente, o quociente e o resto da divisão de um polinômio A(x) pelo trinômio $B(x) = -x^2 + 5x - 6$. Admita que o grau de A(x) é quatro e que os restos da divisão de A(x) por $x + 1$ e $x - 2$ são, respectivamente, 3 e -1. Supondo também que Q(x) é divisível por $x + 1$, obtenha R(x).

75 **ITA 2000** Seja P(x) um polinômio divisível por $x - 1$. Dividindo-o por $x^2 + x$, obtêm-se o quociente $Q(x) = x^2 - 3$ e o resto R(x). Se $R(4) = 10$, então o coeficiente do termo de grau 1 de P(x) é igual a:

A -5

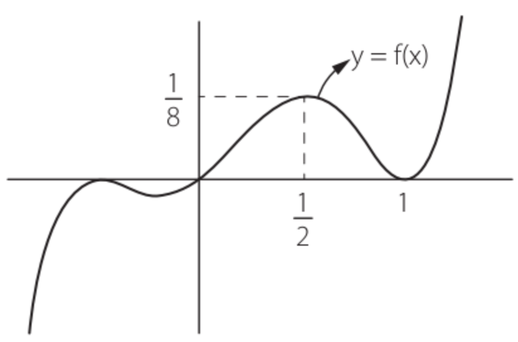
B -3

C -1

D 1

E 3

76 **ITA 2002** Com base no gráfico da função polinomial $y = f(x)$ esboçado abaixo, responda qual é o resto da divisão de f(x) por $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 1)$.



77 **ITA 1998** Seja p(x) um polinômio de grau 4 com coeficientes reais. Na divisão de p(x) por $x - 2$ obtém-se um quociente q(x) e resto igual a 26. Na divisão de p(x) por $x^2 + x - 1$ obtém-se um quociente h(x) e resto $8x - 5$. Sabe-se que $q(0) = 13$ e $q(1) = 26$. Então, $h(2) + h(3)$ é igual a:

A 16

B zero

C -47

D -28

E 1

78 **ITA 1987** A soma de todas as raízes da equação $z^3 - 1 = 0$ é:

A 1

B 2

C zero

D $-2\sqrt{2}\,i$

E $2 + \sqrt{3}\,i$

79 **ITA 1988** Sejam a, b e c constantes reais com $a \neq 0$ formando, nesta ordem, uma progressão aritmética e tais que a soam das raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ é $-\sqrt{2}$. Então uma relação válida entre b e c é:

A $c = \frac{b}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2} - 1\right)$

B $c = b\left(2 - \sqrt{2}\right)$

C $c = b\left(\sqrt{2} - 1\right)$

D $c = b\sqrt{2}$

E $c = \frac{b}{2}\left(4 - \sqrt{2}\right)$

80 **ITA 1994** As raízes da equação de coeficientes reais $x^3 + ay^2 + bx + c = 0$ são inteiras positivas consecutivas. A soma dos quadrados dessas raízes é igual a 14. Então $a^2 + b^2 + c^2$ é igual a:

A 190

B 191

C 192

D 193

E 194

81 **ITA 1991** Os valores de m de modo que a equação $x^3 - 6x^2 - m^2x + 30 = 0$ tenha duas de suas raízes somando um, são:

A 0

B $\sqrt{3}$ e 3

C 1 e -1

D 2 e -2

E n.d.a.

82 **ITA 1997** Sejam a_1, a_2, a_3 e a_4 números reais formando, nesta ordem, uma progressão geométrica crescente com $a_1 \neq 0$. Sejam x_1, x_2 e x_3 as raízes da equação $a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4 = 0$. Se $x_1 = 2i$, então:

A $x_1 + x_2 + x_3 = -2$

B $x_1 + x_2 + x_3 = 1$

C $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$

D $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 8$

E $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = 5$

83 **ITA 2001** O valor da soma $a + b$ para que as raízes do polinômio $4x^4 - 20x^3 + ax^2 - 25x + b$ estejam em progressão aritmética de razão 1/2 é:

A 36.

B 41.

C 26.

D -27.

E -20.

84 **ITA 2002** Sabendo que a equação $x^3 - px^2 = q^m$, p, $q > 0$, $q \neq 1$, $m \in \mathbb{N}$, possui três raízes reais positivas a, b e c, então $\log_q\left[abc(a^2+b^2+c^2)^{a+b+c}\right]$ é igual a:

A $2m + p\log_q p$.
B $m + 2p\log_q p$.
C $m + p\log_q p$.
D $m - p\log_q p$.
E $m - 2p\log_q p$.

85 **ITA 1987** Multiplicando por 2 as raízes da equação $x^3 - 2x^2 + 2x - 1 = 0$ vamos obter raízes da seguinte equação:

A $2y^3 - 6y^2 + 6y - 4 = 0$
B $y^3 - 4y^2 + 8y - 8 = 0$
C $8y^3 - 8y^2 + 4y - 1 = 0$
D $y^3 - 8y^2 + 8y + 8 = 0$
E $4y^3 - 4y^2 - 4y - 8 = 0$

86 **ITA 1995** Sabendo-se que $4 + i\sqrt{2}$ e $\sqrt{5}$ são raízes do polinômio $2x^5 - 22x^4 + 74x^3 + 2x^2 - 420x + 540$, então a soma dos quadrados de todas as raízes reais é:

A 17
B 19
C 21
D 23
E 25

87 **ITA 2000** Sendo 1 e $1 + 2i$ raízes da equação $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, em que a, b e c são números reais, então:

A $b + c = 4$
B $b + c = 3$
C $b + c = 2$
D $b + c = 1$
E $b + c = 0$

88 **ITA 1996** Considere o polinômio $p(z) = z^6 + 2z^5 + 6z^4 + 12z^3 + 8z^2 + 16z$. Sobre as raízes da equação $p(z) = 0$, podemos afirmar que:

A apenas uma é real.
B apenas duas raízes são reais e distintas.
C apenas duas raízes são reais e iguais.
D quatro raízes são reais, sendo duas a duas distintas.
E quatro raízes são reais, sendo apenas duas iguais.

89 **ITA 1999** Seja $p(x)$ um polinômio de grau 3 tal que $p(x) = p(x+2) - x^2 - 2$, para todo $x \in \mathbb{R}$.
Se -2 é uma raiz de $p(x)$, então o produto de todas as raízes de $p(x)$ é:

A 36
B 18
C -36
D -18
E 1

90 **ITA 2001** O polinômio com coeficientes reais

$$P(x) = x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

tem duas raízes distintas, cada uma delas com multiplicidade 2, e duas de suas raízes são 2 e i. Então, a soma dos coeficientes é igual a:

A -4
B -6
C -1
D 1
E 4

91 **ITA 2002** Seja a equação em $\mathbb{C}$:

$$z^4 - z^2 + 1 = 0.$$

Qual dentre as alternativas abaixo é igual à soma de duas das raízes dessa equação?

A $2\sqrt{3}$
B $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
C $+\frac{\sqrt{3}}{2}$
D $-i$
E $\frac{i}{2}$

92 **ITA 2003** Seja $k \in \mathbb{R}$ tal que a equação $2x^3 + 7x^2 + 4x + k = 0$ possua uma raiz dupla e inteira x_1 e uma raiz x_2, distinta de x_1. Então, $(k + x_1)x_2$ é igual a:

A -6
B -3
C 1
D 2
E 8

93 **ITA 2005** No desenvolvimento de $(ax^2 - 2bx + c + 1)^5$ obtém-se um polinômio $p(x)$ cujos coeficientes somam 32. Se 0 e -1 são raízes de $p(x)$, então a soma $a + b + c$ é igual a

A $-\frac{1}{2}$.
B $-\frac{1}{4}$.
C $\frac{1}{2}$.
D 1.
E $\frac{3}{2}$.

94 **ITA 2005** O número complexo $2 + i$ é raiz do polinômio

$$f(x) = x^4 + x^3 + px^2 + x + q,$$

com $p, q \in \mathbb{R}$. Então, a alternativa que mais se aproxima da soma das raízes reais de f é

A 4.
B -4.
C 6.
D 5.
E -5.

95 **ITA 2006** Sobre o polinômio $p(x) = x^5 - 5x^3 + 4x^2 - 3x - 2$ podemos afirmar que

A $x = 2$ não é raiz de p.
B p só admite raízes reais, sendo uma delas inteira, duas racionais e duas irracionais.
C p admite uma única raiz real, sendo ela uma raiz inteira.
D p só admite raízes reais, sendo duas delas inteiras.
E p admite somente 3 raízes reais, sendo uma delas inteira e duas irracionais.

96 **ITA 2007** Seja Q(z) um polinômio do quinto grau, definido sobre o conjunto dos números complexos, cujo coeficiente de z^5 é igual a 1. Sendo $z^3 + z^2 + z + 1$ um fator de Q(z), $Q(0) = 2$ e $Q(1) = 8$, então, podemos afirmar que a soma dos quadrados dos módulos das raízes de Q(z) é igual a:

A 9
B 7
C 5
D 3
E 1

97 **ITA 1985** Dadas as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & -1 \\ 0 & x_1 & 1 \\ x_3 & -x_2 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0 & -x_2 & 0 \\ -x_3 & 0 & -x_3 \end{pmatrix}$$

Onde x_1, x_2 e x_3 são raízes da seguinte equação em x: $x^3 + ax^2 + bx - 2 = 0$. Se $\det(A) = 4x_1$ e $\det(A - B) = 8$, então podemos afirmar que:

A $\det(A - B) = b$ e $a = 2$
B $\det(A) = b$ e $a = 2$
C $\det(B) = 2$ e $b = 5$
D $\det(A - B) = a$ e $b = \det(A)$
E $\det(A) = \frac{a}{2}$ e $b = \frac{a}{2}$

98 **ITA 1990** Seja $p(x) = 16x^5 - 78x^4 + ... + \alpha x - 5$ um polinômio de coeficientes reais tal que a equação $p(x) = 0$ admite mais do que uma raiz real e, ainda, $a + bi$ é uma raiz complexa desta equação com $ab \neq 0$. Sabendo-se que $1/a$ é a razão da progressão geométrica formada pelas raízes reais de $p(x) = 0$ e que a soma destas raízes reais vale 7/8 enquanto que o produto é 1/64, o valor de α é:

A 32
B 56
C 71
D 11
E 0

99 **ITA 1992** Considere a equação:

$$\det\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ G(x) & 2x & F(x) \\ [G(x)]^2 & 4x^2 & [F(x)]^2 \end{bmatrix} = 0$$

onde $F(x) = \frac{x^4 + x^3 - x + 1}{x^2}$ e $G(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$, com $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$

Sobre as raízes reais dessa equação, temos:

A Duas delas são negativas.
B Uma delas é um número irracional.
C Uma delas é um número par.
D Uma delas é positiva e outra negativa.
E n.d.a.

100 **ITA 1993** Considere a equação de coeficientes reais $x^5 + mx^4 + 2\frac{p}{m}x^3 - 316x^2 + 688x + p = 0, m \neq 0$ para a qual 1 + 3i é raiz. Sabendo-se que a equação admite mais de uma raiz real e que suas raízes reais formam uma progressão geométrica de razão inteira q cujo produto é igual a 64, podemos afirmar que $\frac{p}{m}$ é igual a:

A 20
B 30
C 40
D 120
E 160

101 **ITA 2003** Considere o polinômio

$$P(x) = 2x + a_2x^2 + ... + a_nx^n,$$

cujos coeficientes $2, a_2, \ldots, a_n$ formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão $q > 0$. Sabendo que $-\frac{1}{2}$ é uma raiz de P e que $P(2) = 5\,460$, tem-se que o valor de $\frac{n^2 - q^3}{q^4}$ é igual a:

A $\frac{5}{4}$
B $\frac{3}{2}$
C $\frac{7}{4}$
D $\frac{11}{6}$
E $\frac{15}{8}$

102 **ITA 2003** Das afirmações abaixo sobre a equação $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ e suas soluções no plano complexo:

I. A equação possui pelo menos um par de raízes reais.
II. A equação possui duas raízes de módulo 1, uma raiz de módulo menor que 1 e uma raiz de módulo maior que 1.
III. Se $n \in \mathbb{N}^*$ e r é uma raiz qualquer desta equação, então $\sum_{k=1}^{n} \left|\frac{r}{3}\right|^k < \frac{1}{2}$.

é(são) verdadeira(s):

A nenhuma.
B apenas I.
C apenas II.
D apenas III.
E apenas I e III.

103 **ITA 2004** Dada a equação
$x^3 + (m+1)x^2 + (m+9)x + 9 = 0$, em que m é uma constante real, considere as seguintes afirmações:

I. Se $m \in]-6, 6[$, então existe apenas uma raiz real.

II. Se $m = -6$ ou $m = +6$, então existe raiz com multiplicidade 2.

III. $\forall m \in \mathbb{R}$, todas as raízes são reais.

Então, podemos afirmar que é (são) verdadeira(s) apenas

A I
B II
C III
D II e III
E I e II

104 **ITA 2004** Considere a equação $x^3 + 3x^2 - 2x + d = 0$, em que d é uma constante real. Para qual valor de d a equação admite uma raiz dupla no intervalo]0, 1[?

105 **ITA 2005**

a) Mostre que o número real $\alpha = \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ é raiz da equação $x^3 + 3x - 4 = 0$.

b) Conclua de (a) que α é um número racional.

106 **ITA 2006** Seja p um polinômio com coeficientes reais, de grau 7, que admite 1 – i como raiz de multiplicidade 2. Sabe-se que a soma e o produto de todas as raízes de p são, respectivamente, 10 e – 40. Sendo afirmado que três raízes de p são reais e distintas e formam uma progressão aritmética, então, tais raízes são

A $3/2 - \sqrt{193}/6,\ 3,\ 3/2 + \sqrt{193}/6$
B $2 - 4\sqrt{13},\ 2,\ 2 + 4\sqrt{13}$
C $-4,\ 2,\ 8$
D $-2,\ 3,\ 8$
E $-1,\ 2,\ 5$

107 **ITA 2006** Considere o polinômio $p(x) = x^3 - (a+1)x + a$, onde $a \in \mathbb{Z}$. O conjunto de todos os valores de a, para os quais o polinômio p(x) só admite raízes inteiras, é

A $\{2n, n \in \mathbb{N}\}$
B $\{4n^2, n \in \mathbb{N}\}$
C $\{6n^2 - 4n, n \in \mathbb{N}\}$
D $\{n(n+1), n \in \mathbb{N}\}$
E $\mathbb{N}$

108 **ITA 2006** Considere o polinômio $p(x) = x^3 + ax^2 + x + 1$, com raízes reais. O coeficiente a é racional e a diferença entre duas de suas raízes também é racional. Nestas condições, analise se a seguinte afirmação é verdadeira:
"Se uma das raízes de p(x) é racional, então todas as suas raízes são racionais."

109 **ITA 1985** Sabendo-se que a equação $ax^4 + bx^3 + 5x + 3 = 0$ é recíproca e tem o 1 como raiz, o produto das raízes reais desta equação é:

A 2
B –1
C 1
D 3
E 4

110 **ITA 1991** Considere as afirmações:

I. A equação $3x^4 - 10x^3 + 10x - 3 = 0$ só admite raízes reais.

II. Toda equação recíproca admite um número par de raízes.

III. As raízes da equação: $x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0$ são exatamente o dobro das raízes de $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$.

Então:

A apenas I é verdadeira.
B apenas II é falsa.
C apenas III é verdadeira.
D todas são verdadeiras.
E n.d.a.

111 **ITA 1997** Seja S o conjunto de todas as raízes da equação $2x^6 - 4x^5 + 4x - 2 = 0$. Sobre os elementos de S podemos afirmar que:

A todos são números reais.
B 4 são números reais positivos.
C 4 não são números reais.
D 3 são números reais positivos e 2 não são reais.
E 3 são números reais negativos.

112 **ITA 1992** Sejam a e b constantes reais. Sobre a equação $x^4 - (a+b)x^3 + (ab+2)x^2 - (a+b)x + 1 = 0$ podemos afirmar que:

A Não possui raiz real se $a < b < -3$.
B Não possui raiz real se $a > b > 3$.
C Todas as raízes são reais se $|a| \geq 2$ e $|b| \geq 2$.
D Possui pelo menos uma raiz real se $-1 < a \leq b < 1$.
E n.d.a.

113 **ITA 1993** Sabendo-se que a equação, de coeficientes reais, $x^6 - (a+b+c)x^5 + 6x^4 + (a-2b)x^3 - 3cx^2 + 6x - 1 = 0$ é uma equação recíproca de segunda classe, então o número de raízes reais desta equação é:

A 0
B 2
C 3
D 4
E 6

114 **ITA 1998** Seja a um número real tal que o polinômio
$p(x) = x^6 + 2x^5 + ax^4 - ax^2 - 2x - 1$
admite apenas raízes reais. Então:

A $a \in [2, \infty[$
B $a \in [-1, 1]$
C $a \in]-\infty, -7]$
D $a \in [-2, -1[$
E $a \in]1, 2[$

115 **ITA 1999** A equação polinomial $p(x) = 0$ de coeficientes reais e grau 6 é recíproca de 2ª espécie e admite i como raiz. Se $p(2) = -\frac{105}{8}$ e $p(-2) = \frac{255}{8}$, então a soma de todas as raízes de p(x) é igual a:

A 10
B 8
C 6
D 2
E 1

116 **ITA 1991** Seja S o conjunto de todas as raízes da equação $12x^3 - 16x^2 - 3x + 4 = 0$.
Podemos afirmar que:

A $S \subset]-1, 0[\cup]0, 1[\cup]1, 2[$
B $S \subset]-2, -1[\cup]0, 1[\cup]3, 4[$
C $S \subset [0, 4]$
D $S \subset]-2, -1[\cup]1, 2[\cup]3, 4[$
E n.d.a.

117 **ITA 1994** Seja P(r) um polinômio de grau 5, com coeficientes reais, admitindo 2 e i como raízes. Se $P(1)\,P(-1) < 0$, então o número de raízes reais de P(x) pertencentes ao intervalo $]-1, 1[$ é:

A 0
B 1
C 2
D 3
E 4

Frente 2 – IME

118 **IME 2002**

a) Encontre as condições a que devem satisfazer os coeficientes de um polinômio P(x) de quarto grau para que $P(x) = P(1 - x)$.
b) Considere o polinômio
$P(x) = 16x^4 - 32x^3 - 56x^2 + 72x + 77$.
Determine todas as suas raízes sabendo-se que o mesmo satisfaz à condição do item acima.

119 **IME 1995** Prove que o polinômio:
$P(x) = x^{999} + x^{888} + x^{777} + ... + x^{111} + 1$,
é divisível por $x^9 + x^8 + x^7 + ... + x^1 + 1$.

120 **IME 1999** Seja o polinômio P(x) de grau $(2n + 1)$ com todos os seus coeficientes positivos e unitários. Dividindo-se P(x) por D(x), de grau 3, obtém-se o resto R(x).
Determine R(x), sabendo-se que as raízes de D(x) são raízes de $A(x) = x^4 - 1$ e que $D(1) \neq 0$.

121 **IME 1998** Determine α, β e γ de modo que o polinômio
$$\alpha \cdot x^{y+1} + \beta \cdot x^y + 1$$
racional inteiro em x, seja divisível por $(x - 1)^2$ e que o valor numérico do quociente seja igual a 120 para $x = 1$.

122 **IME 1997** Determine o resto da divisão do polinômio $(\cos \varphi + x \cdot \text{sen } \varphi)^n$ por $(x^2 + 1)$, onde n é um número natural.

123 **IME 1991**

a) Sendo dada a equação:
$x^3 + px + q = 0$, $p, q \in \mathbb{R}$, que relação deverá existir entre p e q para que uma das raízes seja igual ao produto das outras duas?
b) Mostre que a equação $x^3 - 6x - 4 = 0$, satisfaz a relação encontrada e, em seguida, encontre as suas raízes.

124 **IME 2005** Sejam a, b e c as raízes do polinômio $p(x) = x^3 + rx - t$, onde r e t são números reais não nulos.

a) Determine o valor da expressão $a^3 + b^3 + c^3$ em função de r e t.
b) Demonstre que $S^{n+1} + rS^{n-1} - tS^{n-2} = 0$ para todo número natural $n \geq 2$, onde $S^k = a^k + b^k + c^k$ para qualquer número natural k.

125 **IME 2007** Sejam a, b e c números reais não-nulos. Sabendo que $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{a+c}{b}$, determine o valor numérico de $\frac{a+b}{c}$.

126 **IME 1985** Os coeficientes do trinômio $x^2 + bx + c$ constituem, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão não nula $r = \frac{q}{2}$ onde q é a razão da progressão aritmética $b^2 - 1, c^2 - b^2$.
Nestas condições podemos afirmar que o trinômio apresenta:

A uma raiz nula.
B duas raízes reais distintas.
C duas raízes iguais.
D duas raízes complexas.
E nenhuma raiz.

127 **IME 1985** Sabendo-se que $z_1 = i$, z_2 e z_3 são as raízes da equação $z^3 + az^2 + bz + c = 0$, onde a, b, c são reais não nulos, podemos afirmar que:

A z_1, z_2 e z_3 são imaginários puros.
B z_2 e z_3 são reais.
C $z_1 z_2 z_3 = c$.
D $z_1 + z_2 + z_3 = a$.
E pelos menos uma das raízes é real.

128 **IME 1989** Resolva o sistema:

$$\begin{cases} 7\sqrt[3]{xy} - 3\sqrt{xy} = 4 \\ x + y = 20 \end{cases}$$

129 **IME 2001** Considere o polinômio de grau mínimo, cuja representação gráfica passa pelos pontos P_1 (–2, –11), P_2 (–1, 0), P_3 (1, 4) e P_4 (2, 9).

a) Determine os coeficientes do polinômio.

b) Calcule todas as raízes do polinômio.

130 **IME 2006** Considere o polinômio
$p(x) = x^5 - 3x^4 - 3x^3 + 27x^2 - 44x + 30$.
Sabendo que o produto de duas de suas raízes complexas é igual a 3 – i e que as partes reais e imaginárias de todas as suas raízes complexas são inteiras e não-nulas, calcule todas as raízes do polinômio.

131 **IME 2007** Sejam x_1 e x_2 as raízes da equação $x^2 + (m - 15)x + m = 0$. Sabendo que x_1 e x_2 são números inteiros, determine o conjunto de valores possíveis para m.

132 **IME 1987** Seja p(x) um polinômio de grau 16 e coeficientes inteiros.

a) Sabendo-se que p(x) assume valores ímpares para $x = 0$ e $x = 1$, mostre que p(x) não possui raízes inteiras.

b) Sabendo-se que $p(x) = 7$ para quatro valores de x, inteiros e diferentes, para quantos valores inteiros de x, p(x) assume o valor 14?

133 **IME 1990** Para que valores de p a equação:
$x^4 + px + 3 = 0$, tem raiz dupla? Determine, em cada caso, as raízes da equação.

134 **IME 2000** Considere a, b, e c números reais tais que $a < b < c$. Prove que a equação abaixo possui exatamente duas raízes, x_1 e x_2, que satisfazem a condição $a < x_1 < b < x_2 < c$:

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-c} = 0$$

135 **IME 2004** Considere o polinômio $P(x) = x^3 + ax + b$ de coeficientes reais, com $b \neq 0$. Sabendo que suas raízes são reais, demonstre que $a < 0$.

136 **IME 2005** Determine o valor das raízes comuns das equações $x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 18x + 18 = 0$ e $x^4 - 12x^3 - 44x^2 - 32x - 52 = 0$.

137 **IME 1988**

a) Mostre que se:
$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_1x^3 + a_0x^4$, então existe um polinômio g(x) do 2º grau, tal que $p(x) = x^2g(x + x^{-1})$.

b) Determine todas as raízes do polinômio
$p(x) = 1 + 4x + 5x^2 + 4x^3 + x^4$.

Frente 2 – IME 1ª Fase

138 **IME 1ª Fase 2007** Seja $p(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$ um polinômio do terceiro grau cujas raízes são termos de uma progressão aritmética de razão 2. Sabendo que $p(-1) = -1$, $p(0) = 0$ e $p(1) = 1$, os valores de α e γ são, respectivamente:

A) 2 e –1
B) 3 e –2
C) –1 e 2
D) $-\frac{1}{3}$ e $\frac{4}{3}$
E) $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$

139 **IME 1ª Fase 2007** Se r_1 e r_2 são raízes reais distintas de $x^2 + px + 8 = 0$, é correto afirmar que:

A) $|r_1 + r_2| > 4\sqrt{2}$
B) $|r_1 + r_2| < \sqrt{2}$
C) $|r_1| \geq 2$ e $|r_2| \geq 2$
D) $|r_1| \geq 3$ e $|r_2| \leq 1$
E) $|r_1| < 1$ e $|r_2| < 2$

140 **IME 1ª Fase 2007** Seja $p(x) = x^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ um polinômio com coeficientes inteiros. Sabe-se que as cinco raízes de p(x) são números inteiros positivos, sendo quatro deles pares e um ímpar. O número de coeficientes pares de p(x) é:

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

Frente 3 – ITA

141 **ITA 1987** Suponha que x e y são números reais, satisfazendo simultaneamente às equações $2x + 3y = 21$ e $7x - 4y = 1$. Nestas condições, se $S = x + y$, então:

A) S = 10
B) S = 8
C) S = 5
D) S = –8
E) S = 15

142 **ITA 1988** Sobre o sistema

$$\begin{cases} 8x - y - 2z = 0 \\ 7x + y - 3z = 0 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

Podemos afirmar que:

A) É possível e determinado.
B) É impossível.
C) É possível e qualquer solução (x, y, z) é tal que os números x, y e z formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão igual a x.
D) É possível e qualquer solução (x, y, z) é tal que $y = \frac{x+z}{3}$.
E) É possível e qualquer solução (x, y, z) é tal que os números x, y e z formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão $\frac{x+y+z}{3}$.

143 **ITA 1989** O sistema de equações

$$\begin{cases} x+3y-z=6 \\ 7x+3y+2z=2 \\ 5x-3y+4z=10 \end{cases}$$

A tem somente uma solução.
B tem infinitas soluções com $9(x+y)=14$ e $9(2y-z)=40$.
C tem infinitas soluções com $9(x+y)=34$ e $9(2y-z)=20$.
D tem infinitas soluções com x dado em função de y e z.
E não possui solução.

144 **ITA 1989** Considere a equação

$$x\begin{bmatrix}4\\-16\\4\end{bmatrix}+y\begin{bmatrix}5\\1\\2\end{bmatrix}+z\begin{bmatrix}7\\0\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$$ onde x, y e z são números reais.

É verdade que:

A a equação admite somente uma solução.
B em qualquer solução, $x^2=z^2$.
C em qualquer solução, $16x^2=9z^2$.
D em qualquer solução, $25y^2=16z^2$.
E em qualquer solução, $9y^2=16z^2$.

145 **ITA 1993** Analisando o sistema

$$\begin{cases} 3x-2y+z=7 \\ x+y-z=0 \\ 2x+y-2z=-1 \end{cases}$$

concluímos que este é:

A possível e determinado com $xyz=7$.
B possível e determinado com $xyz=-8$.
C possível e determinado com $xyz=6$.
D possível e indeterminado.
E impossível.

146 **ITA 1996** Seja $a\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$ um número real dado. A solução (x_0, y_0) do sistema de equações

$$\begin{cases} (\text{sen } a)x-(\cos a)y=-\text{tg } a \\ (\cos a)x+(\text{sen } a)y=-1 \end{cases},$$

é tal que:

A $x_0\cdot y_0=\text{tg } a$
B $x_0\cdot y_0=-\sec a$
C $x_0\cdot y_0=0$
D $x_0\cdot y_0=\text{sen}^2 a$
E $x_0\cdot y_0=\text{sen } a$

147 **ITA 1997** Sejam $a, b, c\in\mathbb{R}^*$ com $a^2=b^2+c^2$. Se x, y e z satisfazem o sistema

$c\cos y+b\cos z=a$
$c\cos x+a\cos z=b$
$b\cos x+a\cos y=c$

então $\cos x+\cos y+\cos z$ é igual a:

A $\frac{(a-b)}{c}$
B $\frac{(a+b)}{c}$
C $\frac{(b+c)}{a}$
D $\frac{(c+a)}{b}$
E $\frac{(b^2+c^2)}{a}$

148 **ITA 1999** Considere as matrizes

$$A=\begin{bmatrix}1&0&-1\\0&-1&2\end{bmatrix}, I=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}, X=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} \text{ e } B=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$$

Se *x* e *y* são soluções do sistema $(AA^t-3I)X=B$, então $x+y$ é igual a:

A 2
B 1
C 0
D -1
E -2

149 **ITA 2000** Considere as matrizes

$$M=\begin{pmatrix}1&-1&3\\0&1&0\\2&3&1\end{pmatrix} \quad N=\begin{pmatrix}1&0&2\\3&2&0\\1&1&1\end{pmatrix}, \quad P=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \text{ e } X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$$

Se X é solução de $M^{-1}NX=P$, então $x^2+y^2+z^2$ é igual a:

A 35
B 17
C 38
D 14
E 29

150 **ITA 2005** Em uma mesa de uma lanchonete, o consumo de 3 sanduíches, 7 xícaras de café e 1 pedaço de torta totalizou R$ 31,50. Em outra mesa, o consumo de 4 sanduíches, 10 xícaras de café e 1 pedaço de torta totalizou R$ 42,00. Então, o consumo de 1 sanduíche, 1 xícara de café e 1 pedaço de torta totaliza o valor de

A R$ 17,50.
B R$ 16,50.
C R$ 12,50.
D R$ 10,50.
E R$ 9,50.

151 **ITA 1991** Se (x, y, z, t) é solução do sistema:

$$\begin{cases} x-y+2z-t=0 \\ 3x+y+3z+t=0 \\ x-y-z-5t=0 \end{cases}$$

qual das alternativas abaixo é verdadeira?

A $x+y+z+t$ e x têm o mesmo sinal.
B $x+y+z+t$ e t têm o mesmo sinal.
C $x+y+z+t$ e y têm o mesmo sinal.
D $x+y+z+t$ e z têm sinais contrários.
E n.d.a.

152 **ITA 2007** Sendo x, y, z e w números reais, encontre o conjunto solução do sistema

$$\log\left[(x+2y)(w-3z)^{-1}\right]=0$$

$$2^{x+3z}-8\cdot 2^{y-3z+w}=0$$

$$\sqrt[3]{2x+y+6z-2w}-2=0$$

153 **ITA 1990** Dizemos que dois sistemas de equações lineares são equivalentes se e somente se toda solução de qualquer um dos sistemas for também uma solução do outro. Considere as seguintes afirmações:

I. Dois sistemas de equações lineares 3×3, ambos homogêneos, são equivalentes.
II. Dois sistemas de equações lineares 3×3, ambos indeterminados, não são equivalentes.
III. Os dois sistemas de equações lineares dados a seguir são equivalentes:

$$\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=8 \\ x+y+z=10 \end{cases} \quad \begin{cases} x+2y-z=3 \\ x-y+z=4 \\ 4x-y+2z=14 \end{cases}$$

De acordo com a definição dada podemos dizer que:

A As três afirmações são verdadeiras.
B Apenas a afirmação I é verdadeira.
C Apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
D Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.
E As três afirmações são falsas.

154 **ITA 1991** Considere o sistema:

$$(P)\begin{cases} x+z+w=0 \\ x+ky+k^2w=1 \\ x+(k+1)z+w=1 \\ x+z+kw=2 \end{cases}$$

Podemos afirmar que (P) é possível e determinado quando:

A $k\neq0$
B $k\neq1$
C $k\neq-1$
D $k\neq0$ e $k\neq-1$
E n.d.a.

155 **ITA 1992** Sejam a, b, c, d números reais não nulos que estão nesta ordem em progressão aritmética. Sabendo que o sistema abaixo

$$\begin{cases} 4\cdot2^a\cdot x+2^c\cdot y=\dfrac{2}{3}\cdot2^b \\ 3^d\cdot x+9\cdot3^b\cdot y=81 \end{cases}$$

é possível e indeterminado, podemos afirmar que a soma desta progressão aritmética é:

A 13
B 16
C 28
D 30
E n.d.a.

156 **ITA 1992** Seja $A\in M_{3\times3}$ tal que $\det A=0$. Considere as afirmações:

I. Existe $x\in M_{3\times1}$ não nula tal que AX é identicamente nula.
II. Para todo $Y\in M_{3\times1}$, existe $X\in M_{3\times1}$ tal que $AX=Y$.
III. Sabendo que $A\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\1\\2\end{bmatrix}$, então a primeira linha da transposta de A é [5 1 2].

Temos que:

A todas são falsas.
B apenas II é falsa.
C todas são verdadeiras.
D apenas I e II são verdadeiras.
E n.d.a.

157 **ITA 1996** Sejam a_1, a_2, a_3 e a_4 quatro números reais (com $a_1\neq0$), formando nessa ordem uma progressão geométrica. Então, o sistema em x e y

$$\begin{cases} a_1x+a_3y=1 \\ a_1a_2x+a_1a_4y=a_2 \end{cases}$$

é um sistema:

A impossível.
B possível determinado.
C possível indeterminado.
D possível determinado apenas para $a_1>1$.
E possível determinado apenas para $a_1<-1$.

158 **ITA 1997** A sequência (a_1, a_2, a_3, a_4) é uma progressão geométrica de razão $q\in\mathbb{R}^*$ com $q\neq1$ e $a_1\neq0$. Com relação ao sistema

$$\begin{cases} a_1x+a_2y=c \\ a_3x+a_4y=d \end{cases}$$

podemos afirmar que:

A é impossível para $c, d \in [-1, 1]$.
B é possível e determinado somente se $c = d$.
C é indeterminado quaisquer que sejam $c, d \in \mathbb{R}$.
D é impossível quaisquer que sejam $c, d \in \mathbb{R}^*$.
E é indeterminado somente se $d = cq^2$.

159 **ITA 1998** Sejam $a, b \in \mathbb{R}$. Considere os sistemas lineares em x, y e z:

$$\begin{cases} x+y-z=0 \\ x-3y+z=1 \\ v2y+z=a \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} x-y=0 \\ x+2y-z=0 \\ 2x-by+3z=0. \end{cases}$$

Se ambos admitem infinitas soluções reais, então:

A $\frac{a}{b}=11$
B $\frac{b}{a}=22$
C $ab=\frac{1}{4}$
D $ab=22$
E $ab=0$

160 **ITA 2005** O sistema linear

$$\begin{cases} bx+y=1 \\ by+z=1 \\ x+bz=1 \end{cases}$$

não admite solução se e somente se o número real b igual a

A -1.
B 0.
C 1.
D 2.
E -2.

161 **ITA 2006** A condição para que as constantes reais a e b tornem incompatível o sistema linear

$$\begin{cases} x+y+3z = 2 \\ x+2y+5z = 1 \\ 2x+2y+az = b \end{cases}$$ é

A $a - b \neq 2$
B $a + b = 10$
C $4a - 6b = 0$
D $a/b = 3/2$
E $a \cdot b = 24$

162 **ITA 1988** Seja o sistema linear em x, y e z dado por

$$\begin{cases} \alpha x+y+2z=5 \\ x+\beta y-3z=-1 \end{cases}$$

onde α e β são números reais. Analise para que valores de α e β este sistema admite mais que uma solução.

163 **ITA 1990** Considere o sistema linear homogêneo nas incógnitas $x_1, x_2, ..., x_n$ dado por:

$$\begin{cases} a_1x_1+(a_1+1)x_2+...+(a_1+n-1)x_n=0 \\ a_2x_1+(a_2+1)x_2+...+(a_2+n-1)x_n=0 \\ ..... \\ a_nx_1+(a_n+1)x_2+...+(a_n+n-1)x_n=0 \end{cases}$$

onde $a_1, a_2, ..., a_n$ são números reais dados. Sobre a solução deste sistema podemos afirmar que:

A Se $a_i > 0$, $i = 1, 2, ..., n$ o sistema possui uma única solução.
B Se $a_i < 0$, $i = 1, 2, ..., n$ o sistema possui uma única solução.
C Se $a_i > 0$, $i = 1, 2, ..., n$ o sistema é impossível.
D Se $a_i < 0$, $i = 1, 2, ..., n$ o sistema é impossível.
E O sistema possui infinitas soluções quaisquer que sejam os valores dos números $a_1, ..., a_n$ dados.

164 **ITA 1999** A soma de todos os valores de $a \in [0, 2\pi[$ que tornam o sistema

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ x \operatorname{sen} a+y \cos a+z(2 \operatorname{sen} a+\cos a)=0 \\ x \operatorname{sen}^2 a+y \cos^2 a+z(1+3 \operatorname{sen}^2 a+2 \operatorname{sen} 2a)=0 \end{cases}$$

possível e indeterminado é:

A 5π
B 4π
C 3π
D 2π
E π

165 **ITA 2002**

1. Mostre que se uma matriz quadrada não-nula A satisfaz a equação
$A^3 + 3A^2 + 2A = 0$ (1)
então $(A + I)^3 = A + I$, em que I é a matriz identidade.

2. Sendo dado que $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$
satisfaz à equação (1) acima, encontre duas matrizes não-nulas B e C tais que $B^3 + C^3 = B + C = A$. Para essas matrizes você garante que o sistema de equações
$(B - C)\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
tem solução $(x, y) \neq (0, 0)$? Justifique.

166 **ITA 2003** O número de todos os valores de $a \in [0, 2\pi]$, distintos, para os quais o sistema nas incógnitas x, y e z, dado por

$$\begin{cases} -4x+y-6z = \cos 3a \\ x+2y-5z = \operatorname{sen} 2a \\ 6x+3y-4z = -2\cos a, \end{cases}$$

é possível e não-homogêneo, é igual a:

A 2
B 3
C 4
D 5
E 6

167 **ITA 2006** Seja o sistema linear nas incógnitas x e y, com a e b reais, dado por

$$\begin{cases}(a-b)x-(a+b)y=1\\(a+b)x+(a-b)y=1\end{cases}$$

Considere as seguintes afirmações:

I. O sistema é possível e indeterminado se $a=b=0$.

II. O sistema é possível e determinado se a e b não são simultaneamente nulos.

III. $x^2+y^2=(a^2+b^2)^{-1}$, se $a^2+b^2=0$.

Então pode-se afirmar que é(são) verdadeira(s) apenas

A I
B II
C III
D I e II
E II e III

168 **ITA 1985** Dizemos que um número real λ é autovalor de uma matriz real T_{nxn} quando existir uma matriz coluna X_{nx1} não nula, tal que $TX=\lambda X$. Considere uma matriz real P_{nxn} satisfazendo $PP=P$. Denote λ_1 um autovalor de P e por λ_2 um autovalor de PP. Podemos afirmar que, necessariamente:

A $\lambda_1<\lambda_2<0$
B $\lambda_1>\lambda_2>1$
C λ_1 e λ_2 pertencem ao conjunto {0, 1}
D λ_1 e λ_2 pertencem ao conjunto $\{t\in\mathbb{R}$ tal que $t<0$ ou $t>1\}$
E λ_1 e λ_2 pertencem ao intervalo aberto (0, 1)

169 **ITA 1994** Sejam A e I matrizes reais quadradas de ordem 2, sendo I a matriz identidade. Por T denotamos o traço de A, ou seja, T é a soma dos elementos da diagonal principal de A. Se $T\neq 0$ e λ_1, λ_2 são raízes da equação:

$\det(A-\lambda I)=\det(A)-\det(\lambda I)$,

então:

A λ_1 e λ_2 independem de T.
B $\lambda_1\cdot\lambda_2=T$
C $\lambda_1\cdot\lambda_2=I$
D $\lambda_1+\lambda_2=\frac{T}{2}$
E $\lambda_1+\lambda 2=T$

170 **ITA 1997** Considere as matrizes

$$A=\begin{pmatrix}2&0&1\\0&2&0\\1&0&2\end{pmatrix}\text{ e }B=\begin{pmatrix}-1&0&1\\0&-2&0\\1&0&-1\end{pmatrix}$$

Sejam λ_0, λ_1 e λ_2 as raízes da equação $\det(A-\lambda I_3)=0$ com $\lambda_0\leq\lambda_1\leq\lambda_2$. Considere as afirmações:

I. $B=A-\lambda_0 I_3$

II. $B=(A-\lambda_1 I_3)A$

III. $B=A(A-\lambda_2 I_3)$

Então:

A todas as afirmações são falsas.
B todas as afirmações são verdadeiras.
C apenas I é falsa.
D apenas II é falsa.
E apenas III é verdadeira.

171 **ITA 2000** Considere as matrizes reais

$$M=\begin{pmatrix}a&0&0\\0&b&1\\0&0&c\end{pmatrix}\text{ e }I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

em que $a\neq 0$ e a, b e c formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão $q>0$. Sejam λ_1, λ_2 e λ_3 as raízes da equação $\det(M-\lambda I)=0$.

Se $\lambda_1\lambda_2\lambda_3=a$ e $\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=7a$, então $a^2+b^2+c^2$ é igual a:

A $\frac{21}{8}$
B $\frac{91}{9}$
C $\frac{36}{9}$
D $\frac{21}{16}$
E $\frac{91}{36}$

172 **ITA 2002** Seja A uma matriz real 2 x 2. Suponha que α e β sejam dois números distintos, e V e W duas matrizes reais 2 x 1 não-nulas, tais que $AV=\alpha V$ e $AW=\beta W$.

Se $a, b\in\mathbb{R}$ são tais que $aV+bW$ é igual à matriz nula 2 x 1, então $a+b$ vale

A 0
B 1
C −1
D $\frac{1}{2}$
E $-\frac{1}{2}$

173 **ITA 2003** Sejam A e P matrizes $n\times n$ inversíveis e $B=P^{-1}AP$. Das afirmações:

I. B^T é inversível e $(B^T)^{-1}=(B^{-1})^T$.

II. Se A é simétrica, então B também o é.

III. $\det(A-\lambda I)=\det(B-\lambda I)$, $\forall\lambda\in R$.

é(são) verdadeira(s):

A todas.
B apenas I.
C apenas I e II.
D apenas I e III.
E apenas II e III.

174 **ITA 1987** Considere P a matriz inversa da matriz M, onde:

$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix}$. A soma dos elementos da diagonal principal da matriz P é:

A $\frac{9}{4}$ C 4 E $-\frac{1}{9}$

B $\frac{4}{9}$ D $\frac{5}{9}$

175 **ITA 1989** Sendo $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}$, então o elemento da terceira linha e primeira coluna, de sua inversa, será igual a:

A $\frac{5}{8}$ C $\frac{6}{11}$ E $\frac{1}{13}$

B $\frac{9}{11}$ D $-\frac{2}{13}$

176 **ITA 1995** Sejam A e B matrizes reais 3x3. Se tr(A) denota a soma dos elementos da diagonal principal de A, considere as afirmações:

I. $tr(A^t) = tr(A)$;

II. Se A é inversível, então $tr(A) \neq 0$;

III. $tr(A + \lambda B) = tr(A) + \lambda tr(B)$, para todo $\lambda \in \mathbb{R}$.

Temos que:

A todas as afirmações são verdadeiras.

B todas as afirmações são falsas.

C apenas a afirmação I é verdadeira.

D apenas a afirmação II é falsa.

E apenas a afirmação III é falsa.

177 **ITA 1988** Seja A uma matriz real que possui inversa. Seja n um número inteiro positivo e A^n o produto da matriz A por ela mesma n vezes. Das afirmações abaixo, a verdadeira é:

A A^n possui inversa, qualquer que seja o valor de n.

B A^n possui inversa apenas quando $n = 1$ ou $n = 2$.

C A^n possui inversa e seu determinante independe de n.

D A^n não possui inversa para valor algum de n, $n > 1$.

E Dependendo da matriz A, a matriz A^n poderá ou não ter inversa.

178 **ITA 1990** Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} \operatorname{sen} x & 2 \\ \log_3 10 & 2 \operatorname{sen} x \end{bmatrix}$$

onde x é real. Então podemos afirmar que:

A A é inversível apenas para $x > 0$.

B A é inversível apenas para $x = 0$.

C A é inversível para qualquer x.

D A é inversível apenas para x da forma $(2k + 1)\pi$, k inteiro.

E A é inversível apenas para x da forma $2k\pi$, k inteiro.

179 **ITA 1990** Sejam A, B e C matrizes quadradas n x n tais que A e B são inversíveis e $ABCA = A^t$, onde A^t é a transposta da matriz A. Então podemos afirmar que:

A C é inversível e $\det C = \det (AB)^{-1}$.

B C não é inversível pois $\det C = 0$.

C C é inversível e $\det C = \det B$.

D C é inversível e $\det C = (\det A)^2 \cdot \det B$.

E C é inversível e $\det C = \frac{\det A}{\det B}$.

Nota: det X denota o determinante da matriz quadrada X.

180 **ITA 1991** Sejam m e n números reais com $m \neq n$ e as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Para que a matriz $m \cdot A + n \cdot B$ seja não inversível é necessário que:

A m e n sejam positivos.

B m e n sejam negativos.

C m e n tenham sinais contrários.

D $n^2 = 7m^2$.

E n.d.a.

181 **ITA 1991** Sejam M e B matrizes quadradas de ordem n, tais que $M - M^{-1} = B$. Sabendo que $M^t = M^{-1}$, podemos afirmar que:

A B^2 é a matriz nula.

B $B^2 = -2I$.

C B é simétrica.

D B é antissimétrica.

E n.d.a.

Notações: M^t e M^{-1} denotam, respectivamente, a matriz transposta de M e a matriz inversa de M. Por I denotamos a matriz identidade de ordem n.

182 **ITA 1992** Seja $C = \{X \in M_{2\times2}; X^2 + 2X = 0\}$.

Dadas as afirmações:

I. Para todo $X \in C$, $(X + 2I)$ é inversível;

II. Se $X \in C$ e $\det (X + 2I) \neq 0$, então X não é inversível;

III. Se $X \in C$ e $\det X \neq 0$, então $\det X > 0$.

podemos dizer que:

A todas são verdadeiras.

B todas são falsas.

C apenas II e III são verdadeiras.

D apenas I é verdadeira.

E n.d.a.

183 **ITA 1993** Seja A a matriz 3 x 3 dada por

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sabendo-se que B é a inversa de A, então a soma dos elementos de B vale:

A 1 C 5 E –2
B 2 D 0

184 **ITA 1994** Sejam A e P matrizes reais quadradas de ordem n, tais que A é simétrica (isto é, $A = A^t$) e P é ortogonal (isto é, $PP^t = I = P^t P$), P diferente da matriz identidade. Se $B = P^t AP$, então:

A AB é simétrica.
B BA é simétrica.
C det A = det B.
D BA = AB.
E B é ortogonal.

185 **ITA 1994** Seja A uma matriz real quadrada de ordem n e B = I – A, onde I denota a matriz identidade de ordem n. Supondo que A é inversível e idempotente (isto é, $A^2 = A$), considere as afirmações:

I. B é idempotente
II. AB = BA
III. λB é inversível
IV. $A^2 + B^2 = I$
V. AB é simétrica

Com respeito a estas afirmações, temos que:

A todas são verdadeiras.
B apenas uma é verdadeira.
C apenas duas são verdadeiras.
D apenas três são verdadeiras.
E apenas quatro são verdadeiras.

186 **ITA 1996** Considere A e B matrizes reais 2x2, arbitrárias. Das afirmações abaixo, assinale a verdadeira. No seu caderno de respostas, justifique a afirmação verdadeira e dê exemplo para mostrar que cada uma das demais é falsa.

A Se A é não nula, então A possui inversa.
B $(AB)^t = A^t B^t$
C det (AB) = det (BA)
D $\det A^2 = 2 \det A$
E $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$

187 **ITA 1998** Sejam as matrizes reais de ordem 2,

$$A = \begin{bmatrix} 2+a & a \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad e \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a & 2+a \end{bmatrix}.$$

Então, a soma dos elementos da diagonal principal de $(AB)^{-1}$ é igual a:

A a + 1
B 4(a + 1)
C $\frac{1}{4}(5 + 2a + a^2)$
D $\frac{1}{4}(1 + 2a + a^2)$
E $\frac{1}{2}(5 + 2a + a^2)$

188 **ITA 1999** Sejam x, y e z números reais com $y \neq 0$. Considere a matriz inversível

$$A = \begin{bmatrix} x & 1 & 1 \\ y & 0 & 0 \\ z & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Então:

A A soma dos termos da primeira linha de A^{-1} é igual a x + 1.
B A soma dos termos da primeira linha de A^{-1} é igual a 0.
C A soma dos termos da primeira coluna de A^{-1} é igual a 1.
D O produto dos termos da segunda linha de A^{-1} é igual a y.
E O produto dos termos da terceira coluna de A^{-1} é igual a 1.

189 **ITA 2001** Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{bmatrix}$$

A soma dos elementos da primeira coluna da matriz inversa de A é:

A 1 C 3 E 5
B 2 D 4

190 **ITA 2004** Seja $x \in \mathbb{R}$ e a matriz $A = \begin{bmatrix} 2^x & (x^2+1)^{-1} \\ 2^x & \log_2 5 \end{bmatrix}$.

Assinale a opção correta.

A $\forall x \in \mathbb{R}$, A possui inversa.
B Apenas para x > 0, A possui inversa.
C São apenas dois os valores de x para os quais A possui inversa.
D Não existe valor de x para o qual A possui inversa.
E Para $x = \log_2 5$, A não possui inversa.

191 **ITA 2006** Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/2 & -1 \\ -2 & 5 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ -5 & 1 & 3/2 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1/2 & 1 \\ 1 & -2 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & 1/2 & 5 \end{bmatrix}$$

Determine o elemento c_{34} da matriz $C = (A + B)^{-1}$.

192 **ITA 1988** Seja A uma matriz quadrada inversível, de ordem 3. Seja B a matriz dos cofatores da matriz A. Sabendo-se que $\det A = -2$, calcule $\det B$.

193 **ITA 1995** Dizemos que duas matrizes nxn A e B são semelhantes se existe uma matriz nxn inversível P, tal que $B = P^{-1}AP$. Se A e B são matrizes semelhantes quaisquer, então:

A) B é sempre inversível.
B) se A é simétrica, então B também é simétrica.
C) B^2 é semelhante a A.
D) se C é semelhante a A, então BC é semelhante a A^2.
E) $\det(\lambda I - B) = \det(\lambda I - A)$, onde λ é um real qualquer.

194 **ITA 1996** Seja $a \in R$ e considere as matrizes reais 2 x 2,

$$A = \begin{bmatrix} 3^a & -1 \\ -1 & 3^a \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 7^{a-1} & 8^{a-3} \\ 7 & 2^{-3} \end{bmatrix}.$$

O produto AB será inversível se, e somente se:

A) $a^2 - 5a + 6 \neq 0$
B) $a^2 - 5a \neq 0$
C) $a^2 - 3a \neq 0$
D) $a^2 - 2a + 1 \neq 0$
E) $a^2 - 2a \neq 0$

195 **ITA 2004** Se A é uma matriz real, considere as definições:

I. Uma matriz quadrada A é ortogonal se e só se A for inversível e $A^{-1} = A^T$.
II. Uma matriz quadrada A é diagonal se e só se $a_{ij} = 0$, para todo $i, j = 1, \ldots, n$, com $i \neq j$.

Determine as matrizes quadradas de ordem 3 que são, simultaneamente, diagonais e ortogonais.

196 **ITA 2005** Sejam A e B matrizes 2×2 tais que $AB = BA$ e que satisfazem à equação matricial $A^2 + 2AB - B = 0$. Se B é inversível, mostre que (a)$AB^{-1} = B^{-1}A$ e que (b) A é inversível.

Frente 3 – IME

197 **IME 1987** Determine as soluções reais do sistema:

$$\begin{cases} x^2y + xy^2 = 70 \\ (x+y)\cdot(x^2+y^3) = 203 \end{cases}$$

198 **IME 1985** Os valores de a que tornam o sistema:

$$\begin{cases} 3^{2a+1}\cdot x + y = 1 \\ x + y = 0 \\ (3^a \cdot 10^{-3}) \cdot x + y = 1 \end{cases}$$

possível e determinado são:

A) qualquer valor de a;
B) apenas $a = 0$ e $a = 3$;
C) apenas $a = 2$;
D) apenas $a = 1$ e $a = -1$;
E) não existe valor de a nestas condições.

199 **IME 1988** Determine o valor de a para que o sistema abaixo tenha mais de uma solução e resolva-o, neste caso.

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + az = 3 \\ x + ay + 3z = 2 \end{cases}$$

200 **IME 1998** Resolva e interprete, geometricamente, o sistema matricial abaixo, em função de α e β.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & -6 & 7 \\ 6 & 8 & \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -8 \\ \beta \end{bmatrix}.$$

201 **IME 1999** Determine α para que seja impossível o sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ 4x + y + (\alpha^2 - 14)z = \alpha + 2 \end{cases}$$

202 **IME 1999** Determine uma matriz não singular P que satisfaça a equação matricial $P^{-1}A = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, onde $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$.

203 **IME 1994** Um aluno ao inverter a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & c & d \\ 4 & e & f \end{bmatrix} = [a_{ij}],\ 1 \leq i, j \leq 3$$

cometeu um engano, e considerou o elemento a_{31} igual a 3, de forma que acabou invertendo a matriz

$$B = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & c & d \\ 3 & e & f \end{bmatrix} = [b_{ij}].$$

Com esse engano o aluno encontrou

$B^{-1} = \begin{bmatrix} 5/2 & 0 & -1/2 \\ 3 & 1 & -1 \\ -3/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$. Determinar A^{-1}.

204 **IME 1987** Sejam:

$$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \\ g & h \end{pmatrix} \text{ e } B=\begin{pmatrix} i & j & | & m \\ n & o & p & q \end{pmatrix}$$

duas matrizes de elementos inteiros.
Verifique se a matriz AB é inversível.

205 **IME 2002** Uma matriz quadrada é denominada ortogonal quando a sua transposta é igual a sua inversa. Considerando esta definição, determine se a matriz [R], abaixo, é uma matriz ortogonal, sabendo-se que n é um número inteiro e α é um ângulo qualquer. Justifique a sua resposta.

$$[R]=\begin{bmatrix} \cos(n\alpha) & -\text{sen}(n\alpha) & 0 \\ \text{sen}(n\alpha) & \cos(n\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

206 **IME 2003** Considere uma matriz A, n x n, de coeficientes reais, e k um número real diferente de 1. Sabendo-se que $A^3 = k\,A$, prove que a matriz $A + I$ é invertível, onde I é a matriz identidade n x n.

207 **IME 2007** Considere as matrizes $A=\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ e $B=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ e seja P uma matriz inversível tal que $B = P^{-1}AP$. Sendo n um número natural, calcule o determinante da matriz A^n.

Frente 3 – IME 1ª Fase

208 **IME 1ª Fase 2007** Considere o sistema de equações dado por:

$$\begin{cases} x+y+2z=b_1 \\ 2x-y+3z=b_2 \\ 5x-y+az=b_3 \end{cases}$$

Sendo b_1, b_2 e b_3 valores reais quaisquer, a condição para que o sistema possua solução única é:

A $a=0$
B $a\neq 2$
C $a\neq 8$
D $a\neq b_1+b_2-b_3$
E $a=2b_1+b_2+3b_3$

Frente 4 – IME

209 **IME 2003** Demonstre que $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$ é um número inteiro múltiplo de quatro.

210 **IME 1987** Sejam a, b, c números inteiros tais que $100a + 10b + c$ seja divisível por 109. Mostre que $(9a - c)^2 + 9b^2$ também é divisível por 109.

211 **IME 2000** Considere quatro números inteiros a, b, c e d. Prove que o produto:
$(a - b)(c - a)(d - a)(d - c)(d - b)(c - b)$
é divisível por 12.

212 **IME 2006** Determine o conjunto solução
$S = \{(x, y) \mid x \wedge y \in Z\}$ da equação $(x + y)k = xy$ sabendo que k é um número primo.

213 **IME 1986** No produto abaixo, o "*" substitui algarismos diferentes de "3" e não necessariamente iguais. Determine o multiplicando e o multiplicador.

$$\begin{array}{r} **3* \\ \times\quad **3 \\ \hline 3*** \\ ***33 \\ **** \\ \hline *******\end{array}$$

214 **IME 2001** Prove que para qualquer número inteiro k, os números k e k^5 terminam sempre com o mesmo algarismo (algarismo das unidades).

215 **IME 2004** Demonstre que o número $\underbrace{11\ldots1}_{(n-1)\text{ vezes}}\underbrace{22\ldots2}_{n\text{ vezes}}5$ é um quadrado perfeito.

Frente 4 – IME 1ª Fase

216 **IME 1ª Fase 2007** Seja N um número inteiro de 5 algarismos. O número P é construído agregando-se o algarismo 1 à direita de N e o número Q é construído agregando-se o algarismo 1 à esquerda de N. Sabendo-se que P é o triplo de Q, o algarismo das centenas do número N é:

A 0
B 2
C 4
D 6
E 8

217 **IME 1ª Fase 2007** Um homem nascido no século XX diz a seguinte frase para o filho: "seu avô paterno, que nasceu trinta anos antes de mim, tinha x anos no ano x^2". Em consequência, conclui-se que o avô paterno nasceu no ano de:

A 1892
B 1898
C 1900
D 1936
E 1942

218 **ITA 2002** Seja uma pirâmide regular de base hexagonal e altura 10 m. A que distância do vértice devemos cortá-la por um plano paralelo à base de forma que o volume da pirâmide obtida seja $\frac{1}{8}$ do volume da pirâmide original?

A 2 m
B 4 m
C 5 m
D 6 m
E 8 m

219 **ITA 1988** Considere uma pirâmide qualquer de altura h e de base B. Traçando-se um plano paralelo à base B, cuja distância ao vértice da pirâmide é $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$h cm, obtém-se uma seção plana de área $\sqrt{7}$ cm^2. Então a área da base B da pirâmide vale:

A $\sqrt{35}$ cm^2
B $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ cm^2
C $\frac{7\sqrt{7}}{5}$ cm^2
D $\frac{7\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$ cm^2
E $\frac{7}{\sqrt{5}}$ cm^2

220 **ITA 1992** Uma seção plana que contém o eixo de um tronco de cilindro é um trapézio cujas bases menor e maior medem, respectivamente, h cm e H cm. Duplicando-se a base menor, o volume sofre um acréscimo de 1/3 em relação ao seu volume original. Deste modo:

A $2H = 3h$
B $H = 2h$
C $H = 3h$
D $2H = 5h$
E n.d.a.

221 **ITA 1994** Um tronco de pirâmide regular tem como bases triângulos equiláteros, cujos lados medem, respectivamente, 2 cm e 4 cm. Se a aresta lateral do tronco mede 3 cm, então o valor de sua altura h, em cm, é tal que:

A $\sqrt{7} < h < \sqrt{8}$
B $\sqrt{6} < h < \sqrt{7}$
C $2\sqrt{3} < h < 3\sqrt{3}$
D $1 < h < \sqrt{2}$
E $2\sqrt{2} < h < 3\sqrt{2}$

222 **ITA 1997** Dentro de um tronco de pirâmide quadrangular regular, considera-se uma pirâmide regular cuja base é a base maior do tronco e cujo vértice é o centro da base menor do tronco. As arestas das bases medem a cm e 2a cm. As áreas laterais do tronco e da pirâmide são iguais. A altura (em cm) do tronco mede:

A $(a\sqrt{3}) / \sqrt{5}$
B $(a\sqrt{35}) / 10$
C $(a\sqrt{3}) / (2\sqrt{5})$
D $(a\sqrt{35}) / \sqrt{10}$
E $(a\sqrt{7}) / \sqrt{5}$

223 **ITA 2000** Considere uma pirâmide regular com altura de $\frac{6}{\sqrt[3]{9}}$ cm. Aplique a esta pirâmide dois cortes planos e paralelos à base de tal maneira que a nova pirâmide e os dois troncos obtidos tenham, os três, o mesmo volume. A altura do tronco cuja base é base da pirâmide original é igual a:

A $2\left(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6}\right)$cm
B $2\left(\sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{2}\right)$cm
C $2\left(\sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{3}\right)$cm
D $2\left(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}\right)$cm
E $2\left(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3}\right)$cm

224 **ITA 2007** Considere uma pirâmide regular de base hexagonal, cujo apótema da base mede $\sqrt{3}$ cm. Secciona-se a pirâmide por um plano paralelo à base, obtendo-se um tronco de volume igual a 1 cm^3 e uma nova pirâmide. Dado que a razão entre as alturas das pirâmides é $\frac{1}{\sqrt{2}}$, a altura do tronco, em centímetros, é igual a

A $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$
B $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3}$
C $\frac{3\sqrt{3} - \sqrt{6}}{21}$
D $\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{6}$
E $\frac{2\sqrt{6} - \sqrt{2}}{22}$

225 **ITA 1989** O lado da base maior de um tronco de pirâmide hexagonal regular, com bases paralelas, mede L cm. A altura do tronco é igual à metade do apótema desta mesma base. As faces laterais formam um ângulo de 30 graus com a base. Calcule o apótema (a), o lado (ℓ), ambos da base menor, a altura (h) da face lateral e a área total (s) do tronco, todos em função de L.

226 **ITA 1992** Num cone de revolução, o perímetro da seção meridiana mede 18 cm e o ângulo do setor circular mede 288°. Considerando-se o tronco de cone cuja razão entre as áreas das bases é 4/9, então sua área total mede:

A 16π cm^2

B $\frac{308\,\pi}{9}$ cm^2

C $\frac{160\,\pi}{3}$ cm^2

D $\frac{100\,\pi}{9}$ cm^2

E n.d.a.

227 **ITA 1997** A altura e o raio da base de um cone de revolução medem 1 cm e 5 cm respectivamente. Por um ponto do eixo do cone situado a d cm de distância do vértice, traçamos um plano paralelo à base, obtendo um tronco de cone. O volume deste tronco é a média geométrica entre os volumes do cone dado e do cone menor formado. Então d é igual a:

A $\sqrt[3]{\frac{2-\sqrt{3}}{3}}$

B $\sqrt[3]{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}$

C $\sqrt[3]{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}$

D $\sqrt{\frac{3-\sqrt{2}}{2}}$

E $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{3}}$

228 **ITA 1998** Considere um cone circular reto cuja geratriz mede $\sqrt{5}$ cm e o diâmetro da base mede 2 cm. Traçam-se n planos paralelos à base do cone, que o seccionam determinando n + 1 cones, incluindo o original, de modo que a razão entre os volumes do cone maior e do cone menor é 2. Os volumes destes cones formam uma progressão aritmética crescente cuja soma é igual a 2π. Então, o volume, em cm^3, do tronco de cone determinado por dois planos consecutivos é igual a:

A $\frac{\pi}{33}$

B $\frac{2\pi}{33}$

C $\frac{\pi}{9}$

D $\frac{2\pi}{15}$

E π

229 **ITA 1987** A razão entre o volume de uma esfera de raio R e o volume de um cubo nela inscrito é:

A $\frac{3\sqrt{2}}{2\pi}$

B $\frac{\pi}{2}$

C 2π

D $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$

E $\pi\sqrt{3}$

230 **ITA 1996** A aresta de um cubo mede x cm. A razão entre o volume e a área total do poliedro cujos vértices são os centros das faces do cubo será:

A $\frac{\sqrt{3}}{9}$ x cm

B $\frac{\sqrt{3}}{18}$ x cm

C $\frac{\sqrt{3}}{6}$ x cm

D $\frac{\sqrt{3}}{3}$ x cm

E $\frac{\sqrt{3}}{2}$ x cm

231 **ITA 1986** Um cilindro equilátero de raio 3 cm está inscrito num prisma triangular reto, cujas arestas da base estão em progressão aritmética de razão s, $s > 0$. Sabendo-se que a razão entre o volume do cilindro e do prisma é $\frac{\pi}{4}$, podemos afirmar que a área lateral do prisma vale:

A 144 cm^2

B 12π cm^2

C 24 cm^2

D $\frac{\pi}{5}$ da área lateral do cilindro

E $\frac{5}{3}$ da área lateral do cilindro

232 **ITA 1987** Seja (T) um cubo com aresta de medida a. Considere (P) a pirâmide que tem vértice no centro de uma face de (T) e como base a face oposta de (T).
Sendo x a área lateral de (P), temos:

A $x = a^2 \cdot \sqrt{3}$

B $x = a^2 \cdot \sqrt{5}$

C $x = (a+1)^2 \cdot \sqrt{5}$

D $x = (a+1)^2 \cdot \sqrt{3}$

E $x = (\sqrt{3} + \sqrt{5})a^2$

233 **ITA 1988** Considere um cone circular reto circunscrito a uma esfera de raio 2 cm. Sabendo-se que a área do círculo, limitado pela circunferência formada por pontos de tangência entre as duas superfícies, é 2π cm^2, calcule a altura deste cone.

234 **ITA 1989** Um cone e um cilindro, ambos retos, possuem o mesmo volume e bases idênticas. Sabendo-se que ambos são inscritíveis em uma esfera de raio R, então a altura H do cone será igual a:

A $\frac{6}{5}$R

B $\frac{3}{2}$R

C $\frac{4}{3}$R

D $\frac{2}{3}$R

E $\frac{7}{5}$R

235 **ITA 1992** Um cone de revolução está circunscrito a uma esfera de raio R cm. Se a altura do cone for igual ao dobro do raio da base, então a área de sua superfície lateral mede:

A $\frac{\pi}{4}(1+\sqrt{5})^2\ R^2\ cm^2$

B $\frac{\pi\sqrt{5}}{4}(1+\sqrt{5})^2\ R^2\ cm^2$

C $\frac{\pi\sqrt{5}}{4}(1+\sqrt{5})\ R^2\ cm^2$

D $\pi\sqrt{5}\ (1+\sqrt{5})\ R^2\ cm^2$

E n.d.a.

236 **ITA 1994** Um prisma hexagonal regular tem como altura o dobro da aresta da base. A razão entre o volume deste prisma e o volume do cone reto, nele inscrito, é igual a:

A $(6\sqrt{2})/\pi$

B $(9\sqrt{2})/\pi$

C $(3\sqrt{6})/\pi$

D $(6\sqrt{3})/\pi$

E $(9\sqrt{3})/\pi$

237 **ITA 1995** Um cone circular reto tem altura 12 cm e raio da base 5 cm. O raio da esfera inscrita neste cone mede, em cm:

A 10/3

B 7/4

C 12/5

D 3

E 2

238 **ITA 1996** Numa pirâmide triangular regular, a área da base é igual ao quadrado da altura H. Seja R o raio da esfera inscrita nesta pirâmide. Deste modo, a razão $\frac{H}{R}$ é igual a:

A $\sqrt{\sqrt{3}+1}$

B $\sqrt{\sqrt{3}-1}$

C $1+\sqrt{3\sqrt{3}+1}$

D $1+\sqrt{3\sqrt{3}-1}$

E $\sqrt{3}+1$

239 **ITA 2004** Considere um cilindro circular reto, de volume igual a $360\pi\ cm^3$, e uma pirâmide regular cuja base hexagonal está inscrita na base do cilindro. Sabendo que a altura da pirâmide é o dobro da altura do cilindro e que a área da base da pirâmide é de $54\sqrt{3}\ cm^2$, então, a área lateral da pirâmide mede, em cm^2,

A $18\sqrt{427}$

B $27\sqrt{427}$

C $36\sqrt{427}$

D $108\sqrt{3}$

E $45\sqrt{427}$

240 **ITA 1985** Um tronco de cone reto com bases paralelas está inscrito em uma esfera cujo raio mede 2 m. Se os raios das bases do tronco de cone medirem, respectivamente, r m e 2r m, então o seu volume medirá:

A $\frac{2}{3}\cdot\pi\cdot r^2\left(\sqrt{4-r^2}-\sqrt{1-r^2}\right)$

B $\frac{3}{2}\cdot\pi\cdot r^2\left(\sqrt{4-r^2}+\sqrt{1-r^2}\right)$

C $\frac{7}{3}\cdot\pi\cdot r^2\left(\sqrt{4-r^2}-2\sqrt{1-r^2}\right)$

D $\frac{7}{3}\cdot\pi\cdot r^2\left(\sqrt{4-r^2}+2\sqrt{1-r^2}\right)$

E $\frac{3}{2}\cdot\pi\cdot r^2\left(\sqrt{4-r^2}+2\sqrt{1-r^2}\right)$

241 **ITA 1985** Uma esfera de raio $r=\sqrt{3}$ cm está inscrita num prisma hexagonal regular que, por sua vez, está inscrito numa esfera de raio R. Pode-se afirmar que a medida do raio R vale:

A $\sqrt{7}$ cm

B $\sqrt{\frac{7}{3}}$ cm

C $2\sqrt{3}$ cm

D $\frac{\sqrt{7}}{2}$ cm

E $4\sqrt{3}$ cm

242 **ITA 1989** Os lados congruentes de um triângulo isósceles formam um ângulo de 30 graus e o lado oposto a este ângulo mede x cm. Este triângulo é a base de uma pirâmide de altura H cm, que está inscrita em um cilindro de revolução. Deste modo, o volume V, em centímetros cúbicos, deste cilindro é igual a:

A $2\pi x^2H$

B $\frac{1}{3}\pi x^2H$

C $\frac{2}{3}\pi x^2H$

D $3\pi x^2H$

E πx^2H

243 **ITA 2000** Um cone circular reto com altura de $\sqrt{8}$ cm e raio da base de 2 cm está inscrito numa esfera que, por sua vez, está inscrita num cilindro. A razão entre as áreas das superfícies totais do cilindro e do cone é igual a:

A $\frac{3}{2}\left(\sqrt{2}-1\right)$

B $\frac{9}{4}\left(\sqrt{2}-1\right)$

C $\frac{9}{4}\left(\sqrt{6}-1\right)$

D $\frac{27}{8}\left(\sqrt{3}-1\right)$

E $\frac{27}{16}\left(\sqrt{3}-1\right)$

244 **ITA 2003** Quatro esferas de mesmo raio $R > 0$ são tangentes externamente duas a duas, de forma que seus centros formam um tetraedro regular com arestas de comprimento 2R. Determine, em função de R, a expressão do volume do tetraedro circunscrito às quatro esferas.

245 **ITA 2007** Os quatro vértices de um tetraedro regular, de volume $\frac{8}{3}$ cm³, encontram-se nos vértices de um cubo. Cada vértice do cubo é centro de uma esfera de 1 cm de raio. Calcule o volume da parte do cubo exterior às esferas.

246 **ITA 2003** Considere o triangulo isósceles OAB, com lados $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ de comprimento $\sqrt{2}R$ e lado $\overline{AB}$ de comprimento 2R. O volume do sólido, obtido pela rotação deste triângulo em torno da reta que passa por O e é paralela ao lado $\overline{AB}$, é igual a:

A $\frac{\pi}{2}R^3$ C $\frac{4\pi}{3}R^3$ E $\sqrt{3}\pi R^3$

B πR^3 D $\sqrt{2}\pi R^3$

247 **ITA 1987** Considere um trapézio isósceles de altura igual à base menor e de base maior igual ao triplo da menor. Sendo ℓ a medida de cada um dos lados não paralelos, calcule o volume e a área do sólido gerado pela rotação completa desse trapézio em torno de sua base maior.

248 **ITA 2005** Um dos catetos de um triângulo retângulo mede $\sqrt[3]{2}$ cm. O volume do sólido gerado pela rotação deste triângulo em torno da hipotenusa é π cm³. Determine os ângulos deste triângulo.

249 **ITA 1990** Considere a região do plano cartesiano xOy definida pelas desigualdades: $x - y \leq 1$, $x + y \geq 1$ e $(x-1)^2 + y^2 \leq 2$. O volume do sólido gerado pela rotação desta região em torno do eixo x é igual a:

A $\frac{4}{3}\pi$ D $\frac{8}{3}\left(\sqrt{2}-1\right)\pi$

B $\frac{8}{3}\pi$ E n.d.a.

C $\frac{4}{3}(2-\sqrt{2})\pi$

250 **ITA 1991** Considere a região do plano cartesiano xy definido pela desigualdade:

$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 \leq 0$.

Quando esta região rodar um ângulo de $\pi/3$ radianos em torno da reta $y + x + 1 = 0$, ela irá gerar um sólido cujo volume é igual a:

A $4\pi/3$ D $4\pi/9$

B $2\pi/3$ E n.d.a.

C $\pi/3$

251 **ITA 1991** Seja C a circunferência dada pela equação $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 9 = 0$.

Se P = (a, b) é o ponto em C mais próximo da origem, então:

A $a = -\frac{3}{2}$ e $4b^2 + 24b + 15 = 0$

B $a = -\frac{1}{2}$ e $4b^2 + 24b + 33 = 0$

C $a = \frac{\sqrt{10}}{10} = 1$ e $b = 3a$

D $a = -1 - \frac{\sqrt{10}}{10}$ e $b = 3a$

E n.d.a.

252 **ITA 2002** Considere a região do plano cartesiano xy definida pela desigualdade: $x^2 + 4x + y^2 - 4y - 8 \leq 0$.

Quando esta região rodar um ângulo de $\frac{\pi}{6}$ radianos em torno da reta $x + y = 0$, ela irá gerar um sólido de superfície externa total com área igual a:

A $\frac{128}{3}\pi$ C $\frac{128}{5}\pi$ E $\frac{128}{7}\pi$

B $\frac{128}{4}\pi$ D $\frac{128}{6}\pi$

Frente 5 – IME

253 **IME 1990** Dois círculos de raios R e r são, ao mesmo tempo, bases de um tronco de cone e bases de dois cones opostos de mesmo vértice e mesmo eixo. Seja K a razão entre o volume do tronco e a soma dos volumes dos dois cones opostos e seja m a razão $\frac{R}{r}$. Determine m em função de K.

254 **IME 2002** Um cone e um cilindro circulares retos têm uma base comum e o vértice do cone se encontra no centro da outra base do cilindro. Determine o ângulo formado pelo eixo do cone e sua geratriz, sabendo-se que a razão entre a área total do cilindro e a área total do cone é 7/4.

255 **IME 1985** Dada uma pirâmide hexagonal regular de vértice V e base ABCDEF, de lado da base igual a ℓ e a altura h, determine, em função de ℓ e h, a posição do centro da esfera que é tangente às doze arestas da pirâmide.

256 **IME 1988** Seciona-se um cubo de aresta a por planos passando pelos pontos médios das arestas concorrentes em cada vértice. Considere o sólido formado ao retirar-se as oito pirâmides obtidas.

Calcule a soma das arestas, a área e o volume deste sólido.

257 **IME 1989** Mostre que a área total do cilindro equilátero inscrito em uma esfera é média geométrica entre a área da esfera e a área total do cone equilátero inscrito nessa esfera.

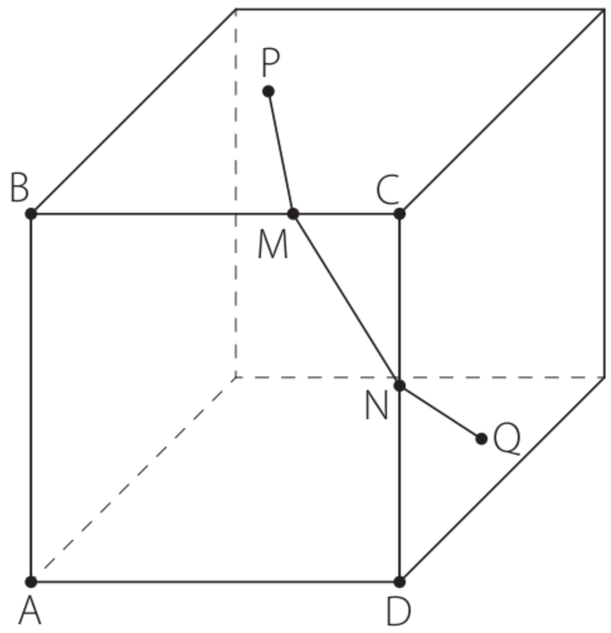
258 **IME 1997** Considere uma esfera inscrita e tangente à base de um cone de revolução. Um cilindro está circunscrito à esfera de tal forma que uma de suas bases está apoiada na base do cone. Seja V_1 o volume do cone e V_2 o volume do cilindro. Encontre o menor valor da constante k para o qual $V_1 = k \cdot V_2$.
Sugestão: Considere o ângulo formado pelo diâmetro da base e a geratriz do cone em uma das extremidades deste diâmetro.

259 **IME 1998** Considere o cubo de bases ABCD e EFGH, e arestas $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$ e $\overline{DH}$. Sejam as arestas iguais a 3 m e os pontos M, N e P marcados de forma que:
$M \in \overline{AD}$, tal que $\overline{AM} = 2$ m,
$N \in \overline{AB}$, tal que $\overline{AN} = 2$ m, e
$P \in \overline{BF}$, tal que $\overline{BP} = 0{,}5$ m.
Calcule o perímetro da seção que o plano MNP determina no cubo.

260 **IME 2004** Considere uma pirâmide regular de altura h, cuja base é um hexágono ABCDEF de lado a. Um plano perpendicular à base e contendo os pontos médios das arestas AB e BC divide a pirâmide em dois poliedros. Calcule a razão entre os volumes destes dois poliedros.

261 **IME 2005** Considere os pontos P e Q sobre faces adjacentes de um cubo. Uma formiga percorre, sobre a superfície do cubo, a menor distância entre P e Q, cruzando a aresta $\overline{BC}$ em M e a aresta $\overline{CD}$ em N, conforme ilustrado na figura a seguir. É dado que os pontos P, Q, M e N são coplanares.

a) Demonstre que $\overline{MN}$ é perpendicular a $\overline{AC}$.
b) Calcule a área da seção do cubo determinada pelo plano que contém P, Q e M em função $\overline{BC} = a$ e $\overline{BM} = b$.



262 **IME 2006** Considere um tetraedro regular de arestas de comprimento a e uma esfera de raio R tangente a todas as arestas do tetraedro. Em função de a, calcule:

a) o volume total da esfera;
b) o volume da parte da esfera situada no interior do tetraedro.

263 **IME 2007** Sejam C e C* dois círculos tangentes exteriores de raios r e r* e centros O e O*, respectivamente, e seja t uma reta tangente comum a C e C* nos pontos não coincidentes A e A*. Considere o sólido de revolução gerado a partir da rotação do segmento AA* em torno do eixo OO*, e seja S a sua correspondente área lateral. Determine S em função de r e r*.

264 **IME 1999** Uma piscina de base retangular tem, em metros, as seguintes dimensões: base, 5 x 6 e altura, 3. Dois terços do volume da piscina são ocupados por água. Na superfície superior da água, forma-se uma pequena bolha de ar. A bolha de ar está eqüidistante das paredes de 5 m de base. Em relação às paredes de 6 m de base, sua posição é tal que a distância a uma das paredes é o dobro da distância à outra.
Estabeleça um sistema de coordenadas retangulares que tenha como origem um dos cantos interiores da piscina e como um dos planos coordenados a parede de base de 6 m mais próxima da bolha. Em relação a este sistema, determine as coordenadas retangulares do ponto onde se encontra a bolha de ar.

265 **IME 1985** Possuo um "laser" de alta potência como ferramenta de corte e uma peça plana de forma parabólica que desejo cortar. Suponha que a peça definida por $x^2 - y - 1 \leq 0$ e $y \leq 1$ esteja no plano x0y e que o "laser", colocado no plano x0z, tem a janela de saída da luz fixa no ponto (0,0,1) podendo o seu tubo girar no plano x0z. A partir do início do corte, na borda da peça, de quantos graus devo girar o "laser" para terminar o serviço?

A π C $\pi/4$ E $\pi/3$
B $\pi/2$ D $3\pi/2$

Obs.: os eixos 0x, 0y e 0z são ortogonais entre si.

Frente 5 – IME 1ª Fase

266 **IME 1ª Fase 2007** O volume do octaedro cujos vértices são os pontos médios das arestas de um tetraedro regular de volume V é:

A $\frac{V}{2}$
B $\frac{V}{4}$
C $\frac{V}{8}$
D $V\frac{\sqrt{2}}{2}$
E $V\frac{\sqrt{3}}{2}$

Gabarito

Frente 1 – ITA

1. D

2. C

3. A

4. E

5. D

6. D

7. E

8. C

9. C

10. B

11. C

12. B

13. E

14. C

15. A

16. B

17. B

18. B

19. D

20. E

21. D

22. B

23. A

24. E

25. A

26. E

27. A

28. B

29. B

30. A

31. $S=\left\{\frac{1}{6}\right\}$

32. A

33. E

34. B

35. A

36. C

37. D

38. A

39. C

40. $-\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{1}{2}$

41. B

42. A

43. D

44. E

45. E

46. $\frac{1}{5}\leq x\leq 1$

47. $S=\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{6}\right)\cup\left(-\frac{\pi}{4},-\frac{\pi}{6}\right)$

48. $C=\left\{x\in\mathbb{R}:-4<x<-\frac{5}{2}\text{ ou }x=-2\text{ ou }x\geq 1\right\}$

Frente 1 – IME

49. 3

50. $\log_c b=\frac{2XY}{n\left[2Y+(n-1)X\right]}$

51. Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

52. $\sqrt[5]{11{,}25}=\frac{1}{5}\cdot\frac{1+2b-3a}{1+b-a}$

53. 1

54. C

55. $S=\left\{\sqrt{e},-\sqrt{e}\right\}$

56. $x=\frac{1}{2}$ e $y=2$

57. $n=3$

58. $x=8, y=2, z=64, r=1.$

59. $x\in\left\{\left[\frac{1}{4};\frac{1}{3}\right]\cup[1;\infty)\right\}$

60. $S=\left\{x\in\left(-\frac{\pi}{4};0\right)\cup\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\right\}$

Frente 1 – IME 1ª Fase

61. A

Frente 2 – ITA

62. E

63. B

64. A

65. B

66. 21

67. B

68. Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

69. D

70. C **71.** A **72.** E **73.** B

74. $R(x)=\frac{-4}{3}\cdot x+\frac{5}{3}$

75. C

76. Dividindo f(x) por $\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot(x-1)$ podemos montar:

$f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot(x-1)\cdot q(x)+ax+b$

Pelo gráfico, tiramos que $f(1)=0$ e $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$. Assim:

$f(1)=a+b$ e $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{a}{2}+b$

Montando o sistema:

$\begin{cases}a+b=0\\ \frac{a}{2}+b=\frac{1}{8}\end{cases}$ obtendo a solução $a=-\frac{1}{4}$ e $b=\frac{1}{4}$

O resto é $\boxed{-\frac{x}{4}+\frac{1}{4}}$

77. A

78. C

79. E

80. D

81. C

82. A

83. C

84. B

85. B

86. B

87. C

88. B

89. C

90. A

91. D

92. B

93. A

94. E

95. E

96. B

97. C

98. C

99. E

100. Questão anulada. Como 1 + 3i e 1 – 3i são raízes, usando a relação de Girard para o produto quatro a quatro das cinco raízes, encontra-se que as outras três raízes são 2, 4 e 8. Aplicando as relações de Girard para a soma e o produto das raízes, obtém-se p e m, tal que $\frac{p}{m} = 40$. Contudo, ao aplicar a relação de Girard do produto dois a dois, com as raízes encontradas, encontra-se que $\frac{p}{m} = 47$, ou seja, um absurdo.

101. C **102.** D **103.** E

104. $d = \frac{10\sqrt{15} - 36}{9}$

105. Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

106. E

107. D

108. A afirmação é verdadeira.

109. B

110. B

111. D

112. C

113. A

114. C

115. C

116. A

117. B

Frente 2 – IME

118. a) Sendo o polinômio $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, devemos ter: $\begin{cases} b = -2a \\ d = a - c \end{cases}$

b) $x_{1,2,3,4} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{2}$ e $\frac{1}{2} \pm \sqrt{3}$

119. $P(x) = [T(x)(x - 1) + 1]Q(x)$, de forma que P(x) é divisível por Q(x).

120. n par: $R(x) = x + 1$

n ímpar: $R(x) = 0$

121. $\begin{cases} \alpha = 15 \\ \beta = -16 \\ \gamma = 15 \end{cases}$

122. $R(x) = x \operatorname{sen}(n\varphi) + \cos(n\varphi)$

123. a) $-q(p - q)^2$

b) $\pm\sqrt{4}$; $x = \left\{-2; 1 + \sqrt{3}; 1 - \sqrt{3}\right\}$

124. a) $(a^3 + b^3 + c^3) = 3t$

b) Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual..

125. Se $a + b + c \neq 0 : \frac{a+b}{c} = 2$

Se $a + b + c = 0 : \frac{a+b}{c} = -1$

126. D

127. E

128. $S = \left\{(16, 4), (4, 16), \left(\frac{20 + 6\sqrt{11}}{2}, \frac{20 - 6\sqrt{11}}{2}\right), \left(\frac{20 - 6\sqrt{11}}{2}, \frac{20 + 6\sqrt{11}}{2}\right)\right\}$

129. a) $p(x) = x^3 - x^2 + x + 3$

b) $-1, 1 + \sqrt{2}i, 1 - \sqrt{2}i$

130. $S = \{(1 \mp i), (2 \mp i), -3\}$

131. $m \in \{0, 7, 9, 25, 27, 34\}$

132. a) r não pode ser inteira.

b) $p(k) = 14$

133. $\begin{cases} p = -4 \Rightarrow x = \left\{1, 1, -1 + \sqrt{2}i, -1 - \sqrt{2}i\right\} \\ p = 4 \Rightarrow x = \left\{-1, -1, 1 + \sqrt{2}i, 1 - \sqrt{2}i\right\} \\ p = 4i \Rightarrow x = \left\{i, i, \sqrt{2} - i, -\sqrt{2} - i\right\} \\ p = -4i \Rightarrow x = \left\{-i, -i, \sqrt{2} + i, -\sqrt{2} + i\right\} \end{cases}$

134. Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

135. Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

136. Não há raízes comuns.

137. a) $\frac{p(x)}{x^2} = g\left(\frac{1}{x} + x\right)$

b) $\left\{\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}; \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}\right\}$

Frente 2 – IME 1ª Fase

138. D

139. A

140. E

Frente 3 – ITA

141. B

142. C

143. E

144. E

145. C

146. C

147. C

148. D

149. A

150. D

151. C

152. $S=\left\{\left(\alpha+\frac{31}{3};-\frac{8}{3};-\frac{5}{3};\alpha\right)\forall\alpha\in\mathbb{R},\alpha\neq 5\right\}$

153. E

154. E

155. E

156. B

157. C

158. E

159. B

160. A

161. A

162. Para $\alpha=\frac{-2}{3}$ e $\beta=\frac{-3}{2}$; $S=\varnothing$. Para todas as outras combinações de α e β, o sistema assume infinitas soluções.

163. E

164. A

165. 1. Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

2. Temos os possíveis valores:

$B=\begin{bmatrix}0&1\\0&-1\end{bmatrix}$ e $C=\begin{bmatrix}-1&0\\0&-1\end{bmatrix}$ ou $B=\begin{bmatrix}-1&0\\0&-1\end{bmatrix}$ e $C=\begin{bmatrix}0&1\\0&-1\end{bmatrix}$

Observe ainda que: $B-C=\begin{bmatrix}1&1\\0&0\end{bmatrix}$ ou $B-C=\begin{bmatrix}-1&-1\\0&0\end{bmatrix}$

Para analisar a solução do sistema, temos que det (B – C) = 0, ou seja, o sistema é possível e indeterminado e admite (x; y) ≠ (0; 0) como solução.

166. A

167. E

168. C

169. D

170. E

171. A

172. A

173. D

174. C

175. B

176. D

177. A

178. C

179. A

180. C

181. D

182. C

183. B

184. C

185. E

186. C

187. C

188. C

189. A

190. A

191. $-\frac{2}{11}$

192. $-\frac{1}{2}$

193. E

194. E

195. $M_1=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$ $M_2=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{bmatrix}$

$M_3=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$ $M_4=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\end{bmatrix}$

$M_5=\begin{bmatrix}-1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$ $M_6=\begin{bmatrix}-1&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{bmatrix}$

$M_7=\begin{bmatrix}-1&0&0\\0&-1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$ $M_8=\begin{bmatrix}-1&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\end{bmatrix}$

196. Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

Frente 3 – IME

197. $\begin{cases}x+y=7\\xy=10\end{cases}\rightarrow(x,y)=(2;5)\text{ ou }(5;2)$

198. E

199. a = 2 e (x, y, z) = (5t, (1 – 4t), t)

200. Se $\alpha=-22$ e $\beta\neq 36$, então o sistema é SI e não há intersecção simultânea dos três planos representados pelas equações do sistema.

Se $\alpha=-22$ e $\beta=36$, então o sistema é SPI e a intersecção dos três planos será uma reta. Nesse caso, a solução do sistema é dada por $S=\left\{(2+\alpha,2\alpha+3,\alpha)\,|\,\alpha\in\mathbb{R}\right\}$.

Se $\alpha\neq -22$, então o sistema é SPD e a intersecção dos três planos será um ponto. Nesse caso, a solução do sistema é dada por:

$$\begin{cases}x=\dfrac{2\alpha+\beta+8}{\alpha+22}\\y=\dfrac{3\alpha+2\beta-6}{\alpha+22}\\z=\dfrac{\beta-36}{\alpha+22}\end{cases}$$

201. a = –4

202. Uma matriz não-singular que satisfaz é $\begin{bmatrix}\frac{1}{6}&-2\\\frac{5}{6}&-4\end{bmatrix}$.

203. $A^{-1}=\begin{pmatrix}5&0&-1\\8&1&-2\\-4&0&1\end{pmatrix}$

204. AB nunca é invertível (Dica: tome A'4×4 com as 2 primeiras colunas iguais a A e as outras nulas, e B' com as 2 primeiras linhas iguais a B e as outras nulas, e então verifique que A'B'=AB).

205. A matriz é ortogonal.

206. Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

207. $\det\left[A^n\right]=\frac{1}{2^n}$

Frente 3 – IME 1ª Fase

208. C

Frente 4 – IME

209. Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

210. Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

211. Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

212. $(x,y)=\begin{cases}\big(k(1-k);(k-1)\big)\\ \big(k(1+k);(k+1)\big)\\ (0;0)\\ (2k;2k)\\ \big((k-1);k(1-k)\big)\\ \big((k+1);k(1+k)\big)\end{cases}$

213. 1 237 e 893

214. Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

215. Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

Frente 4 – IME 1ª Fase

216. E

217. A

Frente 5 – ITA

218. C **220.** B **222.** B **224.** C

219. C **221.** A **223.** D

225. $\ell=\frac{(2-\sqrt{3})L}{2}$ cm; $h=\frac{L\sqrt{3}}{2}$ cm

226. B

227. B

228. C

229. Sem resposta. A razão é $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

230. B

231. A

232. B

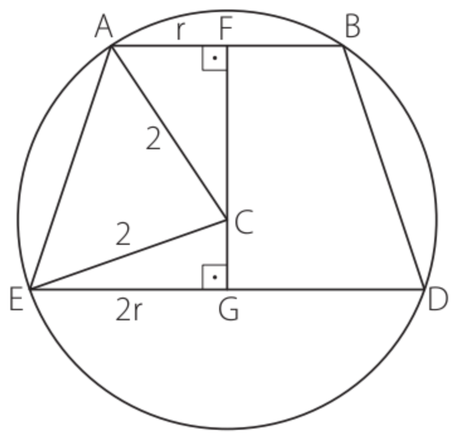
233. $2(\sqrt{2}+1)$ cm

234. Há duas respostas corretas, em virtude de haver duas configurações possíveis: $H=\frac{6R}{5}$ e $H'=\frac{6R}{7}$. A primeira é a alternativa A e a outra não está nas alternativas.

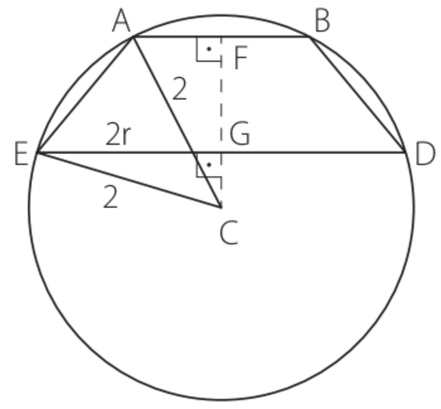
235. B **236.** D **237.** A **238.** C

239. A

240. Tanto a alternativa C quanto a alternativa D são corretas, dependendo da disposição. Para encontrar D como resposta:



Para encontrar C como resposta:



241. A **242.** E **243.** D

244. $V=\frac{2\sqrt{2}R^3\left(\sqrt{6}+1\right)^3}{3}$

245. $V=\left(8-\frac{4\pi}{3}\right)$ cm^3

246. C

247. $V=\frac{5\pi\sqrt{2}\ell^3}{12}$ e $S=(1+\sqrt{2})\pi\ell^2$

248. Os ângulos desse triângulo são 30°, 60° e 90°.

249. B

250. D

251. C

252. A

Frente 5 – IME

253. $\frac{(K+1)\pm\sqrt{(3K-1)(3-K)}}{2(K-1)}$

254. $\alpha=\arccos\left(\frac{4}{5}\right)$

255. $\frac{\ell}{2h}\left(\sqrt{\ell^2+h^2}-2\ell\right)$

256. $V=\frac{5a^3}{6}$

257. $S_{con}\times S_{esf}=9\pi^2R^4=S_{cil}^2$

258. $\frac{4}{3}$

259. $\left(2\sqrt{2}+4\sqrt{5}\right)$ m

260. $\frac{1}{95}$

261. a) Demonstração disponibilizada pelo professor no HD virtual.

b) $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(a^2+2ab-2b^2\right)$

262. a) $V=\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{24}$

b) $V'=\frac{\pi a^3\sqrt{2}\left(8\sqrt{3}-9\right)}{216}$

263. $S=4\pi rr^*$

264. $(x,y,z)=\left(\frac{5}{3},3,2\right)$

265. B

Frente 5 – IME 1ª Fase

266. A

QUÍMICA

Cakeio/iStockphoto.com
NaOH
FeCl3
Conc. HNO3
dil HNO3
Br2 (aq.)
PCl5
SOCl2
H2O
excess
Cl2
Hg
Mercury
200.59
Pb
Lead
207.2
Sn
Tin
118.710
In
Indium
114.818
Tl
Thallium
204.3833

COMPLEMENTO TEÓRICO 2 CARVÃO

1. Introdução

O carvão mineral é formado por troncos, raízes, galhos e folhas de árvores gigantes que cresceram há 250 milhões de anos em pântanos rasos. Essas partes vegetais, após morrerem, depositaram-se no fundo lodoso e ficaram encobertas. O tempo e a pressão da terra que foi se acumulando sobre o material transformaram-no em uma massa negra homogênea – as jazidas de carvão.

Paulatinamente, a partir da época dos grandes descobrimentos, o carvão mineral foi substituindo a lenha, até então considerada a principal fonte de energia utilizada pelo homem.

A combustão direta do carvão, para produção de vapor, foi a principal alavanca para o progresso da humanidade em direção à industrialização.

As máquinas a vapor, alimentadas pelo carvão, surgiram em meados de 1700 e foram aperfeiçoadas por Watt, que passou a construí-las, comercialmente, em Birmingham, na Inglaterra, de 1774 a 1800.

Apesar do fato de as máquinas a vapor terem sofrido grandes melhorias no decorrer do tempo, os princípios básicos, estabelecidos por Watt, permaneceram inalterados.

Atualmente, o principal uso da combustão direta do carvão é na geração de eletricidade, por meio de usinas termoelétricas. Essa tecnologia está bem desenvolvida e é economicamente competitiva.

Os impactos ambientais das usinas a carvão são grandes, não só pelas emissões atmosféricas, mas também pelo descarte de resíduos sólidos e poluição térmica, além dos riscos inerentes à mineração.

A melhoria do processo de combustão poderia reduzir as emissões de monóxido de carbono e nitrogênio, a partir da dessulfurização dos gases de combustão ou da utilização de carvão com baixo teor de enxofre. O calor residual da usina poderia ser aproveitado nas suas proximidades, para evitar perdas energéticas, como por exemplo: aquecimento de caldeiras, movimentação de motores etc.

Muito embora os derivados de petróleo – como a gasolina, o querosene, o óleo combustível e o diesel – e a energia termonuclear tenham deslocado o carvão mineral como fonte de energia, sobretudo para as máquinas móveis, ainda é significativa sua participação no total do consumo energético dos países desenvolvidos – cerca de vinte por cento no final do século XX. A entrada em operação de centenas de usinas hidrelétricas e termonucleares não conseguiu diminuir drasticamente, como se esperava, a participação do carvão, não somente porque essas fontes de energia representam grandes investimentos iniciais e provocam sérios impactos no meio ambiente, mas também porque a disponibilidade de grandes jazidas de carvão mineral ainda é grande.

2. Tipos de carvão mineral

De acordo com a maior ou menor intensidade da encarbonização, o carvão mineral – também chamado carvão fóssil ou de pedra – pode ser classificado como linhito, carvão betuminoso e sub-betuminoso (ambos designados como hulha) e antracito. A formação de um depósito de carvão mineral exige inicialmente a ocorrência simultânea de diversas condições geográficas, geológicas e biológicas. Primeiro, deve existir uma vegetação densa, em ambiente pantanoso, capaz de conservar a matéria orgânica. A água estagnada impede a atividade das bactérias e fungos que, em condições normais, decomporiam a celulose. A massa vegetal assim acumulada, no prazo de algumas dezenas de milhares de anos – tempo curto do ponto de vista geológico – transforma-se em turfa, material cuja percentagem de carbono já é bem mais elevada que a da celulose.

Na etapa seguinte, que leva algumas dezenas de milhões de anos, a turfa multiplica seu teor de carbono e se transforma na primeira variedade de carvão, o linhito, cujo nome provém de sua aparência de madeira. Na etapa seguinte, surge a hulha, primeiro como carvão betuminoso, depois como sub-betuminoso. Na fase final, a hulha se transforma em antracito, com teores de até noventa por cento de carbono fixo.

Quanto maior o teor de carbono, maior também é o poder energético. Por isso a turfa, que em teores muito baixos e altas percentagens de umidade nem sempre pode ser aproveitada como combustível, e nesse caso serve para aumentar a composição de matéria orgânica dos solos. Encontrada nos baixos e várzeas, ou em antigas lagoas atulhadas, a turfa caracteriza-se pela presença abundante de restos ainda conservados de talos e raízes. Já o linhito, muito mais compacto que a turfa, é empregado na siderurgia, como redutor, graças à sua capacidade de ceder oxigênio para a combustão como matéria-prima na carboquímica. Quando o linhito se apresenta brilhante e negro, recebe o nome de azeviche.

A hulha é composta de carbono, restos vegetais parcialmente conservados, elementos voláteis, detritos minerais e água. É empregada tanto como combustível quanto como redutor de óxidos de ferro e, graças às suas impurezas, na síntese de milhares de substâncias de uso industrial. O antracito, última variedade de carvão surgida no processo de encarbonização, caracteriza-se pelo alto teor de carbono fixo, baixo teor de compostos voláteis, cor negra brilhante, rigidez e dificuldade com que se queima, dada sua pobreza de elementos inflamáveis. É usado como redutor em metalurgia, na fabricação de eletrodos e de grafita artificial. Uma de suas principais vantagens consiste em proporcionar chama pura, sem nenhuma fuligem.

O carvão mineral, em qualquer de suas fases, compõe-se de uma parte orgânica, formada de macromoléculas de carbo-

no e hidrogênio e pequenas proporções de oxigênio, enxofre e nitrogênio. Essa é a parte útil, por ser fortemente combustível. A outra parte mineral, contém os silicatos que constituem a cinza. As proporções desses elementos variam de acordo com o grau de evolução do processo de encarbonização: quanto mais avançado, mais alto o teor de carbono na parte orgânica e menor o teor de oxigênio.

Em virtude dessa estrutura complexa e variável, o carvão mineral apresenta diversos tipos. Seu emprego para fins industriais obedece a uma classificação que toma como base a produção de matéria volátil e a natureza do resíduo. Assim, há carvões que se destinam à produção de gás, de vapor ou de coque, que é um carvão amorfo, resultante da calcinação do carvão mineral, e de largo emprego na siderurgia.

Para combustão em caldeira, é preferível o carvão com pequeno teor de cinza e quantidades moderadas de matéria volátil, condições que proporcionam bom rendimento térmico. É preferível que apresente também o mínimo de enxofre e poder calorífico elevado, já que o calor por ele gerado vai ser utilizado diretamente ou transformado em outras formas de energia. Para a produção do coque metalúrgico com propriedades mecânicas para uso em altos fornos, o carvão mineral precisa apresentar propriedades aglomerantes ainda maiores e teores mais baixos de enxofre e cinza.

- turfa: ~ 60% de carbono.
- linhito: ~ 70% de carbono.
- hulha: 80 a 85% de carbono.
- antracito: ~ 90% de carbono.

Tipo	Composição em % de massa		
	Carbono	Hidrogênio	Oxigênio
Turfa	60	5,5	32,0
Linhito	65 a 75	5,0	16 a 25
Hulha	80 a 85	4,5 a 5,5	12 a 21 (sub-betum.) 5 a 20 (betuminoso)
Antracito	90	3,0 a 4,0	4,0 a 5,0

O Brasil possui carvão nos seguintes Estados: São Paulo, Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul. A bacia carbonífera catarinense compreende uma faixa de aproximadamente cem quilômetros de extensão por vinte e cinco quilômetros de largura no sul do Estado. Em Santa Catarina temos o carvão hulha do tipo sub-betuminoso.

3. Beneficiamento

O beneficiamento consiste em processos que visam à redução da matéria inorgânica existente no carvão, melhorando desta forma a qualidade.

O minério bruto, obtido diretamente da mina, sem sofrer nenhum tipo de beneficiamento, é retirado através de correia transportadora, ou vagonetes, e é chamado de Carvão ROM (Run of Mine).

O carvão pré-lavado é o minério que, após sua extração, sofre o primeiro beneficiamento, nas "bocas da mina", ficando com menor quantidade de impurezas.

O carvão sofre, então, nova lavagem e obtêm-se as seguintes frações:

- **carvão metalúrgico** (>28%): utilizado nas indústrias siderúrgicas como agente redutor na obtenção do ferro (16% de cinzas).
- **carvão energético** (>35%): utilizado nas indústrias cimenteiras e nas locomotivas. (42% de cinzas).
- **resíduos** (>2%): carvão com elevado teor de cinzas.
- **outros**: 2,5 a 4,5%.

Materiais minerais (inorgânicos) presentes no carvão:

- argilas
- piritas (o rejeito piritoso é utilizado como matéria prima para fabricação de ácido sulfúrico e ácido fosfórico, empregados na indústria de fertilizantes).
- calcários (o rejeito calcário e argiloso é empregado para a conservação das estradas).
- óxidos: silício, alumínio etc.

4. Pirólise da hulha

A pirólise (destilação seca) da hulha é feita sob aquecimento de, aproximadamente, 1.000 °C e na presença de corrente de ar. Obtêm-se quatro frações, sendo uma gasosa, duas líquidas e uma sólida.

- **fração gasosa**: gás de rua ou gás de iluminação (já serviu para iluminar as ruas e hoje é utilizado na indústria e como combustível doméstico).
  Composição química: H_2 (50%); CH_4 (30%); outros gases (CO, N_2)
- **fração líquida clara ou águas amoniacais**: predomina NH_3 (amônia ou gás amoníaco). É empregada na preparação de fertilizantes (adubos) e ácido nítrico.
- **fração líquida escura** ou **alcatrão da hulha**: mais densa que a fração líquida clara.
  Composição química do alcatrão da hulha: hidrocarbonetos aromáticos, fenóis e aminas aromáticas.
- **fração sólida** ou **coque**: tipo de carvão poroso que atua como agente redutor na produção do ferro na indústria siderúrgica e na produção de gasolina sintética.
  Obs.: nas paredes da retorta fica um depósito de carvão utilizado na fabricação de eletrodos e grafite, denominado de "carvão de retorta".

O alcatrão da hulha passa por um novo processo de destilação de onde se obtêm quatro frações:

- **óleo leve** (benzeno, tolueno).
- **óleo médio** (fenol, naftaleno, xilenos).
- **óleo pesado** (naftóis, fenóis, piridina, quinolina).
- **óleo verde** ou de antraceno (antraceno, fenantreno)

QUÍMICA – FRENTE 1

SÉRIE 5 PETRÓLEO, BIOQUÍMICA E POLÍMEROS

Petróleo

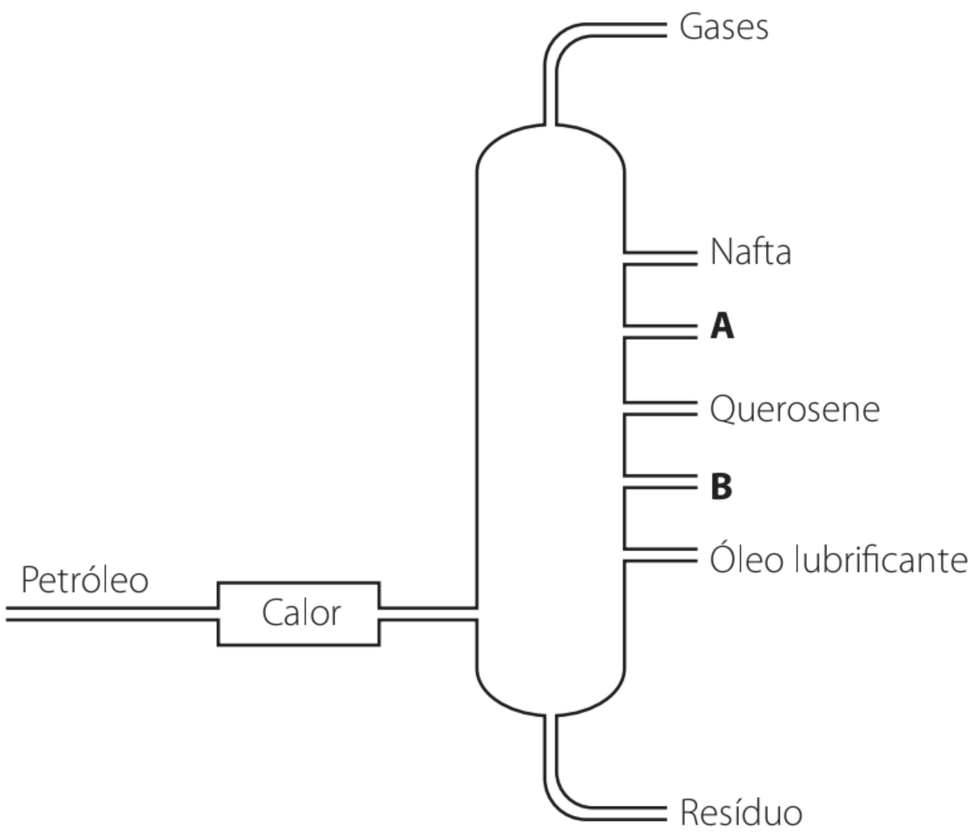
1 **CICLO 2010** Uma das soluções paliativas para o grande vazamento de petróleo no golfo do México foi atear fogo no petróleo que chegava a superfície. O petróleo em chamas produz muito mais fumaça negra do que qualquer um de seus derivados como gasolina, querosene ou óleo diesel. Isso ocorre porque o petróleo bruto:

I. apresenta, em maior proporção, hidrocarbonetos de cadeias maiores.
II. apresenta grandes quantidades de compostos orgânicos oxigenados e sulfurados.
III. apresenta, em maior proporção, hidrocarbonetos aromáticos.

São corretas:

A apenas I
B apenas I e II
C apenas I e III
D apenas II e III
E todas

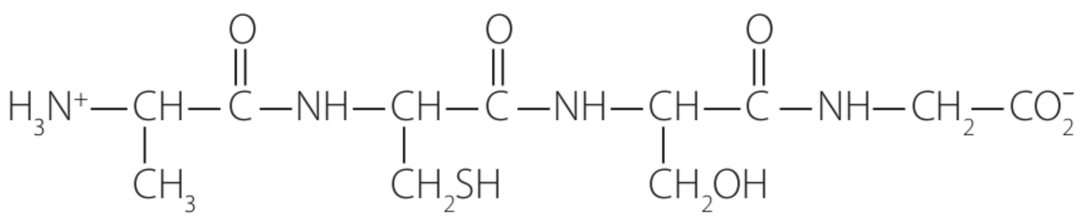
2 **CICLO 2011** O diagrama a seguir representa a destilação fracionada do petróleo.



a) Identifique as frações A e B.
b) Que propriedade das frações permite que sejam separados na coluna?
c) A fração B contém hidrocarbonetos de C_{15} a C_{19}. Estes hidrocarbonetos podem sofrer craqueamento por aquecimento.
c1) Escreva a fórmula molecular do alcano de 19 carbonos.
c2) Escreva a equação para uma possível reação de craqueamento do alcano $C_{16}H_{34}$ tendo como produtos o eteno e o propeno na proporção 2:1 e apenas um outro composto.

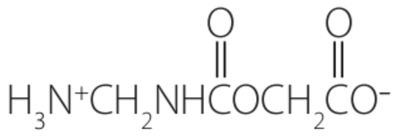
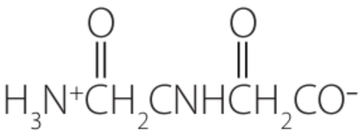
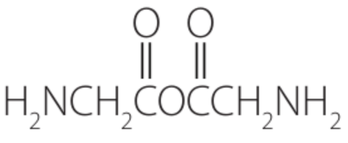
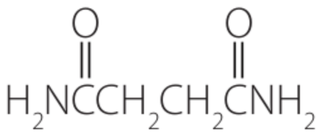
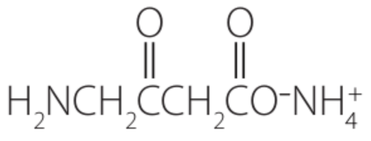
Bioquímica

3 **CICLO 2014** O número total de ligações peptídicas na estrutura mostrada abaixo é:

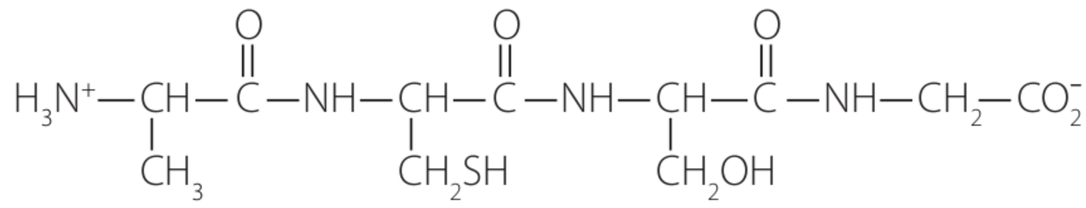


A 1
B 2
C 3
D 4
E 5

4 **CICLO 2011** Qual das seguintes alternativas representa a estrutura correta do dipeptídeo glicilglicina (Gly–Gly)?

A 
B 
C 
D 
E 

5 **CICLO 2013** A estrutura a seguir é de um polipeptídeo.

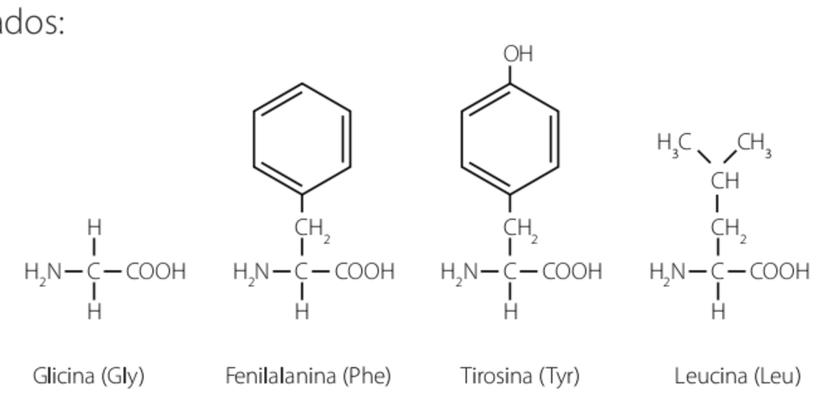


a) Reescreva a estrutura no caderno de resposta e indique as ligações peptídicas.
b) Desenhe a estrutura de todos os aminoácidos formadores deste polipeptídeo.
c) Quantos pentapeptídeos diferentes podem ser formados usando todos os aminoácidos do item b?

6 **CICLO 2010** As encefalinas são pentapeptídeos com ação analgésica produzidas no próprio corpo. Desenhe a fórmula estrutural da encefalina abaixo:

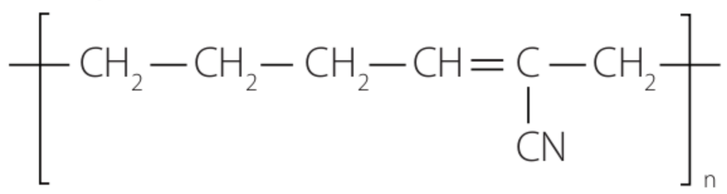
Tyr-Gly-Gly-Phe-Leu

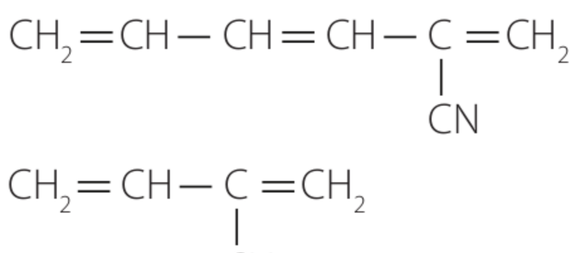
Dados:

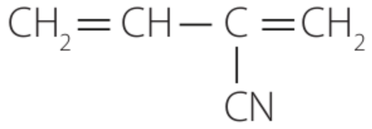


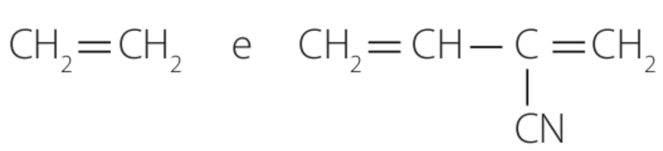
Polímeros

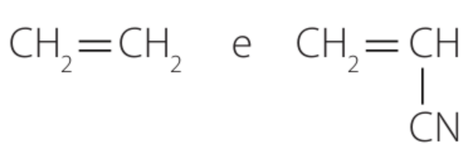
7 **CICLO 2012** Qual dos monômeros ou pares de monômeros das alternativas deve ser usado para obter se o elastômero NBR (figura a seguir)?

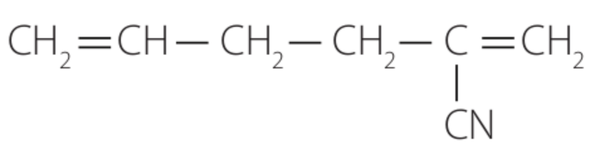


A 

B 

C 

D 

E 

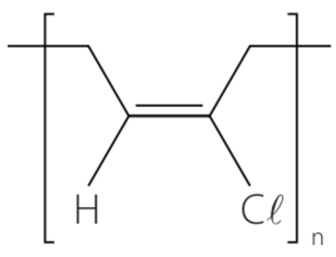
8 **CICLO 2012** Sobre polímeros foram feitas as seguintes afirmações:

I. Poliésteres são formados por reações de condensação.
II. A vulcanização diminuiu o número de ligações π (pi).
III. A alta resistência das poliamidas é devido às ligações de hidrogênios entre suas cadeias.
IV. Polímeros formados por dois monômeros são chamados de copolímeros.

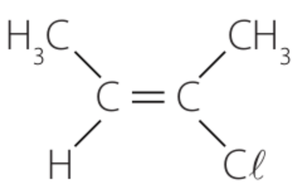
São corretas:

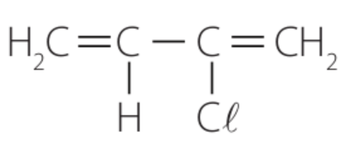
A apenas I e IV.
B apenas I, II e IV.
C apenas II, III e IV.
D apenas I, II e III.
E todas.

9 **CICLO 2015** Qual dos monômeros ou par de monômeros das alternativas deve ser usado para obter se o polímero neopreno?

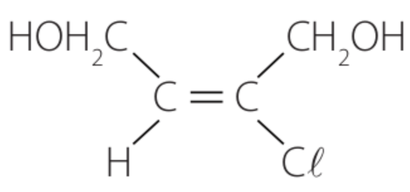


Neopreno

A 

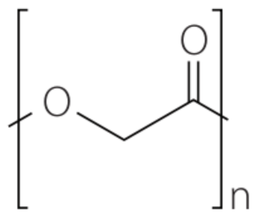
B 

C $H_2C=CH2$ e $H_2C\equiv CHC\ell$

D 

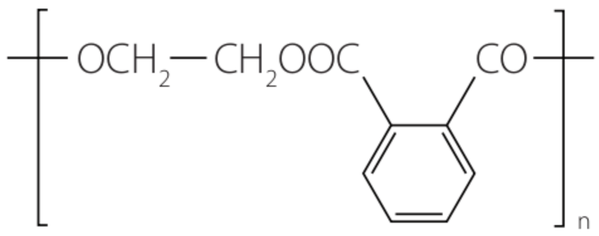
E $H_2C=O$ e $HC\equiv CC\ell$

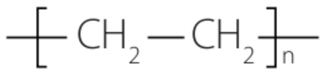
10 **CICLO 2017** Assinale a alternativa que contém o(s) monômero(s) que formam o poliéster cuja unidade de repetição é:

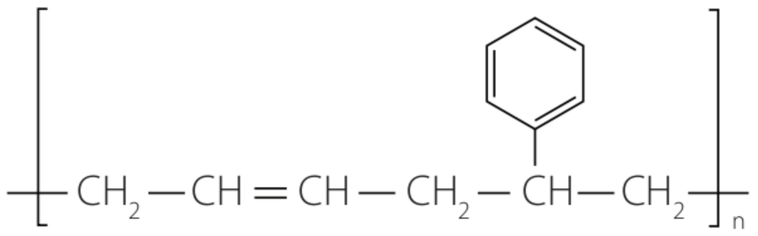


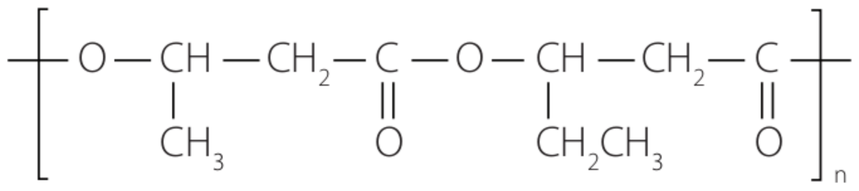
A Ácido hidroxietanoico
B Etanoato de metila
C Metanoato de etila
D Metanol e ácido acético
E Etanol e ácido metanoico

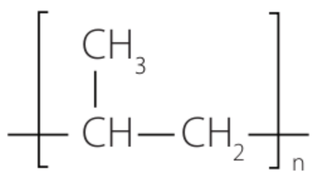
11 **CICLO 2016** Qual dos polímeros a seguir tem o etilenoglicol como um dos monômeros?

A 

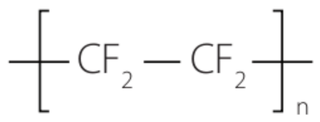
B 

C 

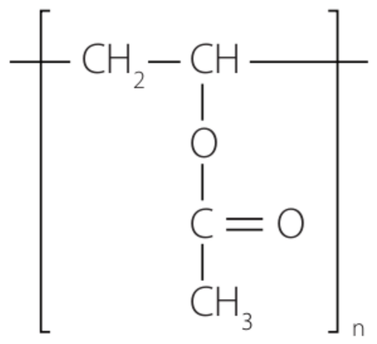
D 

E 

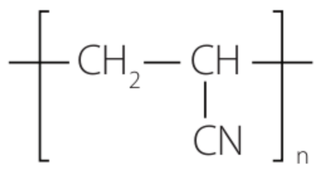
12 **CICLO 2010** Em relação aos polímeros sintéticos representados a seguir, foram feitas as seguintes afirmações:



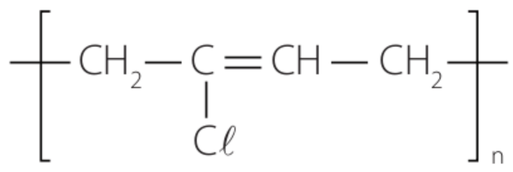
1



2



3



4

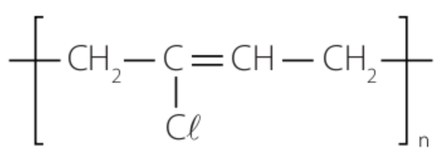
I. O polímero 1, conhecido por teflon, é termofixo, pois não entra em combustão.
II. Entre os polímeros apresentados existe um elastômero que pode ser vulcanizado.
III. A fórmula molecular do monômero do polímero 3 é C_3H_3N e do polímero 4 é C_4H_5Cl.

IV. O polímero 2, conhecido por PVA, é termoplástico e pode reagir com NaOH(aq).

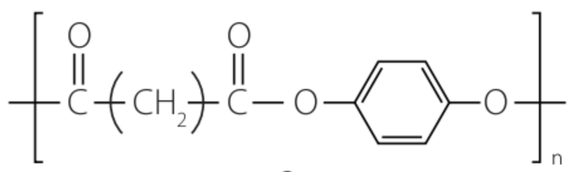
São corretas:

A apenas I e II
B apenas I e III
C apenas II e IV
D apenas II, III e IV
E todas

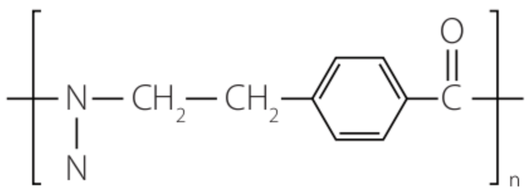
13 **CICLO 2012** Em relação aos polímeros sintéticos representados a seguir, foram feitas as seguintes afirmações:



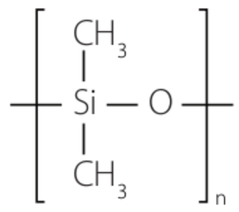
1



2



3



4

I. Apenas um dos polímeros apresentados é copolímero.
II. Entre os polímeros apresentados existe um elastômero que pode ser vulcanizado.
III. O polímero 2 é um poliéster e o polímero 3 é uma poliamida.
IV. O polímero 4 é conhecido por silicone e é termoplástico.

São corretas:

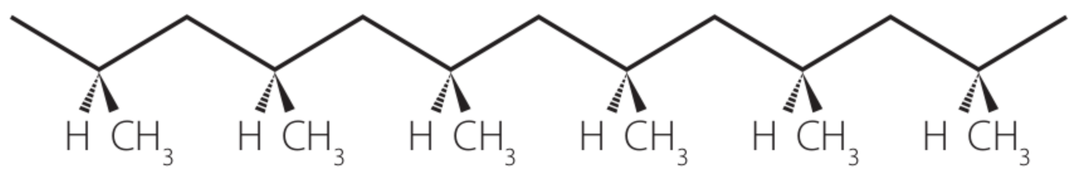
A apenas I e II
B apenas I e III
C apenas I, II e IV
D apenas II, III e IV
E todas

14 **CICLO 2015** A grande maioria do nylon sintetizado no mundo é o nylon-6,6 fabricado a partir do 1,6-diamino-hexano e ácido hexanodióico. Em relação ao exposto responda o que se pede:

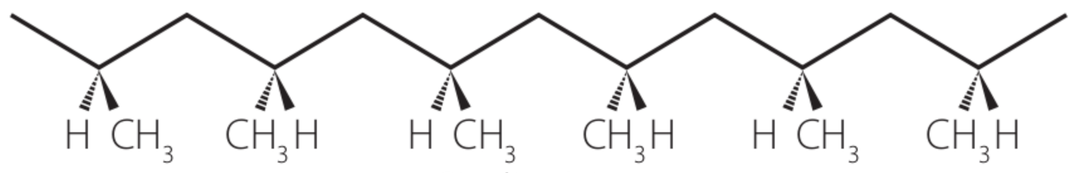
a) O 1,6-diamino-hexano é pouco solúvel em água, mas dissolve em uma solução diluída de ácido clorídrico. Justifique a afirmação utilizando equações químicas.
b) Desenhe a unidade que se repete no nylon-6,6.
c) Explique, em termo de interações entre as cadeias poliméricas, por que o nylon-6,6 é um material bastante resistente a temperatura ambiente, mas enfraquece quando a temperatura aumenta.

15 **CICLO 2014** A indústria de polímeros produz polipropileno a partir do monômero propileno. O polímero obtido possui massa molecular média de $1 \cdot 10^6$ g/mol.

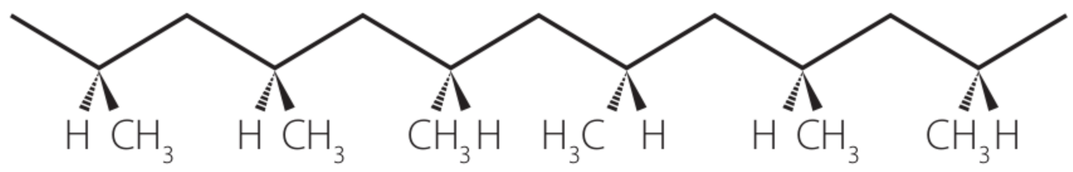
a) Desenhe a fórmula estrutural do propileno.
b) Descreva um teste simples que possa realizado em laboratório que lhe permita diferenciar um alceno de um alcano.
c) Desenhe a fómula estrutural do polipropileno indicando claramente a estrutura que se repete.
d) Quantos monômeros são necessários para se obter um polipropileno com massa molecular $1 \cdot 10^6$ g/mol?
e) O Polipropileno pode existir de três formas diferentes:



Isotático



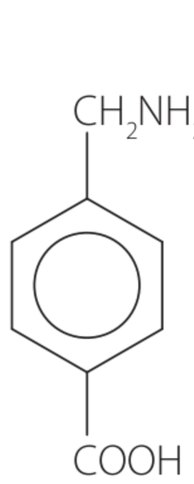
Sindiotático



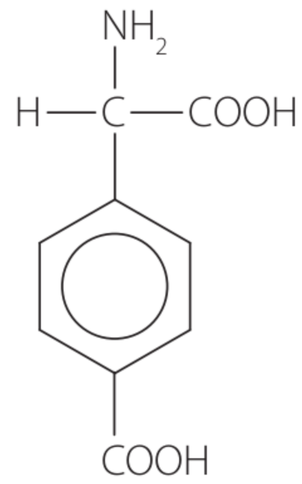
Atático

Qual o tipo de isomeria existente entre eles?

16 **CICLO 2011** As estruturas de dois isômeros, X e Y, são mostradas ao lado:

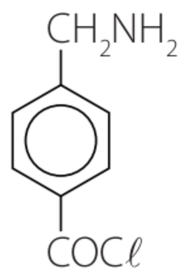


X



Y

a) Um dos isômeros é quiral. Identifique qual é o isômero quiral. Diga qual propriedade física, causada pela quiralidade, permite distinguir os isômeros.
b) O isômero X pode ser convertido no seguinte composto Z:



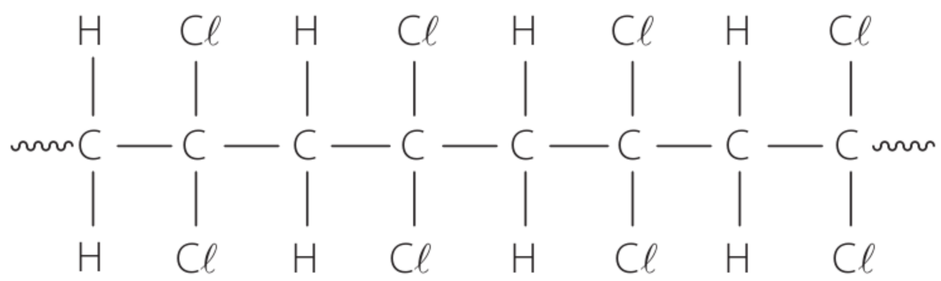
Z

Moléculas do compostos Z podem reagir formando um polímero. Desenhe uma seção do polímero, mostrando pelo menos duas unidades de monômeros e diga qual o outro produto formado na polimerização.

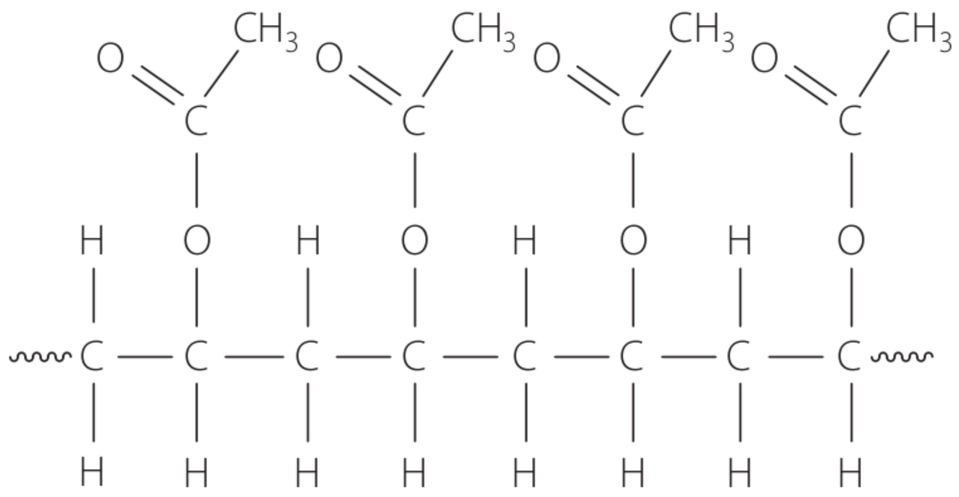
Extras – Polímeros

17 Indique a estrutura do monômero que se utiliza na preparação dos seguintes polímeros:

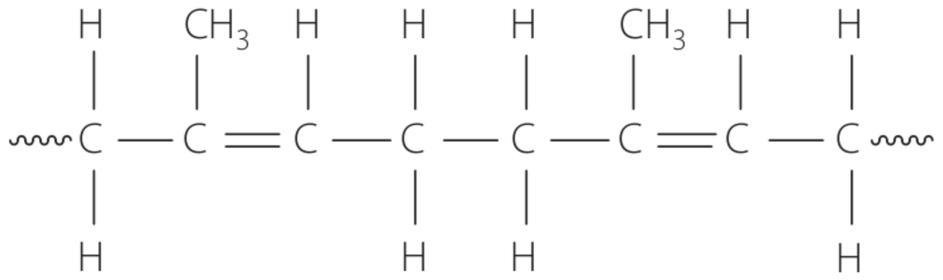
a)



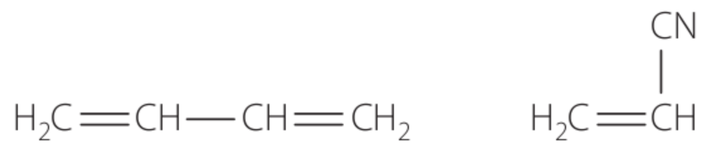
b)



c)

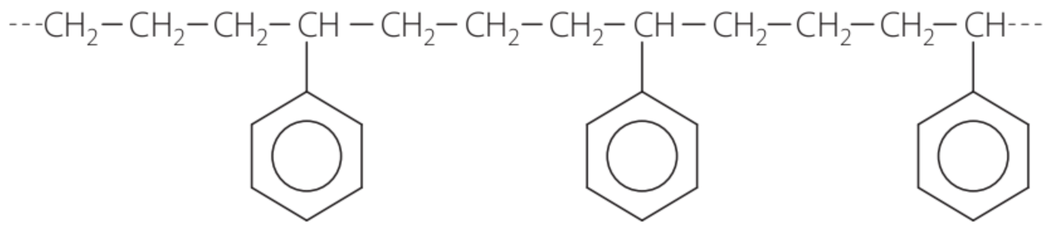


18 Desenhe a estrutura de um polímero de adição e de um copolímero, utilizando os monômeros desenhados abaixo.



19 Exemplifique três polímeros naturais e seus respectivos monômeros.

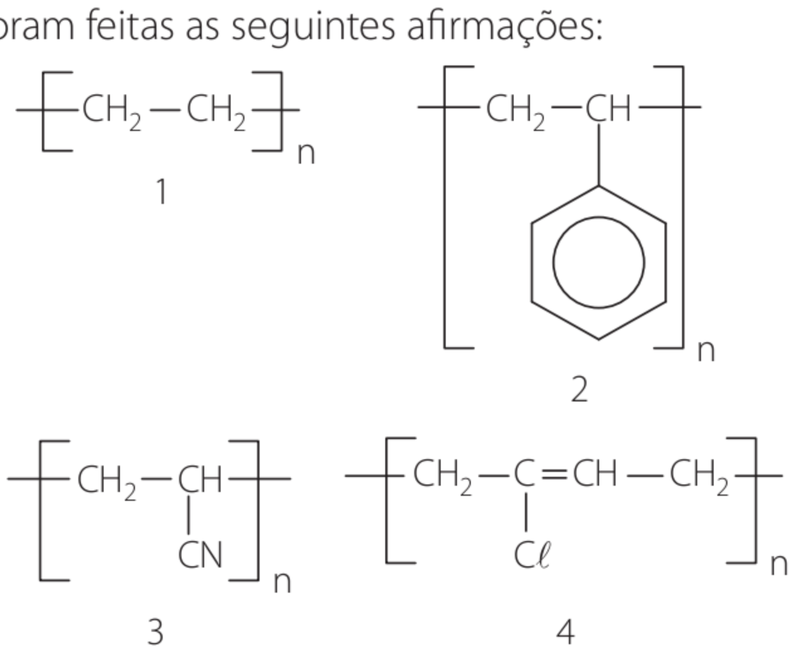
20 Examinando a parte da cadeia de um polímero, representada abaixo:



pode-se afirmar que, possivelmente, trata-se de:

A um copolímero de etileno com o estireno.
B um polímero de 3-fenil-1-propeno.
C um polímero do 2-fenil-1-propeno.
D um copolímero do propeno com o estireno.
E poliestireno.

21 Em relação aos polímeros sintéticos representados a seguir, foram feitas as seguintes afirmações:

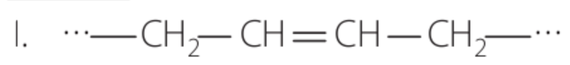


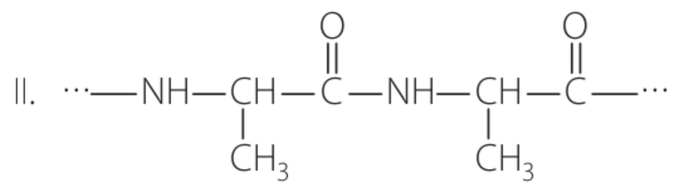
I. O polímero 2 é conhecido por poliestireno e utilizado na fabricação de lã sintética ou acrílico.
II. Entre os polímeros apresentados, existe um elastômero.
III. A fórmula molecular do monômero do polímero 3 é C_3H_3N e do polímero 4 é $C_4H_5C\ell$.
IV. Os polímeros 1 e 2 são hidrocarbonetos e suas aplicações incluem, entre outras, objetos moldados, brinquedos, sacos plásticos, copos descartáveis, boias e isolantes térmicos.

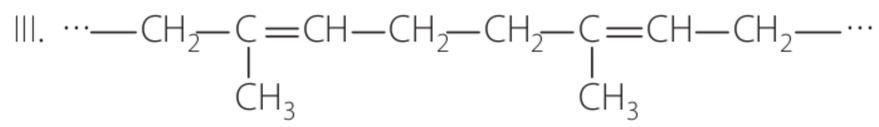
São corretas:

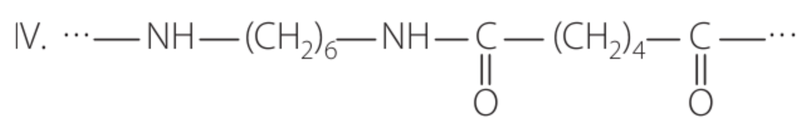
A apenas I e II.
B apenas I e III.
C apenas II e IV.
D apenas II, III e IV.
E todas.

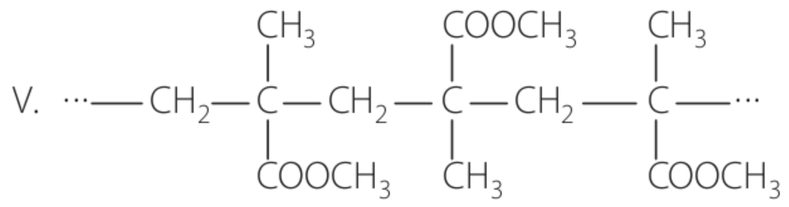
22 São dadas as estruturas poliméricas a seguir:

I. 

II. 

III. 

IV. 

V. 

Qual das afirmações seguintes está certa?

A I resulta da polimerização do etileno.
B II não se altera quando fervido com solução aquosa de ácido clorídrico.
C III é um polímero natural.
D IV é fabricado a partir de 1,6-diamino-hexano e ácido butanodioico.
E V é o acetato de polivinila.

Por que a afirmação "D" está certa ou errada? Escreva a equação química da preparação de IV. A que função orgânica pertence o polímero IV e qual é o seu nome comercial?

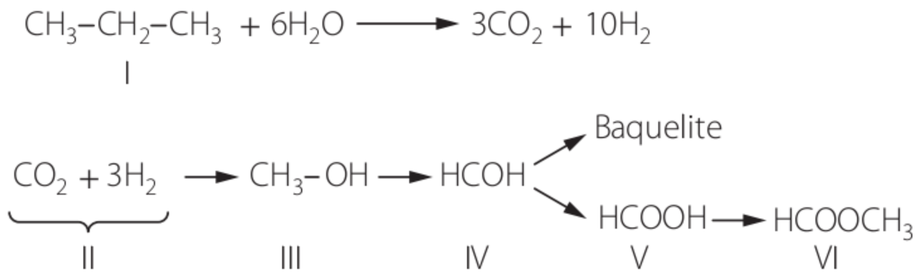
23 A substância (I) é um produto do metabolismo animal e foi o primeiro composto orgânico obtido diretamente de um único composto inorgânico. (I) também pode ser obtido pelo aquecimento de dióxido de carbono e amoníaco gasoso, sob pressão. O composto (I) contém C, H, N e O e é empregado como fertilizante agrícola. Da reação entre (I) e formaldeído, seguida de polimerização, obtém-se um produto bastante usado na indústria.

Assinale a fórmula molecular de (I).

A CH_4N_2O
B $C_2H_5NO_2$
C $C_2H_6N_2O$
D $C_3H_7NO_2$
E $C_4H_8N_2O_3$

Dê a fórmula estrutural de (I) e esquematize parte de uma estrutura possível do polímero citado no texto.

24 Considere a seguinte sequência esquemática de reações:



Qual das seguintes afirmações é falsa?

A O composto I foi oxidado a CO_2 pela água.

B A conversão da mistura II no composto III ocorre com velocidade apreciável mesmo na ausência de catalisador.

C Baquelite é o nome do plástico que resulta da reação do composto IV com fenol.

D Dos compostos representados, apenas V e CO_2 são capazes de colorir de vermelho o papel de tornassol.

E O composto VI resulta da reação entre III e V, e a velocidade dessa reação somente é apreciável se o meio em que ela ocorre for ácido ou alcalino.

Gabarito

1. C

2. a) A = gasolina; B = óleo diesel

b) As diferentes temperaturas de ebulição das diversas frações permitem que sofram condensação em diferentes alturas da coluna.

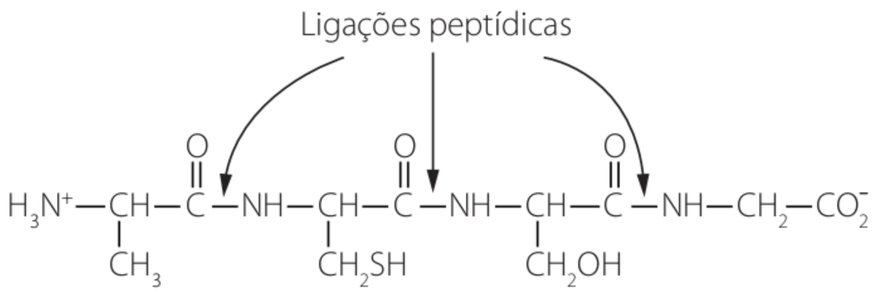
c1) $C_{19}H_{40}$

c2) $C_{16}H_{34} \rightarrow 2\,C_2H_4 + C_3H_6 + C_9H_{20}$

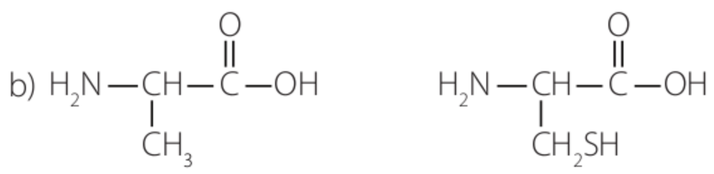
3. C

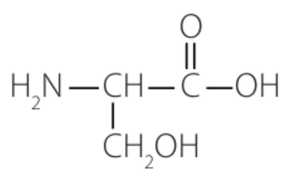
4. B

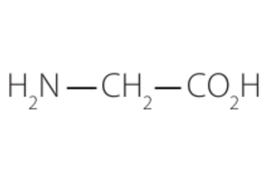
5. a)



b)

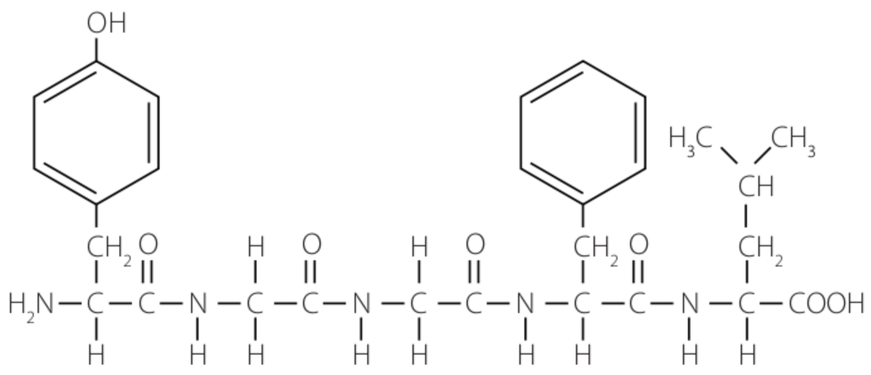






c) 240 pentapeptídeos

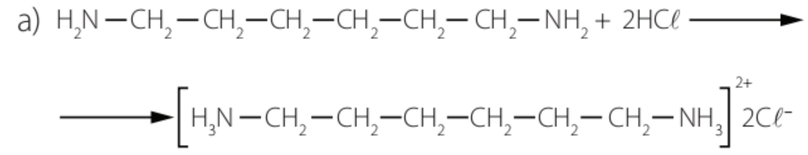
6.



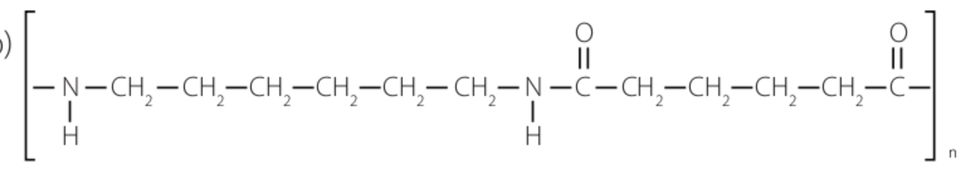
7. C **9.** B **11.** A **13.** E

8. E **10.** A **12.** D

14. a)



b)

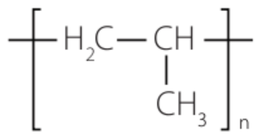


c) O nylon é um polímero termoplástico. As cadeias poliméricas adjacentes se unem por meio de ligações de hifrogênio, que conferem a esse material grande resistência de tração. O aumento da temperatura quebra as ligações de hidrogênio e permite as cadeias deslizarem entre si.

15. a) $H_2C=CH-CH_3$

b) Os alcenos reagem rapidamente com Br_2 através de uma reação de adição. Os alcanos também reagem, no entanto a reação é de substituição é só acontecem na presença de luz UV ou calor. Um teste simples seria adicionar algumas gotas de solução de bromo ao líquido em questão, se a cor do bromo desaparecer imediatamente podemos afirmar que o líquido é um alceno.

c)

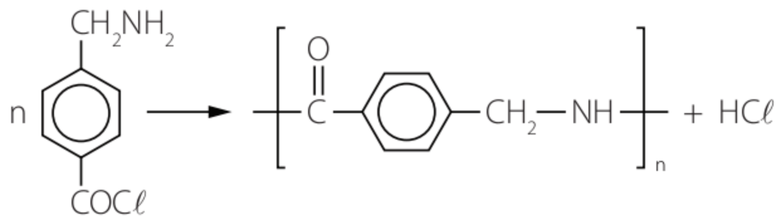


d) $n \cdot 42\ g/mol = 1 \cdot 10^6\ g/mol \ \therefore\ n \cong 23.810$

e) Isomeria óptica.

16. a) O isômero quiral é o Y. A propriedade física que permite distingui-lo tanto do isômero X quanto do seu enantiômero é o desvio da luz polarizada.

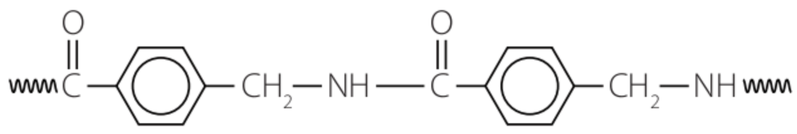
b) A reação de polimerização de Z é dada por:



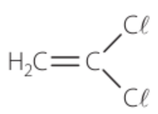
Z

Portanto, o outro produto formado é o ácido clorídrico.

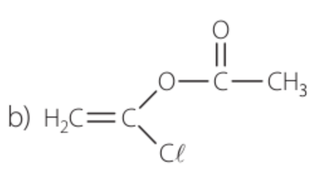
Seção do polímero com duas unidades do monômero:



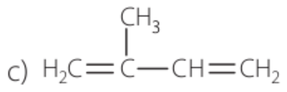
17. a)



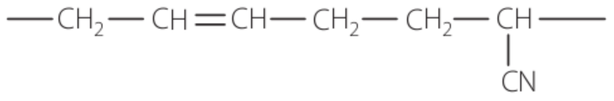
b)



c)



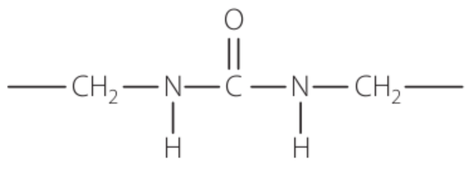
18.



19. Proteínas (aminoácidos); Amido (glicose); Celulose (glicose)

20. A **21.** D **22.** C

23. A



24. E

QUÍMICA – FRENTE 2

SÉRIE 6 QUÂNTICA E DESCRITIVA

Quântica

1 **CICLO 2010** Considere as seguintes afirmações:

I. Na transformação $C\ell F_3 + AsF_5 \rightarrow C\ell F_2 + AsF_6^-$ o $C\ell$ altera sua hibridação de sp^3d para sp.

II. Na teoria da ligação pela valência para que uma ligação covalente entre dois átomos ocorra; deve ocorrer uma sobreposição dos orbitais destes átomos; sendo que cada um dos orbitais deve conter dois elétrons.

III. As moléculas polares em presença de um campo elétrico externo apresentam certa orientação. Os compostos CH_2Br_2 e SF_4 não possuem o comportamento descrito.

São corretas

A I, II e III
B I e II
C apenas III
D apenas II
E nenhuma

2 **CICLO 2014** Os elementos do grupo 15, os pnictogênios, apresentam uma série de compostos de fórmula semelhante. Um exemplo disso são NH_3, PH_3 e AsH_3. O ângulo aproximado das ligações entre o pnictogênio e o hidrogênio em cada uma dessas substâncias é, respectivamente: 107°, 93° e 91°. Sobre esses compostos:

I. Todos possuem geometria piramidal.

II. Todos podem fazer ligações de hidrogênio quando puros.

III. A diferença dos ângulos de ligação pode ser explicada pelo fato de amônia usar orbitais híbridos sp^2 e os demais usarem orbitais p quase puros em suas ligações.

Estão corretas:

A I
B I e II
C I e III
D II e III
E I, II e III

3 **CICLO 2013** Qual das seguintes afirmações não está de acordo com a teoria de hibridação de orbitais?

A Apenas os orbitais presentes na camada de valência são hibridados.
B Os orbitais que hibridam têm aproximadamente a mesma energia.
C A promoção de um elétron não é condição essencial para que ocorra a hibridação.
D Nem sempre a hibridação ocorre com orbitais semipreenchidos, em alguns casos mesmo orbitais completos podem participar da hibridação.
E Orbitais atômicos puros são mais efetivos em formar ligações estáveis que orbitais híbridos.

4 **CICLO 2010** Considere as seguintes afirmações

I. A molécula XBr_3 pode ter momento dipolar nulo quando X for o $A\ell$.

II. o número de orbitais vazios na camada de valência do átomo central da molécula do hexafluoreto de enxofre (SF_6) é zero.

III. A estabilidade do cristal iônico, face à dissociação de íons no estado gasoso, aumenta de $MgI_2(s)$ para $MgC\ell_2(s)$.

São corretas:

A todas
B apenas I e II
C apenas I e III
D apenas II e III
E apenas III

5 **CICLO 2014** Qual das seguintes configurações pode representar o carbono no estado fundamental?

A $1s^2\ 2s^1\ 2p_x^1\ 2p_y^1\ 2p_z^1$
B $1s^2\ 2s^2\ 2p_x^1\ 2p_y^0\ 2p_z^1$
C $1s^2\ 2s^2\ 2p_x^2$
D $1s^2\ 2s^1\ 2p_x^2\ 2p_y^1$
E $1s^2\ 2s^2\ 2p_x^1\ 2p_y^1\ 2p_z^1$

6 **CICLO 2017** Considere as seguintes configurações eletrônicas e respectivas energias da espécie atômica (A), na fase gasosa, na forma neutra, aniônica ou catiônica, no estado fundamental ou excitado:

I. $ns^2\ np^5\ (n+1)s^2$; E_I
II. $ns^2\ np^6\ (n+1)s^1\ (n+1)p^1$; E_{II}
III. $ns^2\ np^4\ (n+1)s^2$; E_{III}
IV. $ns^2\ np^5$; E_{IV}
V. $ns^2\ np^6\ (n+1)s^2$; E_V
VI. $ns^2\ np^6$; E_{VI}
VII. $ns^2\ np^5\ (n+1)s^1\ (n+1)p^1$; E_{VII}
VIII. $ns^2\ np^6\ (n+1)s^1$; E_{VIII}

Sabendo que $|E_I|$ é a energia, em módulo, do primeiro estado excitado do átomo neutro (A), assinale a opção CORRETA.

A $|E_{III} - E_{VI}|$ pode representar a energia equivalente a transição de um (01) elétron do cátion (A^+).
B $|E_{II} - E_V|$ pode representar a energia equivalente a uma ionização de um elétron p do ânion (A^-).
C $|E_{IV} - E_{VI}|$ pode representar a energia equivalente à ionização do cátion (A^+).
D $|E_{II} - E_{VIII}|$ pode representar a energia equivalente à afinidade eletrônica do átomo neutro (A).
E $|E_{VII} - E_{VIII}|$ pode representar a energia equivalente a uma excitação eletrônica do ânion (A^-).

7 **CICLO 2016** Julgue as afirmações abaixo e escolha a alternativa que apresenta as afirmações corretas:

I. Retirar o elétron mais energético do $_4Be^-$, no estado fundamental, é mais fácil que retirar o elétron mais energético do $_5B$, no estado fundamental, devido à diferença de tamanho entre estas espécies.

II. A retirada do elétron mais energético do $_6C$ no estado fundamental é mais difícil que a retirada do elétron mais energético do $_{14}Si$, no estado fundamental, devido à diferença no nível eletrônico desses elétrons.

III. A retirada do elétron mais energético de um átomo no estado fundamental é mais fácil que a retirada do mesmo elétron do mesmo átomo no estado excitado devido ao elétron no estado excitado ter um conteúdo energético maior.

A Todas
B I e II apenas
C I e III apenas
D II e III apenas
E nenhuma

8 **CICLO 2011** O hidrogênio foi reconhecido como um elemento químico em 1766 por Henry Cavendish. Mais tarde Antoine Lavoisier daria o nome pelo qual o conhecemos.
Foi um átomo estudado intensamente por servir de modelo quântico para outras moléculas diatômicas e poliatômicas.
Assim, um átomo de hidrogênio, com o elétron inicialmente no estado fundamental, é excitado para um estado com número quântico principal (n) igual a 4. Nesse sentido, observe as afirmações a seguir:

I. Este estado excitado apresenta a mesma energia tanto para o hidrogênio quanto para o He^+, pois são isoeletrônicos e a energia do elétron só depende do valor do n.

II. A distância média do elétron ao núcleo será menor no estado excitado do que no estado fundamental.

III. Será necessário fornecer mais energia para ionizar o átomo a partir deste estado excitado do que para ionizá-lo a partir do estado fundamental.

IV. A energia necessária para excitar um elétron do estado com $n = 4$ para um estado com $n = 5$ é a mesma para excitá-lo do estado com $n = 1$ para um estado com $n = 2$.

V. O comprimento de onda da radiação emitida quando este elétron retornar para o estado fundamental será igual ao comprimento de onda da radiação absorvida para ele ir do estado fundamental para o mesmo estado excitado.

É(São) correta(s) apenas:

A Apenas I, II e V
B Apenas II e IV
C Apenas III, V
D Apenas III e IV
E Apenas V

9 **CICLO 2015** Sobre o átomo de Bohr considere as seguintes afirmações:

I. Os elétrons circulam em órbitas elípticas ao redor do núcleo positivo;

II. Ao mudar de órbita o elétron absorve ou libera um quantum de energia que corresponde à diferença de energia entre as órbitas;

III. O momento angular do elétron é quantizado e corresponde a $\frac{nh}{2\pi}$ onde n é a órbita e h a constante de Planck;

IV. A energia da quinta órbita de Bohr para o $_3Li^{2+}$ é de –1,51 eV.

Estão corretas as afirmações:

A I e II, apenas
B I, II e III, apenas
C II e III, apenas
D II e IV, apenas
E I, II, III e IV

10 **CICLO 2013** A dualidade do elétron foi proposta por

A Heisenberg
B Bohr
C Rutherford
D De Broglie
E Millikan

11 **CICLO 2013** A transição que corresponde a uma emissão no infravermelho no modelo de Bohr é:

A $n_2 \rightarrow n_5$
B $n_3 \rightarrow n_4$
C $n_5 \rightarrow n_3$
D $n_5 \rightarrow n_2$
E $n_5 \rightarrow n_1$

12 **CICLO 2014** Considere o íon Li^{2+}. A energia necessária para retirar o último elétron, supondo que ele esteja no nível 2 é:

A 13,6 eV
B 27,2 eV
C 30,6 ev
D 40,8 eV
E 122,4 eV

13 **CICLO 2013** A energia cinética de um elétron, na segunda órbita de um átomo de hidrogênio, no modelo de Bohr, pode ser calculada pela expressão:

Dado: a_0 é o raio de Bohr

A $\frac{h^2}{4\pi^2 ma_0^2}$
B $\frac{h^2}{16\pi^2 ma_0^2}$
C $\frac{h^2}{16\pi^2 m^2 a_0^2}$
D $\frac{h^2}{32\pi^2 ma_0^2}$
E $\frac{h^2}{32\pi^2 m^2 a_0^2}$

14 **CICLO 2016** As transições eletrônicas podem ocorrer de várias maneiras, e cada uma delas pode estar relacionada a uma certa quantidade de energia. Considere as seguintes transições eletrônicas

Espécie química	Transição	Emite ou absorve
$^{3}He^{+}$	de (n = 3) para (n = 1)	λ_1
$^{4}He^{+}$	de (n = 3) para (n = 1)	λ_2
H	de (n = 3, $\ell = 1$) para (n = 1, $\ell = 0$)	λ_3
H	de (n = 1, $\ell = 0$) para (n = 3, $\ell = 0$)	λ_4
H	de (n = 5) para (n = 3)	λ_5

Considere os seguintes itens

I. $\lambda_1 = \lambda_2$

II. $\lambda_2 = \lambda_3$

III. $\lambda_3 = \lambda_4$

IV. $\lambda_4 < \lambda_5$

V. Apenas λ_5 é absorvido

Está (ão) CORRETO (S)

A I **C** I e III **E** V

B I e II **D** IV

15 **CICLO 2015** Considerando o modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio e as expressões matemáticas que podemos deduzir a partir de seus postulados, calcule:

a) o momento angular do elétron na quarta órbita;

b) a energia total do elétron nessa órbita;

c) a energia cinética do elétron nessa órbita.

16 **CICLO 2013** Em 1913 Bohr postulou que o momento angular do elétron, em qualquer nível de energia, é $\frac{n \cdot h}{2\pi}$.

A mecânica clássica fornece, para o elétron o momento angular: $m \cdot v \cdot r$.

Segundo Borh esses momentos são iguais. A partir dessa informação, e de outras que julgar necessárias, deduza a expressão de energia total de um elétron num nível n qualquer e use-a para calcular a energia de ionização do processo abaixo

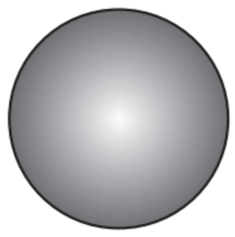
$$Be^{3+} \rightarrow Be^{4+} + e^{-}$$

Não serão aceitos cálculos da energia de ionização com equações conhecidas "a priori".

17 **CICLO 2011** Sobre a estrutura atômica, analise as seguintes afirmativas:

I. Elétrons energeticamente excitados podem ser produzidos quando uma descarga elétrica passa através de um gás ou vapor ou quando um elemento é exposto a uma chama quente.

II. A representação do átomo de hidrogênio mostrada a seguir pretende evidenciar a impossibilidade de se definir a trajetória do elétron.



III. Nos átomos hidrogenóides, todos os orbitais com mesmo valor de n, mas diferentes valores de ℓ e m_ℓ, possuem energia diferentes.

IV. Orbitais que possuem a mesma energia são chamados de orbitais degenerados.

V. No estado fundamental, um átomo adota a configuração eletrônica com o maior número de elétrons emparelhados.

São corretas apenas as afirmativas:

A I, II e IV **D** III, IV e V

B I, II e V **E** IV e V

C II e IV

18 **CICLO 2011** A figura 1 representa um pedaço da Tabela Periódica em que as letras não correspondem a símbolos químicos.

T	R	Q
	X	

Fig. 1

Sabendo que, na configuração eletrônica de menor energia:

– o átomo R possui 5 elétrons de valência;

– um dos elétrons de valência do átomo X ocupa uma orbital cujos números quânticos, n e ℓ, têm os valores n = 3 e $\ell = 1$;

selecione a afirmação que não está correta.

A O raio atômico do elemento Q é menor do que o raio do íon Q^{2-}.

B Os íons, R^{3-} e Q^{2-} são isoeletrônicos.

C A afinidade eletrônica do R é menor do que a afinidade eletrônica do T

D A configuração eletrônica $1s^2\ 2s^2\ 2p^3$ pode representar um estado excitado do átomo R

E A energia de ionização do X é maior do que a do R

19 **CICLO 2013** O orbital vazio de menor energia no BF_3 é:

A um orbital 2s localizado no B

B um orbital 2p localizado no B

C um orbital 2p localizado no F

D um orbital sp^2 localizado no B

E um orbital sp^3 localizado no F

20 **CICLO 2015** Entre as afirmações abaixo, sobre orbitais no átomo de hidrogênio, assinale a única ERRADA:

A Orbital do tipo 2s possui um plano nodal.

B Orbital do tipo 2p possui um plano nodal.

C Orbital do tipo 3s possui 3 superfícies nodais.
D Orbital do tipo 5f tem 3 nós angulares e um nó radial.
E O número quântico principal indica o número de superfícies nodais do orbital.

21 **CICLO 2015** Um orbital com dois nós angulares e dois nós radiais será do tipo:

A 2p
B 3d
C 4s
D 5s
E 5d

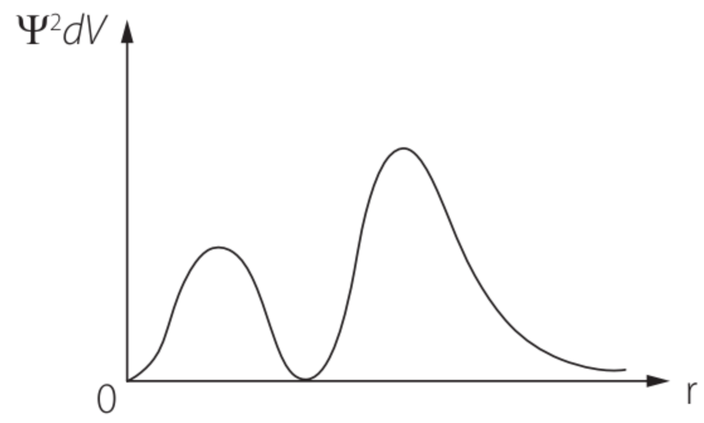
22 **CICLO 2010** Considere as seguintes afirmações:

I. O número de nodos esféricos encontrados nos orbitais do tipo "s" é obtido por (n – 1), onde "n" corresponde ao número quântico principal
II. O princípio de Heisenberg afirma que, se quisermos conhecer a energia de um dado objeto macroscópico, com pequena inexatidão, devemos nos contentar com uma inexatidão relativamente grande na posição do objeto no espaço.
III. A experiência de Rutherford evidenciou, que o núcleo do átomo era formado por prótons e nêutrons, razão pela qual a massa do átomo está concentrada praticamente em seu núcleo

São corretas:

A Todas
B I e II
C I e III
D II e III
E apenas I

23 **CICLO 2016** O gráfico abaixo, que mostra a densidade de probabilidade ($\psi^2 dV$) de localizar um elétron em função da distância ao núcleo (r), refere-se ao orbital



A 3d
B 2p
C 3s
D 3p
E 4s

24 **CICLO 2014** De acordo com o modelo do orbital molecular o número de pares de elétrons desemparelhados e a ordem de ligação no íon superóxido $(O_2)^-$ é:

	elétrons desemparelhados	ordem de ligação
A	1	0,5
B	1	1,5
C	1	2,5
D	2	1
E	2	2

25 **CICLO 2014** Um dos principais trunfos da Teoria dos Orbitais Moleculares foi explicar o paramagnetismo do O_2, fenômeno que não podia ser explicado usando as estruturas de Lewis ou a Teoria de Ligação de Valência. Considere a ordem de energia para os orbitais moleculares até o nitrogênio:

$$\sigma 1s,\ \sigma^* 1s,\ \sigma^* 2s,\ \sigma^* 2s \left|\begin{matrix}\pi\ 2p_y \\ \pi\ 2p_z\end{matrix}\right|,\ \sigma 2p_x,\ \left|\begin{matrix}\pi^*\ 2p_y \\ \pi^*\ 2p_z\end{matrix}\right|,\ \sigma^* 2p_x, \cdots$$

Considere as espécies: N_2, N_2^+, N_2^{2+}, N_2^{2-}.

a) Escreva a estrutura de Lewis de cada espécie;
b) Escreva a distribuição eletrônica para as espécies;
c) Coloque as espécies do item anterior em ordem **crescente** de comprimento de ligação. Justifique calculando a ordem de ligação de cada espécie.
d) Verifique se alguma das espécies é paramagnética e justifique.

26 **CICLO 2011** O ozônio reage como o dióxido de nitrogênio para dar oxigênio e pentóxido de dinitrogênio, segundo a equação:

$$O_3 + 2NO_2 \longrightarrow O_2 + N_2O_5$$

O mecanismo proposto para essa reação envolve duas etapas:

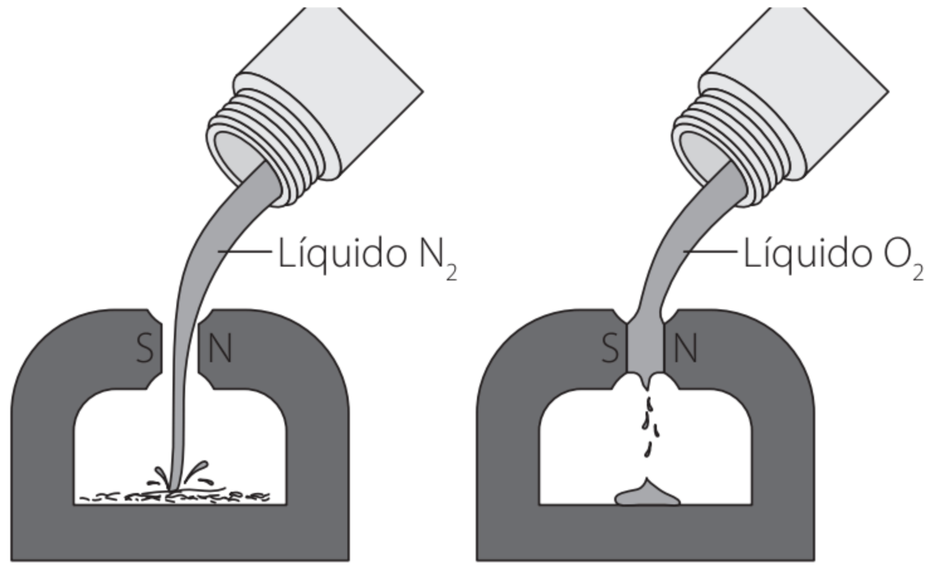
1ª etapa: $O_3 + NO_2 \rightarrow NO_3 + O_2$ (lenta)

2ª etapa: $NO_3 + NO_2 \rightarrow N_2O_5$ (rápida)

a) Escreva as formulas eletrônicas do NO_2 e N_2O_5 indicando a hibridação do nitrogênio
b) As ligações oxigênio – oxigênio no O_2 e no O_3^- apresentam o mesmo comprimento? Justifique

27 **CICLO 2010** Escreva a fórmula eletrônica do $XeOF_4$ e justifique utilizando diagrama de orbital: em que tipo de orbitais moleculares σ, orbitais moleculares π ou orbitais não ligantes os elétrons de valência do Xe então no composto $XeOF_4$.

28 **CICLO 2014** A figura abaixo representa um experimento para demonstrar as propriedades magnéticas das substâncias moleculares.



Sobre esse experimento são feitas as seguintes afirmações:

I. N_2 é paramagnético e O_2 é diamagnético.
II. N_2 é diamagnético e O_2 é paramagnético.
III. As propriedades magnéticas do oxigênio líquido podem ser explicadas usando a Teoria dos Orbitais Moleculares.

IV. As propriedades magnéticas do oxigênio líquido podem ser explicadas usando a Teoria da Ligação de Valência.

Estão corretas:

A I e III
B I e IV
C II e IV
D II e III
E II, III e IV

29 **CICLO 2014** Comparando as moléculas diatômicas B_2, C_2, N_2, O_2, e F_2 são diamagnéticas:

A C_2, N_2 e F_2
B C_2, N_2, O_2, e F_2
C B_2, C_2, N_2, O_2, e F_2
D B_2, C_2, N_2 e F_2
E B_2 e O_2

30 **CICLO 2013** Qual das espécies a seguir é diamagnética no estado fundamental?

A O_2^{2-}
B O_2^{-}
C O_2
D O_2^{+}
E NO

Descritiva

31 **CICLO 2015** Bauxita, pirolusita e cassiterita contêm, respectivamente:

A $A\ell_2O_3$, PbO e CaO
B $A\ell_2O_3$, SnO e CaO
C $A\ell_2O_3$, MnO2 e SnO_2
D BaO, MnO_2 e SnO_2
E BaO, SnO_2 e MnO_2

32 **CICLO 2011** Qual das opções abaixo contém a afirmação falsa?

A CrO_3 é um óxido menos ácido do que o Cr_2O_3.
B Para obter $HC\ell$ gasoso basta juntar H_2SO_4 a sal de cozinha a frio.
C Vidros para garrafas e janelas são obtidos fundindo juntos sílica, calcário e barrilha.
D Solução de soda cáustica não deve ser armazenada em recipientes constituídos por sílica, devido à formação de silicatos de sódio, que são solúveis em água.
E Enquanto os óxidos dos metais alcalinos e dos metais alcalinos terrosos pulverizados costumam ser brancos, os óxidos dos metais de transição são, em sua maioria, coloridos.

33 **CICLO 2012** O alumínio é o terceiro elemento mais abundante na crosta terrestre depois do oxigênio e do silício. Tem grande aplicação industrial, sendo utilizado na fabricação de recipientes, embalagens, na construção civil e na indústria aeroespacial, entre outros usos. Com relação às propriedades do alumínio, pode-se afirmar que:

I. forma o íon $A\ell^{3+}$ que é paramagnético;
II. seu íon $A\ell^{3+}$ tem forte efeito polarizante;
III. pode ser obtido pela eletrólise ígnea da bauxita;
IV. seus haletos agem como Ácidos de Lewis.

São corretas apenas as afirmações:

A II e IV.
B III e IV.
C I, II e III.
D I, II e IV.
E II, III e IV.

34 **CICLO 2012** O *smog* fotoquímico é um problema ambiental que ocorre em grandes centros urbanos. O poluente primário e sua principal fonte são:

A O CO_2 e as reações de combustão.
B Os NO_x e a queima de combustíveis.
C Os SO_x e a queima de combustíveis fósseis.
D O O_3 e a queima de combustíveis.
E Os CFC proveniente dos gases de refrigeração.

35 **CICLO 2010** Analise as afirmações:

I. Soluções aquosas de HF não devem ser guardadas em vidro, devido a formação de $SiF_{2(g)}$.
II. O ácido muriático é uma solução aquosa concentrada de ácido clorídrico. O termo muriático significa proveniente do sal, já que a obtenção de $HC\ell$ na Idade Média era feita a partir da mistura de óleo de vitríolo (H_2SO_4) e sal de cozinha.
III. O ácido sulfúrico, quando muito concentrado, tem poder desidratante muito acentuado e caráter ácido insignificante. À medida que vai sendo diluído em água, aumenta o caráter ácido e diminui o poder desidratante. É bastante fixo e bom agente oxidante.
IV. O sangue do diabo, brincadeira em que uma solução aquosa de fenolftaleína com hidróxido de amônio perde a cor quando jogada na roupa das pessoas, pode ser feita substituindo hidróxido de amônio por hidróxido de potássio, pois o efeito gerado é o mesmo.
V. Hidróxido de alumínio pode ser utilizado como antiácido estomacal, e como floculador em estações de tratamento de água.

Está(ão) **errada**(s):

A nenhuma
B apenas I, II e III
C apenas I, II e IV
D apenas I e IV
E apenas III e V

36 **CICLO 2010** Considere as seguintes afirmações:

I. CS_2, SO_2, CH_4, H_2O, XeF_4 estão em ordem decrescente de ângulo de ligação ao redor do átomo central.
II. Os vidros são substâncias inorgânicas consideradas como líquidos super-resfriados que não cristalizam. Sobre a composição química e a resistência ao ataque por ácidos e bases, pode-se afirmar que o vidro é composto majoritariamente por alumina, e não resiste ao ataque por HF.

III. CBr_4 possui temperatura de ebulição maior do que o $CC\ell_4$ porque a distância média entre os elétrons de valência e o núcleo no átomo Br é maior do que a distância média dos elétrons do $C\ell$ e seu núcleo.

São corretas

A todas
B I e II
C I e III
D II e III
E apenas I

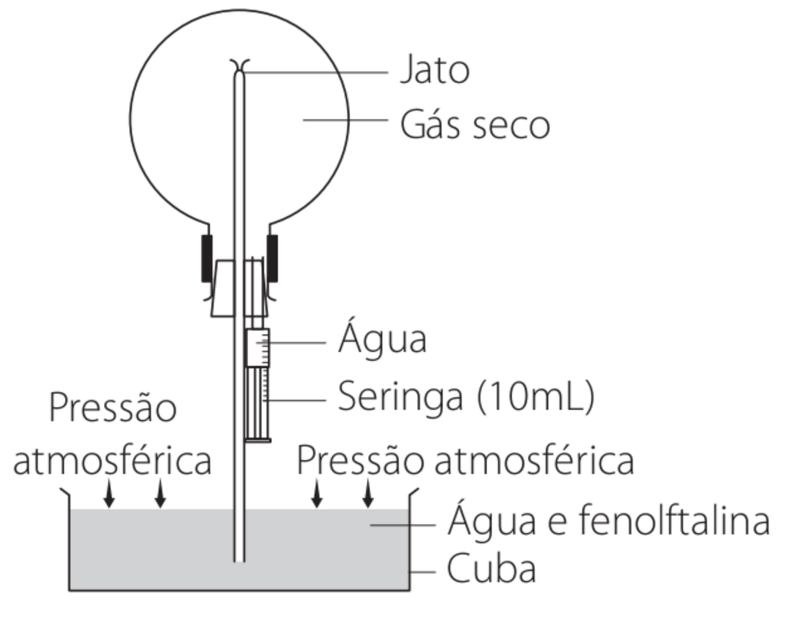
37 **CICLO 2015** "Durante a Primeira Guerra Mundial, um bloqueio naval britânico impediu o envio de salitre do chile para a Alemanha. Sendo os nitratos substâncias químicas estratégicas, necessárias para a manufatura de explosivos, os alemães precisaram encontrar outra fonte. Embora os nitratos não sejam abundantes, os dois elementos de que são feitos, nitrogênio e oxigênio, existem no mundo em generosas quantidades. Nossa atmosfera é composta de aproximadamente 20% de gás de oxigênio e 80% de gás de nitrogênio. O oxigênio (O_2) é quimicamente reativo, combinando-se facilmente com muitos outros elementos, mas a molécula de nitrogênio (N_2) é relativamente inerte." *Os Botões de Napoleão – As 17 moléculas que mudaram a história – Penny Le Couter.*

a) Explique o motivo da relativa estabilidade do nitrogênio.
b) Como o nitrogênio é obtido a partir do ar atmosférico?
c) Dê a fórmula do salitre do chile e cite três de suas aplicações.
d) O hidrogênio, necessário para produzir amônia, pode ser obtido de diversas fontes. Uma delas é a reforma a vapor do metano catalisada por níquel. Nessa reação o metano reage com água para formar o hidrogênio e outro gás que é isoeletrônico do nitrogênio. Equacione essa reação.
e) Escreva todas as reações necessárias para produzir o salitre a partir do ar atmosférico, metano, água e cloreto de sódio.

38 **CICLO 2016** Responda aos itens abaixo.

a) Explique o que acontece quando o gás carbônico é borbulhado numa solução de hidróxido de cálcio. O que acontece se um excesso de gás carbônio for acrescentado? Use reações para justificar.
b) Explique este fato: Máscaras de carvão ativado são usadas pelos mineradores que através delas respiram o gás oxigênio e exalam o gás carbônico tranquilamente. No entanto, gases como o monóxido de carbono, entre outros gases tóxicos, é adsorvido pela máscara.
c) O carbono e o silício são do mesmo grupo da tabela periódica. Explique por que o CO_2 é um gás e o SiO_2, um sólido, ambos nas condições ambientes.

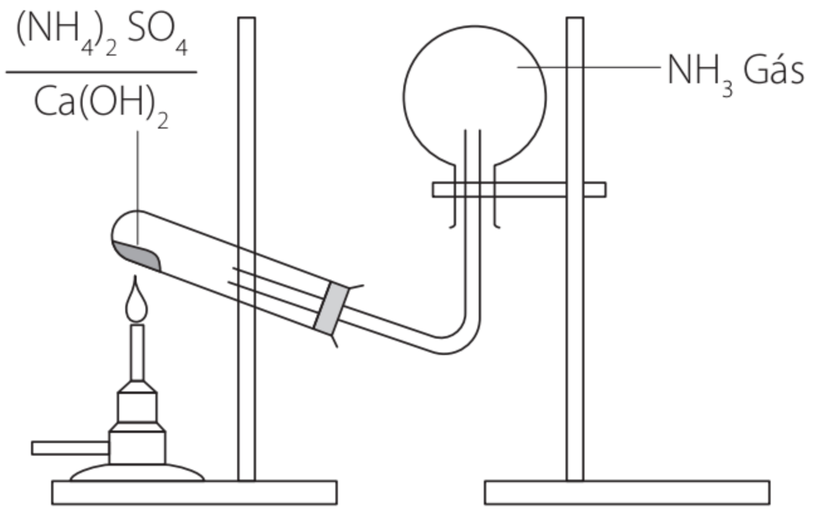
39 **CICLO 2015** A figura a seguir representa uma fonte na qual um jato colorido emerge de um capilar após a injeção de um pequena quantidade de água.



Nesse experimento são usadas as seguintes substâncias: $Ca(OH)_2$, $NH_4C\ell$, e CaO recém preparado como agente secante.

a) Qual o gás seco e como ele é produzido com as substâncias fornecidas? Explique e escreva a(s) reação(ões) envolvida(s).
b) Qual a cor do jato que sai do capilar?
c) Por que usamos CaO e não H_2SO_4 concentrado como agente secante?
d) Uma fonte semelhante pode ser preparada usando cloreto de sódio e ácido sulfúrico concentrado? Se afirmativo indique qual o gás seco e as reações envolvidas.
e) Explique o funcionamento da fonte.

40 **CICLO 2014** A amônia pode ser produzida em laboratório usando o seguinte aparato:



De forma análoga, o cloreto de hidrogênio pode ser obtido a partir da reação de ácido sulfúrico concentrado com reagente apropriado.

a) Qual o reagente apropriado?
b) Considere que no caso da obtenção do cloreto de hidrogênio o aquecimento não é necessário, o recolhimento seria feito da mesma forma que o da amônia? Justifique.
c) Esquematize uma aparelhagem para a obtenção do cloreto do hidrogênio usando os equipamentos disponíveis abaixo (nota: nem todos eles são necessários, nem precisam ser usados da forma com estão desenhados, e você pode usar outros equipamentos que julgar necessários).

IMPORTANTE: indique no seu esquema onde cada reagente deve ser colocado e como o produto será recolhido.

GABARITO

1. E

2. A

3. E

4. A

5. B

6. C

7. B

8. E

9. C

10. D

11. C

12. C

13. D

14. D

15. a) $\frac{2h}{\pi}$

b) –0,85 eV

c) +0,85 eV

16. $E_{total} = -\left(\frac{2\pi^2 mk^2e^4Z^2}{h^2n^2}\right)$

$E = 217{,}6$ eV

17. A

18. E

19. B

20. A

21. E

22. E

23. D

24. B

25. a) N_2 :N≡N: 10 e^- valência

N_2^+ :N=N: 9 e^- valência

N_2^{2+} :N=N: 8 e^- valência

N_2^{2-} :N̤=N̤: 12 e^- valência

b) N_2 : $(\sigma\ 1s)^2\ (\sigma^*1s)^2\ (\sigma\ 2s)^2\ (\sigma^*2s)^2\ |(\pi\ 2p_y)^2|\ (\sigma\ 2p_x)^2$ $|(\pi\ 2p_x)^2|$

N_2^+ : $(\sigma\ 1s)^2\ (\sigma^*1s)^2\ (\sigma\ 2s)^2\ (\sigma^*2s)^2\ |(\pi\ 2p_y)^2|\ (\sigma\ 2p_x)^1$ $|(\pi\ 2p_x)^2|$

N_2^{2+} : $(\sigma\ 1s)^2\ (\sigma^*1s)^2\ (\sigma\ 2s)^2\ (\sigma^*2s)^2\ |(\pi\ 2p_y)^2|$ $|(\pi\ 2p_x)^2|$

N_2^{2-} : $(\sigma\ 1s)^2\ (\sigma^*1s)^2\ (\sigma\ 2s)^2\ (\sigma^*2s)^2\ |(\pi\ 2p_y)^2|\ (\sigma\ 2p_x)^2\ |(\pi^*2p_y)^1|$ $|(\pi\ 2p_x)^2|$ $|(\pi^*2p_x)^1|$

c)

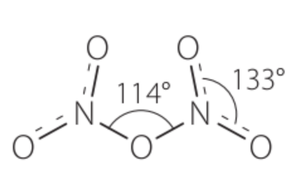
Espécie	OL
N_2	$\frac{6-0}{2} = 3$
N_2^+	$\frac{5-0}{2} = 2{,}5$
N_2^{2+}	$\frac{4-0}{2} = 2$
N_2^{2-}	$\frac{6-2}{2} = 2$

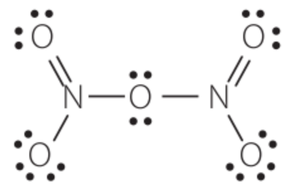
Quanto maior a ordem, mais curta a ligação. A ordem, portanto, fica:

$N_2 < N_2^+ < N_2^{2-} \cong N_2^{2+}$

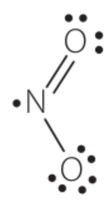
d) Espécies paramagnéticas contêm elétrons desemparelhados e, portanto, N_2^+ e N_2^{2-} são paramagnéticos.

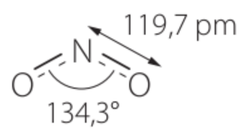
26. a) Nas duas estruturas o nitrogênio apresenta hibridação sp^2





Pentóxido de dinitrogênio, N_2O_5

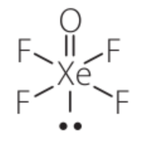




Dióxido de nitrogênio, NO_2

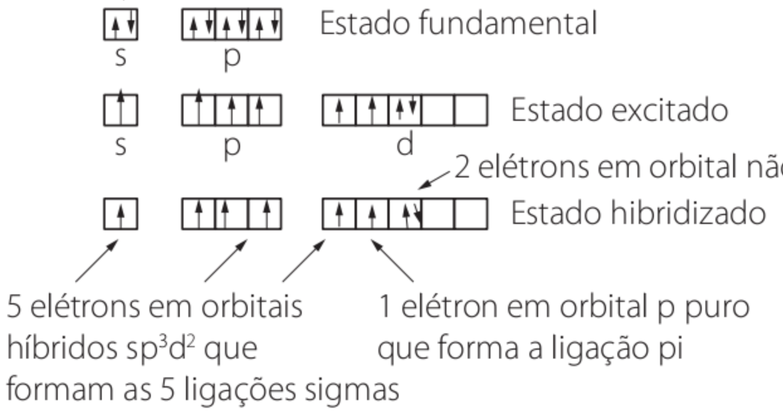
b) Não. No O_2 a ligação oxigênio – oxigênio possui ordem 2 e no O_3 devido a ressonância mostrada abaixo a ligação oxigênio – oxigênio possui ordem 3/2, isto é, um comprimento intermediário entre o da dupla e o da simples

27. Para facilitar, escrevi o texto maior ali em cima:



sp^3d^2

A camada de valência do Xe no estado fundamental tem configuração eletrônica $5s^2\ 5p_x^2\ 5p_y^2\ 5p_z^2$. Para formar as 5 ligações sigma e a ligação pi, seus elétrons se desemparelham passando para um estado excitado cuja configuração é $5s^1\ 5p^1\ 5p^1\ 5p^1\ 5d^1\ 5d^1\ 5d^2$. A hibridação sp^3d^2 na formação do $XeOF_4$ faz com que seus elétrons estejam da seguinte maneira:



28. D

29. A

30. A

31. C

32. A

33. E

34. B

35. D

36. C

37. a) A ligação tripla do nitrogênio N ≡ N é responsável pela sua estabilidade.

b) O N_2 é obtido por destilação fracionada do ar liquefeito.

c) $NaNO_3$ é usado em fertilizantes, na produção da pólvora e na indústria de alimentos

d) $CH_4 + O_2 \rightarrow CO + 2H_2$; O monóxido de carbono (CO) é isoeletrônico do N_2 (ambos têm 14 elétrons).

e) O ar fornece o N_2 e a reforma a vapor o H_2. Pelo processo Haber-Bosch obtemos a amônia.

$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$

A amônia é oxidada no ar a NO e H_2O

$4\,NH_3 + 5\,O_2 \rightarrow 4\,NO + 6\,H_2O$

O NO assim obtido é prontamente oxidado pelo O_2 do ar:

$$NO + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow NO_2$$

O NO_2 forma HNO_3 e NO que é reciclado no processo:

$3\,NO_2 + H_2O \rightarrow 2\,HNO_3 + NO$

A eletrolise aquosa do cloreto de sódio forma o NaOH:

$2\,NaCl + 2\,H_2O \xrightarrow{\text{eletrólise}} 2\,NaOH + H_2 + Cl_2$

O NaOH pode ser usado para neutralizar o HNO_3

$NaOH + HNO_3 \rightarrow NaNO_3 + H_2O$ a evaporação da água fornece o $NaNO_3$

38. a) Haverá turvação pela formação de carbonato de cálcio, conforma a reação.

$CO_2(g) + Ca(OH)_2(aq) \rightarrow CaCO_3(s) + H_2O(l)$

O excesso de gás carbônico dissolverá o precipitado, com produção de bicarbonato.

$CaCO_3(s) + H_2O(l) + CO_2(g) \rightarrow Ca(HCO_3)_2(aq)$

b) O carvão ativado adsorve apenas as moléculas polares, como o CO_2 e o O_2 são moléculas apolares, elas não são adsorvidas pelo carvão ativado.

c) O átomo de carbono é pequeno, sendo capaz de formar duplas ligações com o oxigênio no CO_2 resultando moléculas lineares e apolares, além de leves. Entre elas, ocorrem fracas interações do tipo forças de dipolo induzido (forças de London), daí seu baixo ponto de ebulição. O silício, por ser um átomo maior que o carbono, não forma ligações duplas no SiO_2, apenas covalências simples com oxigênio. Com a hibridização tetraédrica sp^3, suas valências se encontram dirigidas para o vértice de um tetraedro para formar fortes ligações covalentes tridimensionais com oxigênio e dar macroestruturas do tipo $(SiO_2)_n$ formando cristais sólidos com elevado ponto de fusão.

39. a) O gás seco é a amônia (NH_3).

A reação entre $Ca(OH)_2$ produz amônia (NH_3) e vapor de água (H_2O) que é absorvido pelo CaO.

$Ca(OH)_2 + NH_4Cl \rightarrow CaCl_2 + NH_3 + H_2O$

$CaO + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2$

b) Rosa (ou vermelho) pois a fenolftaleína em meio básico (por causa da amônia) adquire essa cor.

c) A mistura $NH_3 + H_2O$ passa pelo agente secando e só a água é absorvida (segunda reação). Se usarmos o H_2SO_4 a amônia também seria absorvida pois reagiria com o H_2SO_4 produzindo $(NH_4)_2SO_4$

d) Sim. Produziria o HCl

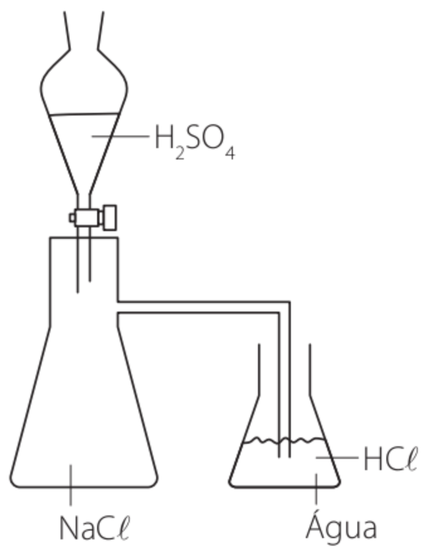
$2\,NaCl + H_2SO_4 \rightarrow 2\,HCl + Na_2SO_4$

e) Ao adicionar água o NH_3 seco se dissolve na água e diminui a pressão interna. A pressão atmosférica então faz com que a água da cuba seja aspirada para dentro do balão formando o jato colorido.

40. a) NaCl (ou outro cloreto)

b) Não. O frasco de recolhimento deve ser invertido pois o HCl é mais denso que o ar.

c)



QUÍMICA – FRENTE 4

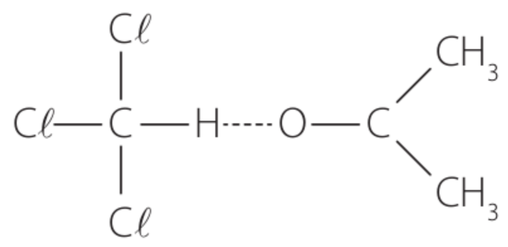
SÉRIE 5 PROPRIEDADES COLIGATIVAS

1 As pressões máximas de vapor do etanol e do metanol são 44,5 mmHg e 88,7 mmHg, respectivamente. Uma solução ideal é formada na mesma temperatura, misturando-se 60g de etanol com 40g de metanol. Calcule a pressão de vapor total da solução e a fração molar de metanol no vapor.

2 A fração molar de $CCl_4(g)$ no vapor em equilíbrio com uma mistura líquida de $SiCl_4$ e CCl_4 é 0,3474. A pressão de vapor do $SiCl_4$ e do CCl_4 na temperatura dada são 238,3 e 114,9 mmHg, respectivamente. Calcule o título em massa de CCl_4 na mistura líquida.

3 A 25 °C, as pressões de vapor do benzeno puro e do tolueno puro são, respectivamente, 93,4 torr e 26,9 torr. Uma solução é preparada a partir da mistura de 60 g de benzeno e 40 g de tolueno. Determine a pressão de vapor da mistura.

4 **ONNeQ** A 35 °C, a pressão de vapor da acetona é 360 torr e a do clorofórmio é 300 torr. A acetona e o clorofórmio podem formar ligações de hidrogênio fracas, da seguinte forma:



A pressão de vapor de uma solução equimolar de acetona e clorofórmio é de 250 torr, a 35 °C.

a) Qual seria a pressão de vapor desta solução se o comportamento fosse ideal?
b) A que se deve esse afastamento da idealidade? Explique.
c) Com base no comportamento da solução, diga se o processo de misturar acetona com clorofórmio é um processo endotérmico ou exotérmico? Explique.

5 A pressão de vapor de uma mistura equimolar de benzeno e tolueno é igual a 80 torr. Se o vapor acima da fase líquida é condensado em um béquer, a pressão de vapor desse condensado é igual a 100 torr. Determine as pressões de vapor do benzeno puro e do tolueno puro nas condições dadas.

6 A 86 °F, a pressão de vapor do benzeno puro (massa molecular 78) é 121,8 torr. Dissolvendo 15,0 g de um soluto não-volátil em 250g de benzeno, tem-se uma cuja pressão de vapor é 120,2 torr. Determine a massa molar aproximada de soluto.

7 **ONNeQ** Uma solução preparada a partir de 20,0 g de um soluto não volátil e 154 g de solvente, tetracloreto de carbono (CCl_4), tem uma pressão de vapor de 504 mmHg, a 65 °C. Considerando que a pressão de vapor do CCl_4 é de 531 mmHg, a 65 °C, qual será a massa molar aproximada de soluto?

8

a) 10 g de um soluto não volátil foram dissolvidos em 100g de água a 20 °C. A pressão de vapor foi diminuída de 17,3555 mmHg para 17,2350 mmHg. Calcule a massa molecular do soluto.
b) A pressão de vapor da água pura a 25 °C é de 23,62 mmHg. Qual será a pressão de vapor de uma solução de 1,5 g de ureia (M = 60 g/mol) em 50 g de água?

9 Determine a massa específica do ar úmido, a 25 °C e pressão de 1 atm, quando a umidade relativa do ar for igual a 60%. Nessa temperatura, a pressão de vapor saturante da água é igual a 23,8 mmHg. Assuma que o ar seco é composto por $N_2(g)$ e $O_2(g)$ e que as concentrações dessas espécies no ar seco são iguais a 79 % e 21 % (v/v), respectivamente.

10 O benzeno puro congela a 5,45 °C. Verificou-se que uma solução contendo 7,24 g de $C_2H_2Cl_4$ em 115 g de benzeno congela a 3,55 °C. Qual o valor da constante molal de abaixamento do ponto de congelamento do benzeno?

11 Um produto anticongelante foi adicionado a 1,0 L de água de um radiador para que a temperatura de congelamento da solução fosse –18,6 °C. Sabe-se que tal produto é um ácido orgânico monoprótico ($\alpha = 5{,}0$ %) e que sua análise elementar forneceu o seguinte resultado em massa: C = 40 %, O = 53,33 % e H = 6,67 %. Considere a massa específica da água como 1,00 kg/dm³ e sua constante crioscópica igual a 1,86 °C/molal e determine:

a) a fórmula molecular do anticongelante;
b) a massa de produto que deve ser utilizada para gerar o efeito coligativo esperado.

12 Uma amostra de 1,355g de uma substância é dissolvida em 55g de CH_3COOH, gerando uma diminuição na temperatura de congelamento de 0,618 °C. Determine a massa molar da substância.

Dado: $K_c = 3{,}85\ K \cdot kg \cdot mol^{-1}$.

13 Uma amostra de 7,85 g de um composto de fórmula empírica C_5H_4 é dissolvida em 301 g de benzeno. A temperatura de congelamento da solução está 1,05 °C abaixo daquela do benzeno puro. Quais são a massa molar e a formula molecular desse composto? (K_c do benzeno é 5,12 °C/m)

14 O fenol, quando em benzeno, associa-se em uma dada extensão para formar um dímero. Uma solução contendo $20 \cdot 10^{-3}$ kg de fenol em 1,0 kg de benzeno tem o seu ponto de congelamento abaixado em 0.69K. Calcule a fração de fenol que sofreu dimerização. (K_c do benzeno é $5{,}12 K \cdot kg \cdot mol^{-1}$)

15 Uma solução contendo 3,50g de um soluto X em 50 g de água tem um volume de 52,5 mL e uma temperatura de congelamento de –0,86 °C.

a) Calcule a molalidade, a fração molar de X e a molaridade da solução.
b) Calcule a massa molecular de X.
$K_c = 1{,}86$ °C/molal

16 Certa solução de ácido benzoico em benzeno tem um ponto de congelamento de 3,1 °C e uma temperatura de ebulição de 82,6 °C. Calcule o número de mols de soluto nos pontos de congelamento e de ebulição da solução e comente os resultados obtidos. Os pontos de ebulição e fusão do benzeno puro são 80,1 °C e 5,5 °C, respectivamente. O K_e e o K_c para o benzeno são 2,53 °C/molal e 5,12 °C/molal, respectivamente.

17 Uma solução foi preparada dissolvendo-se 2,76 g de um álcool puro em 100,0 g de acetona. O ponto de ebulição da acetona pura é 56,13 °C e o da solução é 57,16 °C. Determine:

a) a massa molar do álcool;
b) a fórmula molecular do álcool.

Dado: (K_e)acetona = 1,72 °C · kg/mol.

18 Calcule o ponto de ebulição de uma solução contendo 0,61 g de ácido benzoico em 50 g de CS_2, assumindo 84% de dimerização do ácido. O ponto de ebulição e o K_e do CS_2 são 46,2 °C e $2{,}3 K \cdot kg \cdot mol^{-1}$, respectivamente.

19 Qual é a pressão de vapor de uma solução de glicose que apresenta uma pressão osmótica de 3 atm a 20 °C? A pressão de vapor da água a 20 °C é 17,39 mmHg. Considere a solução ideal.

20 10g de uma substância foram dissolvidos em 250 mL de água. A pressão osmótica da solução é de 600 mmHg a 15 °C. Encontre a massa molar da substância. ($R = 0{,}082 atm \cdot L \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$)

21 X gramas de um composto não-eletrólito (massa molar 200 g/mol) são dissolvidos em 1,0L de uma solução aquosa de NaCl 0,05 mol/L. A pressão osmótica da solução final é de 4,92 atm, a 27 °C. Calcule o valor de X, assumindo completa dissociação do NaCl e comportamento ideal da solução. ($R = 0{,}082 atm \cdot L \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$)

22 Uma solução aquosa de $NaNO_3$ 0,85 % está 90 % dissociada a 27 °C. Calcule sua pressão osmótica. ($R = 0{,}082 atm \cdot L \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$)

23 Uma solução de hemocianina de caranguejo, uma proteína pigmentada extraída do caranguejo, foi preparada dissolvendo-se 0,750 g da mesma em 125 cm^3 de um meio aquoso. A 4 °C, observou-se uma elevação da solução até 2,6 mm devido à sua pressão osmótica. A solução apresenta densidade 1,00 g/cm^3. Determine a massa molecular da proteína. ($R = 0{,}082 atm \cdot L \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$; $g = 9{,}81 m/s^2$)

24 Uma mistura de NaCℓ sólido e sacarose ($C_{12}H_{22}O_{11}$), também sólida, tem composição desconhecida. Dissolve-se 15,0 g dessa mistura em água suficiente para se obter 500 mL de solução. A pressão osmótica dessa solução é 6,396 atm a 27 °C. Determine a porcentagem em massa de NaCℓ na mistura original.

Dados: massas molares: NaCℓ = 60g/mol; sacarose = 340 g/mol;
$R = 0{,}082 atm \cdot L/mol \cdot K$

25 Em um experimento de pressão osmótica, utilizou-se uma solução formada a partir da polimerização completa de 2,0 g de etileno (massa molar 25 g/mol), disperso em 100 mL de um solvente apropriado. Essa solução do polímero apresentou-se isotônica de outra solução de cloreto de sódio, na concentração de $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ mol/L, ambas sob temperatura de 27 °C. Qual o número de monômeros de etileno presentes, em média, na partícula dispersa de polímero?

26 Certa solução aquosa de um soluto não-eletrólito congela a –0,6 °C. Para essa solução, estime:

a) sua temperatura de ebulição;
b) sua pressão de vapor a 25 °C;
c) sua pressão osmótica a 20 °C.

A pressão de vapor da água pura a 25 °C é 23,75 torr.
$K_c = 1{,}86$ e $K_e = 0{,}52$.

27 **CICLO 2013** Adiciona-se 0,1 mol de sulfato de prata em 1,0 L de água, nas condições ambientes. Após um tempo suficientemente longo, extraiu-se uma alíquota de 10 mL da solução resultante, considerada ideal. Admitindo-se que a constante de produto de solubilidade do sal é $K_{ps} = 2{,}4 \times 10^{-6}$ e que a constante crioscópica da água é $K_c = 1{,}86$ °C · mol · kg^{-1}, determine a temperatura de congelamento da amostra extraída da solução salina.

Dado: $6^{1/3} = 1{,}8$;

28 **CICLO 2014** Considere as seguintes afirmações:

I. Para um soluto orgânico X, que dissolvido em determinado solvente, polimeriza da forma $4X \rightleftharpoons X_4$, com grau de polimerização de 40%, o fator de Van't Hoff é igual a 0,7.

II. Seja uma mistura de dois líquidos, X e Y. A pressão máxima de vapor de X é igual a 20 mmHg e a de Y, 40 mmHg, a uma dada temperatura. Se X e Y são misturados de modo que, na fase líquida, a fração molar de X é igual a 0,6 , a fração molar de Y na fase gasosa, na temperatura do experimento, será igual a 4/7.

III. Se uma solução aquosa A é hipotônica em relação a B, então a temperatura de início de congelamento de A é menor do que a temperatura de início de congelamento de B.

Das afirmações feitas, está(ão) CORRETA(S):

A apenas I
B apenas III
C apenas I e II
D apenas II e III
E todas

29 **CICLO 2014** A análise elementar da adrenalina indicou 59,0 % de carbono, 26,2 % de oxigênio, 7,10 % de hidrogênio e 7,60 % de nitrogênio em massa. Quando 0,64 g de adrenalina dissolveram em 36,0 g de benzeno, o ponto de congelamento caiu 0,5 °C. Sabe-se ainda que a temperatura de ebulição dessa mesma solução variou de 0,247 °C com relação à temperatura de ebulição do benzeno puro.

Sobre a situação dada, são feitas as seguintes afirmações:

I. A fórmula empírica da adrenalina é $C_9H_{13}NO_3$.

II. A massa molar da adrenalina é igual a 182g/mol.

III. Uma solução 0,2 molal de tolueno em benzeno apresenta um aumento na temperatura de ebulição de aproximadamente 0,5 °C com relação à temperatura de ebulição do benzeno puro.

Assinale a alternativa que indica quais afirmativas estão corretas:

A Apenas I.
B Apenas I e II.
C Apenas I e III.
D Apenas II e III.
E I, II e III.

30 **CICLO 2014** Para evitar alterações nas células sanguíneas, como a hemólise, as soluções utilizadas em alimentação endovenosa devem apresentar concentrações compatíveis com a pressão osmótica do sangue.

Foi administrada a um paciente, por via endovenosa, uma solução aquosa de cloreto de sódio de densidade igual a 1,008 g/cm³, isotônica ao sangue, a 27 °C. Considere que a pressão osmótica do sangue, a 27 °C, seja igual a 7,63 atm.

De acordo com as informações dadas, assinale a alternativa que apresente a concentração aproximada da solução aquosa utilizada:

A 0,31 mol/L.
B 18,1 g/L.
C 1,8% (m/m).
D 0,9% (m/m).
E 1,8 mol/L

31 **CICLO 2014** A densidade de uma solução aquosa de sulfato de cobre (II) anidro em água, com 15 % em massa, é 1,063 g/cm³. Sabendo-se que a referida solução apresenta uma temperatura de ebulição de 100,7 °C, determine:

a) o grau de dissociação desse sal.
b) o abaixamento relativo da pressão máxima de vapor da solução, com relação à pressão máxima de vapor da água pura.

32 **CICLO 2015** Dois líquidos A e B formam soluções ideais. A uma dada temperatura, a pressão de vapor de uma solução que contém 3 mols de A e 1 mol de B é igual a 550 mmHg. Na mesma temperatura, se mais um mol de A for adicionado a esta solução, percebe-se um aumento de 10mmHg na pressão de vapor da solução. Dadas as informações:

a) Determine as pressões de vapor dos líquidos A e B quando puros.
b) Determine a fração molar de B na fase gasosa, após se adicionar um mol de A à solução inicial descrita.
c) Determine para que fração molar de A na fase líquida obtém-se uma mistura equimolar na fase gasosa.

33 **CICLO 2015** Considere as seguintes proposições:

I. O abaixamento absoluto da pressão máxima de vapor do líquido em uma solução aquosa 1 molal, a 100 °C, é de aproximadamente 13,4 mmHg.

II. Devem ser adicionados no mínimo 800g de etilenoglicol (etano–1,2–diol) a 4 kg de água no sistema de arrefecimento de um automóvel para que se previna o congelamento desse fluido a uma temperatura de –6 °C.

III. Para uma mesma solução cujo solvente é o benzeno, a razão entre os efeitos crioscópico e ebulioscópico observados é de aproximadamente 3,6.

Dados:

K_c (H_2O) (1 atm): 1,86 K · kg · mol^{-1} ; Ke (H_2O) (1 atm): 0,52 K · kg · mol^{-1}.

Dados referentes ao benzeno (a 1 atm):

Temperatura de fusão: 280 K; Temperatura de ebulição: 350 K

Calor latente de fusão: 132 kJ/kg; Calor latente de ebulição: 396 kJ/kg

Das proposições acima, estão CORRETAS:

A Apenas I.
B Apenas I e II.
C Apenas I e III.
D Apenas II e III.
E todas.

34 **CICLO 2016** Considerando condições ambientes e a idealidade das soluções, analise as afirmações a seguir:

I. É necessária a dissolução de aproximadamente 111 g de ureia, $(NH_2)_2CO$, em 100 g de água, para se observar um decréscimo de 25 % na pressão de vapor do líquido.

II. Em uma mistura de líquidos voláteis, a substância mais volátil terá uma fração molar na fase gasosa superior à fração molar que apresenta na fase líquida.

III. A pressão de vapor de uma solução ideal contendo um soluto não-volátil dissolvido é diretamente proporcional à fração molar do soluto.

Das proposições acima, está(ão) CORRETA(S):

A Apenas I.
B Apenas I e II.
C Apenas II.
D Apenas III.
E Todas.

35 **CICLO 2017** Prepara-se, inicialmente, uma solução aquosa ideal de um ácido monoprótico desconhecido. Tal solução apresenta valor de pH igual a 2,00 e sua temperatura de congelamento é de –0,112 °C. Deseja-se obter 10,0 L de solução diluída desse ácido. Para isso, coloca-se em recipiente apropriado, 1,00 L da solução inicial, e a ela acrescenta-se água até que se atinja o volume desejado, seguida da homogeneização da solução. Sobre o procedimento realizado, determine:

a) o pH da solução diluída;
b) o fator de Van't Hoff para a solução diluída.

Dados: constante crioscópica da água: 1,86 °C/molal
log 2 = 0,3; log 3 = 0,48.

36 **CICLO 2017** Uma solução aquosa $4,0 \cdot 10^{-3}$ mol $\cdot$ L^{-1} de sulfato de sódio é isotônica com uma solução de glicose ($C_6H_{12}O_6$) cuja pressão osmótica é de 187,2 mmHg a 300 K. Assinale a opção que apresenta o grau de dissociação do sulfato de sódio na solução dada.

A 50%.
B 75%.
C 80%.
D 85%.
E 90%.

Gabarito

1. P = 66,158 mmHg; (XM)g = 0,66.
2. 0,5 (50 %)
3. 69,46 torr
4. a) 330 torr;
b) interação existente entre clorofórmio e acetona, desconsiderada em condições ideais;
c) exotérmico.
5. $P_B = 120$ torr; $P_T = 40$ torr
6. 356 g/mol
7. 393 g/mol
8. a) 257,45 g/mol;
b) P = 23,41 mmHg.
9. 1,17 g/L
10. $K_c = 5,07$ °C/molal
11. a) $C_2H_4O_2$;
b) $m_1 = 571,4$ g
12. 153,5 g/mol
13. 128 g/mol; $C_{10}H_8$
14. 73,3 %
15. a) W = 0,46 molal; $X_1 = 0,0082$; [X] = 0,435 mol/L;
b) 152 u.
16. $i_1 = 0,47i_2$; o ácido benzoico dimeriza em benzeno, e essa dimerização é favorecida pelo abaixamento da temperatura.
17. a) 46 g/mol;
b) C_2H_5OH
18. 46,3 °C
19. 17,35 mmHg
20. 1197,3 g/mol
21. 20 g
22. 4,67 atm
23. $5,5 \cdot 10^5$ u.
24. 18,8 %
25. 8000
26. a) 100,17 °C;
b) 23,61 torr;
c) 7,69 atm
27. –0,1 °C
28. C
29. B
30. D
31. a) 0,22 ;
b) 0,024
32. a) $P_A = 600$ mmHg; $P_B = 400$ mmHg;
b) 0,14;
c) 0,4
33. 33. B
34. 34. B
35. a) 2,6;
b) 1,5
36. B

CONSTANTES

Constante de Avogadro = $6{,}02 \times 10^{23} \cdot mol^{-1}$
Constante de Faraday (F) = $9{,}65 \times 10^{4}\ C \cdot mol^{-1}$
= $9{,}65 \times 10^{4}\ A \cdot s \cdot mol^{-1}$
= $9{,}65 \times 10^{4}\ J \cdot V^{-1} \cdot mol^{-1}$
Volume molar de gás ideal = 22,4 L (CNTP)
Carga elementar = $1{,}602 \times 10^{-19}\ C$
Constante dos gases (R) = $8{,}21 \times 10^{-2}\ atm \cdot L \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
= $8{,}31\ J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
= $1{,}98\ cal \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
= $62{,}4\ mmHg \cdot L \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
Constante gravitacional (g) = $9{,}81\ m \cdot s^{-2}$
Constante de Planck (h) = $6{,}626 \times 10^{-34} \cdot m2\ \ kg \cdot s^{-1}$
Velocidade da luz no vácuo = $3{,}0 \times 10^{8}\ \ m \cdot s^{-1}$

DEFINIÇÕES

Pressão de 1 atm = 760 mmHg = 101 325 N m^{-2} = 760 Torr
1 J = 1 N m = 1 kg m^2 s^{-2} ln 2 = 0,693
Condições normais de temperatura e pressão (CNTP):
0 °C e 760 mmHg
Condições ambientes: 25 °C e 1 atm.
Condições-padrão: 1bar; concentração das soluções = 1 mol L^{-1} (rigorosamente: atividade unitária das espécies); sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.
(s) = sólido. (ℓ) = líquido. (g) = gás. (aq) = aquoso.
(CM) = circuito metálico. (conc) = concentrado.
(ua) = unidades arbitrárias.
[X] = concentração da espécie química X em mol L^{-1}.

MASSAS MOLARES

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ($g \cdot mol^{-1}$)
H	1	1,01
He	2	4,00
Be	4	9,01
B	5	10,81
C	6	12,01
N	7	14,01
O	8	16,00
F	9	19,00
Na	11	22,99
Mg	12	24,31
Al	13	26,98
Si	14	28,09
P	15	30,97
S	16	32,06

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ($g \cdot mol^{-1}$)
Cℓ	17	35,45
K	19	39,10
Cr	24	52,00
Mn	25	54,94
Fe	26	55,85
Ni	28	58,69
Cu	29	63,55
Zn	30	65,38
Br	35	79,90
Pd	46	106,42
Ag	47	107,87
Xe	54	131,30
Pt	78	195,08
Hg	80	200,59

MÓDULOS ITA / IME

Frente 1 – ITA

1 **ITA 1986** Considere a síntese abaixo:

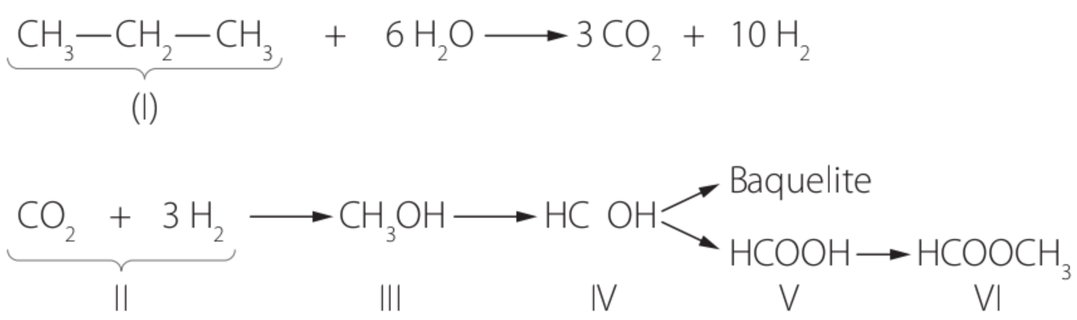
Assinale a opção que identifica os processos I, II e III, respectivamente:

A Esterificação; hidrogenação; arilação.
B Alcoólise; amonólise; carboxilação;
C Alquilação; redução; acilação.
D Oxidação; hidrólise; arilação.
E Alquilação; hidrogenólise; formilação.

2 **ITA 1986** Indique, para cada uma das três etapas da questão 1, os reagentes adicionais que poderiam ser usados.

3 **ITA 1992** Mostre, numa sequência de apenas duas reações, ambas de fácil execução e de bom rendimento, como se pode transformar etanol em normal – butano.

4 **ITA 1985** Considere a seguinte sequência esquemática de reações:



Qual das seguintes afirmações é FALSA?

A O composto I foi oxidado a CO_2 pela água.

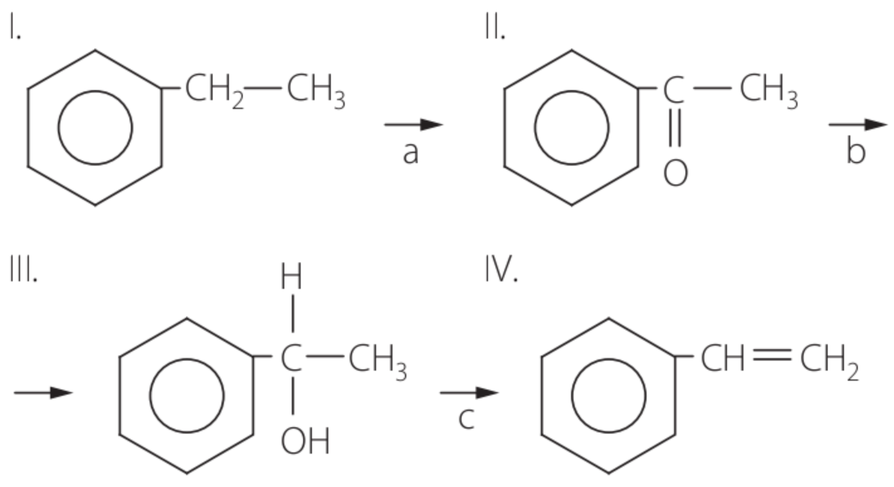
B A conversão da mistura II no composto III ocorre com velocidade apreciável mesmo na ausência de catalisador.

C Baquelite é o nome do plástico que resulta da reação do composto IV com fenol.

D Dos compostos representados, apenas V e CO_2 são capazes de colorir de vermelho o papel azul de tornassol.

E O composto VI resulta da reação entre III e V e a velocidade dessa reação somente é apreciável se o meio em que ela ocorre for ácido ou alcalino.

5 **ITA 1990** Qual das opções a seguir contém a afirmação errada, referente à sequência esquemática das reações seguintes?



A I pode ser obtido pela adição, sob catálise, de eteno ao benzeno.

B Nas três reações (a, b e c), observa-se variação do número de oxidação de pelo menos um átomo de carbono.

C II é a fórmula estrutural do benzoato de metila.

D III apresenta isomeria ótica.

E Por polimerização, IV transforma-se no poliestireno.

6 **ITA 1992** Explique como são fabricados os sabões comuns, indicando matérias-primas, reações envolvidas e subprodutos.

7 **ITA 1995** Descreva como se prepara propionato de metila em um laboratório de química. Indique a aparelhagem e as matérias primas que são utilizadas. Também mencione como a reação pode ser acelerada e como o seu rendimento pode ser aumentado.

8 **ITA 2002** A reação química de um determinado alceno X com ozônio produziu o composto Y. A reação do composto Y com água formou os compostos A, B e água oxigenada. Os compostos A e B foram identificados como um aldeído e uma cetona, respectivamente. A tabela abaixo mostra as concentrações (% m/m) de carbono e hidrogênio presentes nos compostos A e B:

Compostos	Carbono (% m/m)	Hidrogênio (% m/m)
A	54,6	9,1
B	62,0	10,4

Com base nas informações acima, apresente:

a) as fórmulas moleculares e estruturais dos compostos: X, Y, A e B. Mostre os cálculos realizados, e

b) as equações químicas balanceadas relativas às duas reações descritas no enunciado da questão.

9 **ITA 1986** Dê uma explicação para o fato de que as refinarias de petróleo procuram, na medida do possível, eliminar a presença de compostos sulfurados da gasolina.

10 **ITA 1987** O petróleo, abstraindo componentes minoritários, é essencialmente uma mistura de hidrocarbonetos. Em relação a essa matéria-prima, discuta os dois pontos seguintes:

a) Como e com base em que princípios físico-químicos o petróleo é desdobrado em frações designadas gasolina, querosene, óleo diesel etc?

b) Como e com base em que princípios físico-químicos uma refinaria é capaz de produzir quantidades adicionais de frações "mais leves" ou "mais pesadas" do que a proporção originalmente presente no petróleo?

No caso em que estejam envolvidas reações químicas, deixe clara a sua natureza e as condições de operação que deslocam os equilíbrios em jogo no sentido desejado.

11 **ITA 1986** Que tipo de polímero é o amido e qual (quais) é (são) o (s) produto (s) de sua hidrólise?

12 **ITA 1996** Em relação à sacarose, são feitas as seguintes afirmações:

I. É uma substância apolar.

II. É muito solúvel em benzeno.

III. Por hidrólise, um mol de sacarose fornece dois mols de dextrose.

IV. Suas soluções aquosas *não* apresentam condutividade elétrica apreciável.

V. Suas soluções aquosas podem girar o plano de polarização da luz.

Destas afirmações acima, estão *corretas*:

A todas.

B apenas I, III e V.

C apenas I, II e III.

D apenas II e IV.

E apenas IV e V.

13 **ITA 1988** Suspeita-se que certo pó branco seja constituído de amido.

Para dirimir essa dúvida, o teste mais indicado é o seguinte:

A aquecer uma amostra do pó e observar se ele carboniza.

B suspender uma amostra do pó em água, acrescentar algumas gotas de solução aquosa de permanganato de potássio e observar se a mistura adquire coloração verde.

C suspender uma amostra do pó em água, acrescentar algumas gotas do reagente de Tollens e observar se a mistura adquire coloração vermelha.

D aquecer uma amostra do pó e observar se aparece um cheiro que lembra chifre (ou lã, ou penas de aves) queimado.

E suspender uma amostra do pó em água, acrescentar algumas gotas de solução aquosa de iodo e observar se a mistura adquire coloração azul.

14 **ITA 1998** Assinale a opção *errada* dentre as relacionadas a seguir:

A A transformação do vinho em vinagre é devida a uma fermentação *anaeróbica*.

B A transformação do suco de uva em vinho é devida a uma fermentação *anaeróbica*.

C A transformação de glicose em álcool e gás carbônico pode ser obtida com extrato das células de levedura *dilaceradas*.

D Grãos de cereais em fase de germinação são ricos em enzimas capazes de despolimerizar o amido, *transformando-o* em glicose.

E A reação química responsável pelo crescimento da massa de pão, enquanto ela descansa antes de ir ao forno, é essencialmente a *mesma* que ocorre na transformação do suco de uva em vinho.

15 **ITA 1993** Qual (quais) das afirmações abaixo está (estão) errada(s)?

I. O trans-dicloroeteno tem momento de dipolo nulo.
II. A hidrólise de proteínas fornece aminoácidos.
III. Ácidos monocarboxílicos são, em geral, fracos.
IV. A hidrólise de amido fornece sacarose.
V. Dodecil benzeno sulfonatos de sódio são surfactantes.
VI. "Nylon" é um polímero com grupos funcionais amida.
VII. Derivados simultaneamente clorados e fluorados de hidrocarbonetos alifáticos leves (divulgados como CFC) são muito pouco reativos na troposfera.

A Nenhuma
B Apenas IV
C Apenas I; II; III
D Apenas V; VI; VII
E Apenas I; IV; V; VI; VII

16 **ITA 1997** Considere as afirmações:

I. Proteínas são polímeros constituídos por aminoácidos unidos entre si através de pontes de hidrogênio.
II. Celuloses são polímeros formados a partir de unidades de glicose.
III. Borrachas vulcanizadas contêm enxofre na forma de ligações cruzadas entre cadeias poliméricas vizinhas.
IV. Polietileno é um polímero termofixo.
V. Baquelite é um polímero muito utilizado na confecção de cabos de panelas.

Estão *corretas* apenas as afirmações:

A I, II, III e IV
B I, II, III e V
C I, IV e V
D II, III e V
E III e IV

17 **ITA 2000** Considere as seguintes afirmações:

I. A reação da borracha natural com enxofre é denominada de vulcanização.
II. Polímeros termoplásticos amolecem quando são aquecidos.
III. Polímeros termofixos apresentam alto ponto de fusão.
IV. Os homopolímeros polipropileno e politetrafluoretileno são sintetizados por meio de reações de adição.
V. Mesas de madeira, camisetas de algodão e folhas de papel contêm materiais poliméricos.

Das afirmações feitas, estão **CORRETAS**:

A apenas I, II, IV e V.
B apenas I, II e V.
C apenas III, IV e V.
D apenas IV e V.
E todas.

18 **ITA 2005** Assinale a opção que contém o polímero que melhor conduz corrente elétrica, quando dopado.

A Polietileno
B Polipropileno
C Poliestireno
D Poliacetileno
E Poli (tetrafluor-etileno)

19 **ITA 1986** As afirmações abaixo são todas relativas a polímeros artificiais e naturais.

I. O PVC, muito utilizado em tubulações, é obtido pela condensação de cloreto de polivinila com isopreno.
II. Da reação de poli-isopreno com enxofre resulta um polímero bastante resistente ao ataque por agentes atmosféricos.
III. Da reação de polimerização de ácido adípico com hexametilenodiamina resulta o Nylon 66.
IV. Polietileno é um exemplo de polímero termofixo.
V. Aminoácidos podem ser obtidos pela degradação de proteínas.
VI. Polietileno é um exemplo de polímero obtido por condensação.
VII. Baquelite é um exemplo de polímero obtido por condensação.
VIII. Glicose pode ser obtida por hidrólise da celulose.

Das opções abaixo, qual a que contém as três afirmações verdadeiras?

A I, II, III e IV.
B I, IV e V.
C II, VI e VII.
D III, IV e VIII.
E V, VII e VIII.

20 **ITA 1988** Nas afirmações abaixo, macromoléculas são relacionadas com o processo conhecido como vulcanização. Assinale a opção que contém a afirmação *correta*.

A O elastômero obtido a partir de butadieno-1,3 e estireno (vinil-benzeno) não se presta à vulcanização.

B A desvulcanização, ou reciclagem de pneus, se baseia na ação do ácido sulfúrico concentrado, em presença de oxigênio e em temperatura elevada, sobre a borracha vulcanizada.

C Na vulcanização, os polímeros recebem uma carga de calcáreo e piche, que os torna resistentes ao calor sem perda da elasticidade.

D Os polímeros vulcanizados só serão elásticos se a concentração de agente vulcanizante não for excessiva.

E Do butadieno-1,3, obtém-se um polímero que, enquanto não for vulcanizado, será termofixo.

21 **ITA 1995** Assinale a afirmação falsa dentre as abaixo:

A Ésteres de ácidos carboxílicos são os componentes principais do óleo de soja, manteiga e banha suína.

B Polímeros de aminoácidos são encontrados na gelatina, clara de ovo e queijos.

C Amianto, mica e vidro de garrafa são silicatos.

D Algodão natural, lã de ovelha, amianto e mica têm estruturas poliméricas.

E Hidrocarbonetos poliméricos são componentes principais na madeira, no algodão natural e no papel.

22 **ITA 2005** Considere que dois materiais poliméricos A e B são suportados em substratos iguais e flexíveis. Em condições ambientes, pode-se observar que o material polimérico A é rigido, enquanto o material B é bastante flexível. A seguir, ambos os materiais são aquecidos à temperatura (T), menor do que as respectivas temperaturas de decomposição. Observou-se que o material A apresentou-se fléxivel e o material B tornou-se rígido, na temperatura (T). A seguir, os dois materiais poliméricos foram resfriados à temperatura ambiente.

a) Preveja o que será observado caso o mesmo tratamento térmico for novamente realizado nos materiais poliméricos A e B. Justifique sua resposta.

b) Baseando-se na resposta ao item a), preveja a solubilidade dos materiais em solventes orgânicos.

23 **ITA 2006** São realizadas reações químicas do acetileno com ácido clorídrico, ácido cianídrico, ácido acético e cloro, nas proporções estequiométricas de 1:1.

a) Mostre as equações químicas que representam cada uma das reações químicas especificadas.

b) Indique quais dos produtos formados podem ser utilizados como monômeros na síntese de polímeros.

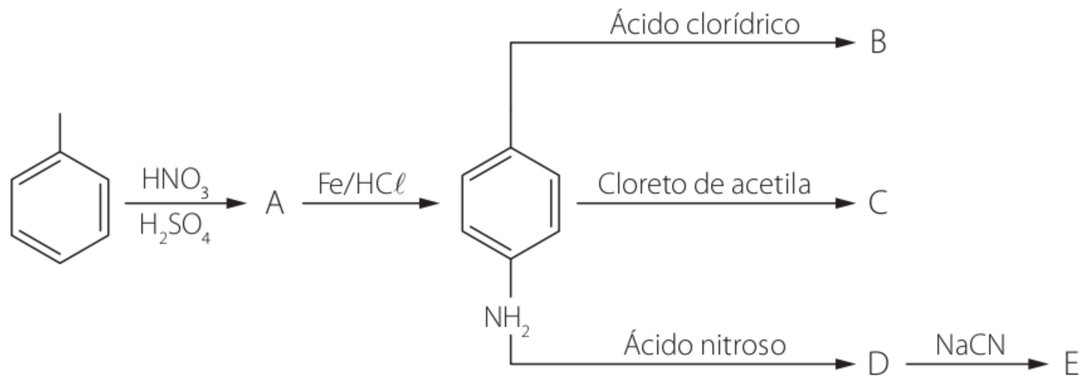
c) Dê os nomes dos polímeros que podem ser formados a partir dos monômeros indicados no item b).

Frente 1 – IME

24 **IME 1990** O composto A, de fórmula molecular $C_7H_{14}O$, quando tratado com H_2SO_4 concentrado a quente, fornece o produto B, de fórmula molecular, C_2H_{12}. A substância B, quando submetida à ozonólise, gera uma dicetona. Com base nestes dados, apresente as fórmulas estruturais planas de A, de B e da dicetona.

25 **IME 1998** Fenol e anilina são fabricados a partir do nitrobenzeno. Escreva as equações, os reagentes e as condições reacionais necessárias para a fabricação do fenol e da anilina a partir do nitrobenzeno.

26 **IME 2002** Determine, na sequência de reações abaixo, os principais produtos (A, B, C, D e E) em cada caso.



27 **IME 2003** Um mol de um composto orgânico A, de fórmula molecular $C_{10}H_{16}$, reage no máximo com 2 mols de bromo na ausência de luz. A ozonólise de A fornece um único composto com fórmula molecular $C_5H_8O_2$, que dá resultado negativo no teste de Tollens. Com base nestes dados, determine duas estruturas possíveis para A, justificando sua resposta.

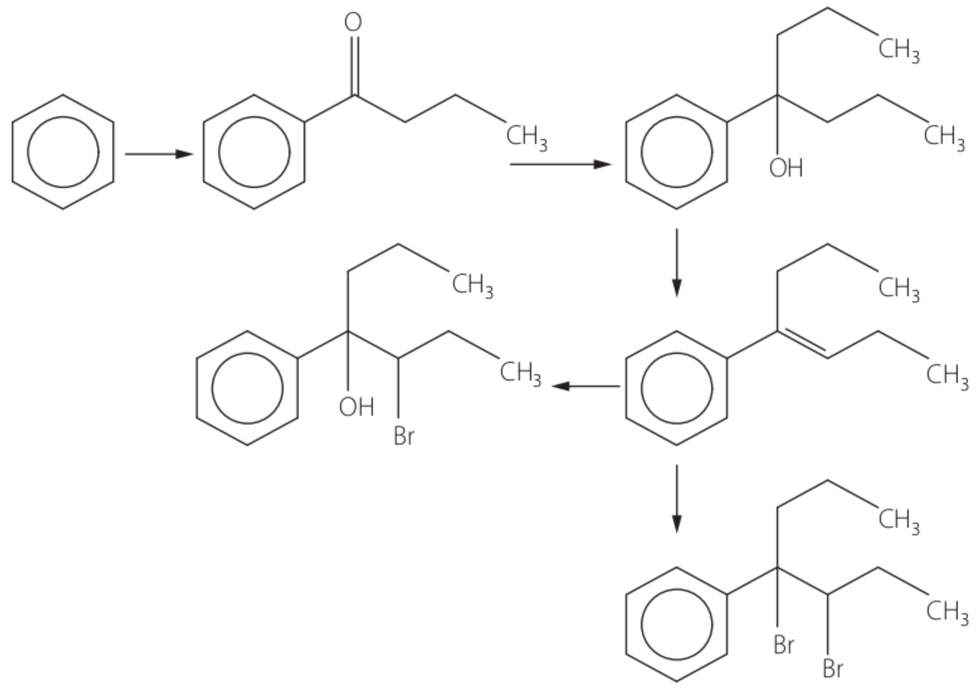
28 **IME 2007** Partindo do ciclopentanol, mostre as equações químicas com as fórmulas estruturais planas e as condições necessárias para preparar:

a) ciclopenteno;

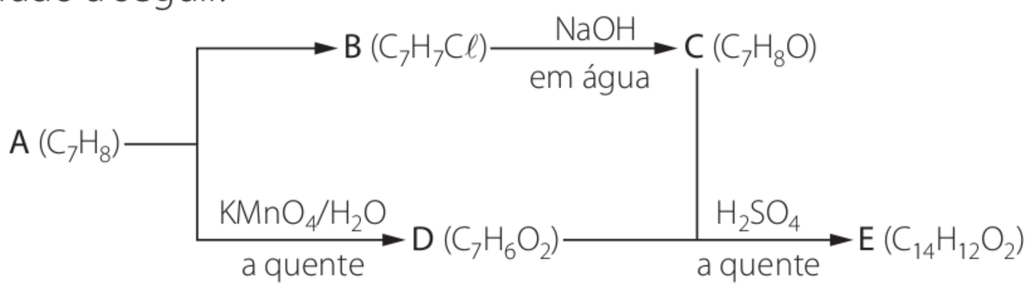
b) ciclopentano;

c) trans-1,2-dibromociclopentano.

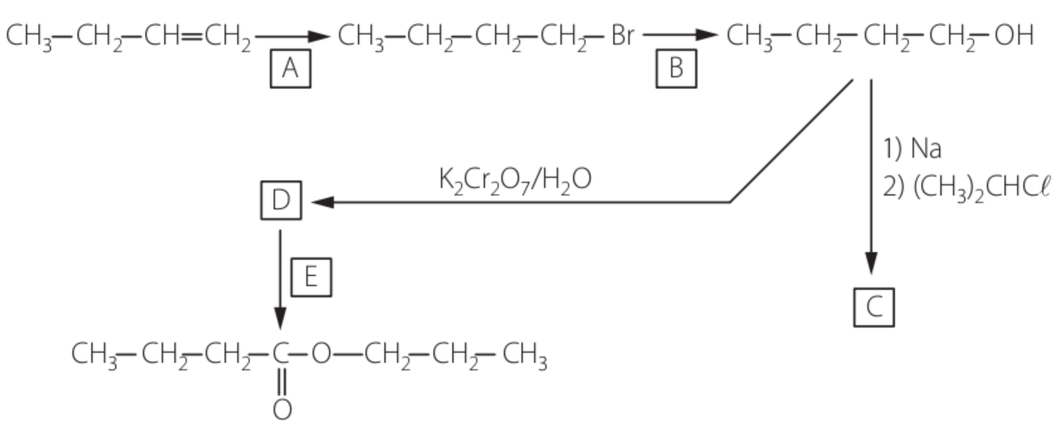
29 **IME 1988** Complete a seguinte sequência de reações escrevendo os reagentes e as condições necessárias para realizar a transformação indicada em cada etapa.



30 **IME 1989** Apresente as fórmulas estruturais planas dos compostos A, B, C, D e E constantes do esquema reacional mostrado a seguir.



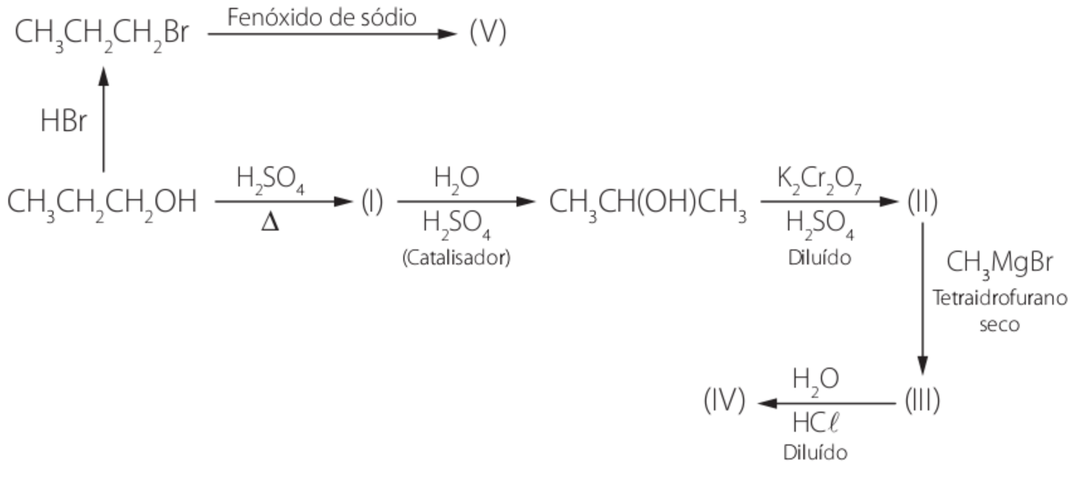
31 **IME 1995** Um químico recebeu, de seu supervisor, uma folha de papel com uma sequência de reações químicas para executar. Mas, infelizmente, ao pôr a folha sobre a bancada do laboratório, a tinta borrou em alguns pontos. Como o químico tinha bons conhecimentos da matéria, conseguiu reproduzir os dados que se apagaram, sem ter que voltar ao seu supervisor. Escreva, na folha de resposta, o que este químico deduziu serem as lacunas A, B, C, D e E, no esquema reproduzido a seguir:



32 **IME 1997** Um líquido orgânico alifático A, com ponto de ebulição 102 °C, foi submetido a uma reação com o reagente de Grignard (brometo de etil magnésio) em éter e depois tratado com água. Esta mistura reacional aquecida a 150 °C destila um produto B. Quando B é tratado com ácido sulfúrico e aquecido a 120 °C, gera um único produto C que condensa a 94 °C. O tratamento de C com ozônio e depois com zinco em pó produz dois compostos: o material inicial A e um líquido muito volátil ($T_{eb} = 21°C$) de estrutura não cíclica e fórmula molecular C_2H_4O. Utilizando as informações acima, escreva:

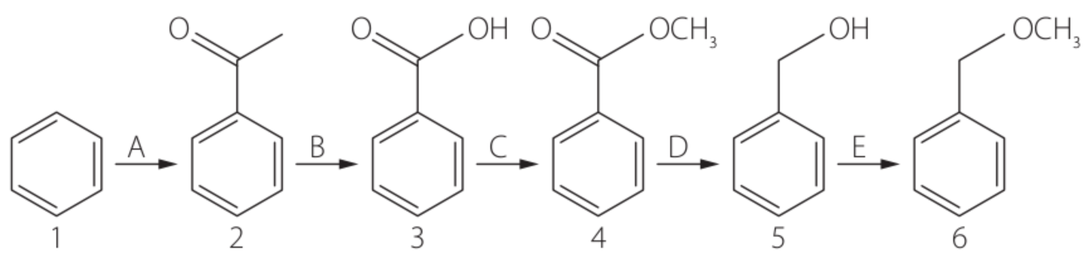
a) a estrutura das substâncias A, B e C;
b) as equações de todas as reações envolvidas no processo descrito.

33 **IME 1999** Dado o esquema de síntese abaixo, identifique as estruturas e as funções dos principais produtos orgânicos formados (I, II, III, IV e V).



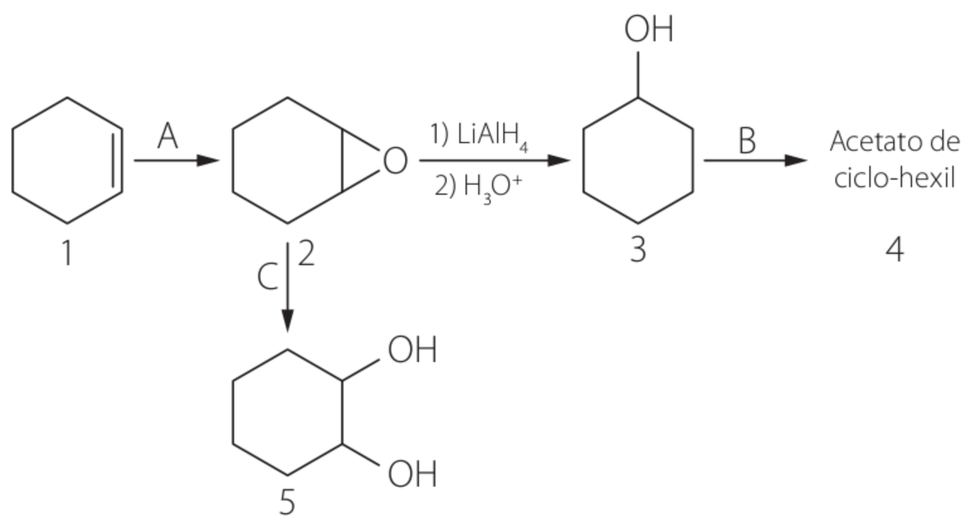
34 **IME 2000** Na sequência de reações abaixo, apresente:

a) reagentes e catalisadores necessários para promover as respectivas transformações de forma eficiente (representados pelas etapas A, B, C e E);
b) os nomes dos produtos 3 e 4.



35 **IME 2001** Dada a sequência de reações abaixo, determine:

a) os reagentes e/ou catalisadores necessários para promover, de modo eficiente, as transformações representadas pelas etapas A, B e C;
b) o nome da substância 1;
c) a fórmula estrutural do produto 4.



36 **IME 2004** Proponha uma síntese para o TNT (2,4,6-trinitrotolueno) a partir do carbeto de cálcio e de outras matérias-primas convenientes.

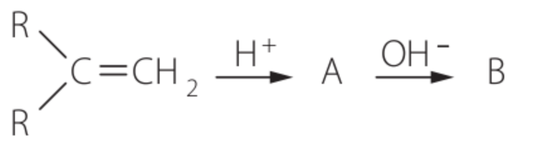
37 **IME 2004** Um composto orgânico A, de fórmula molecular C_9H_{10}, quando tratado com hidrogênio, na presença de um catalisador, fornece um composto B de massa molecular duas unidades maior que A. Oxidando A ou B com $KMnO_4$ e KOH, obtém-se o composto C, de fórmula molecular $C_7H_5O_2K$. A reação de B com uma solução de HNO_3 e H_2SO_4 fornece dois isômeros D e E. Finalmente, quando A é tratado com O_3 e, em seguida, com zinco em pó, obtém-se um composto F, com fórmula molecular C_8H_8O, o qual apresenta resultado negativo no teste de Tollens. Com base nas informações acima, forneça as fórmulas estruturais planas dos compostos A, B, C, D, E e F e justifique sua resposta, apresentando as respectivas reações.

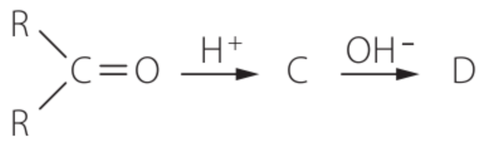
38 **IME 2006** Dispondo apenas de carvão, óxido de cálcio, água, sódio metálico e cloretos de alquila convenientes, além de condições apropriadas de temperatura e pressão:

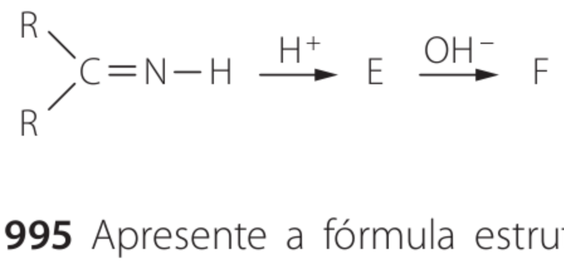
a) descreva uma possível rota de obtenção do menor alquino dissubstituído, contendo em sua estrutura apenas átomos de carbono e hidrogênio, sendo um dos átomos de carbono assimétrico;

b) determine a fórmula estrutural plana e a nomenclatura IUPAC do alquino em questão.

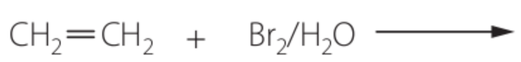
39 **IME 1992** Escreva as estruturas, A, B, C, D, E e F, resultantes das reações de adição, representadas pelas equações a seguir:

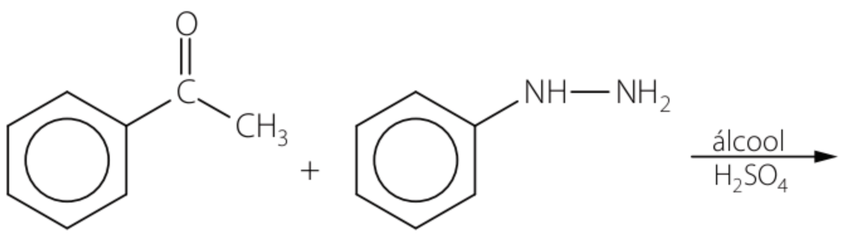


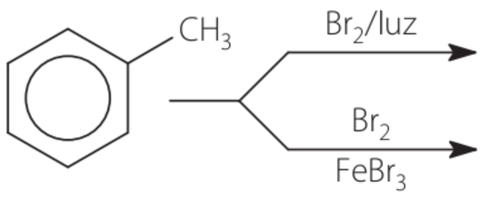


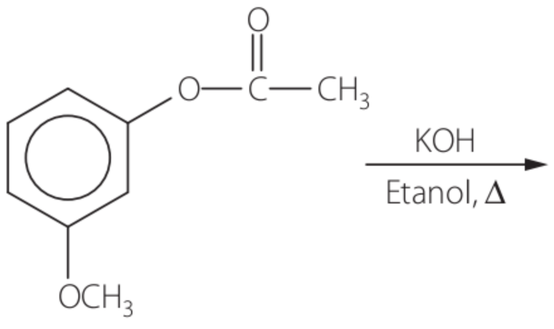


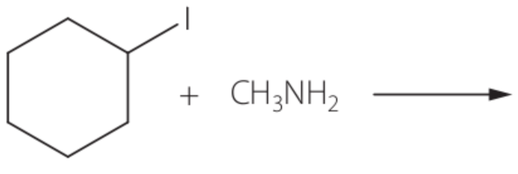
40 **IME 1995** Apresente a fórmula estrutural plana dos principais produtos formados nas reações representadas pelas equações a seguir:

a) 

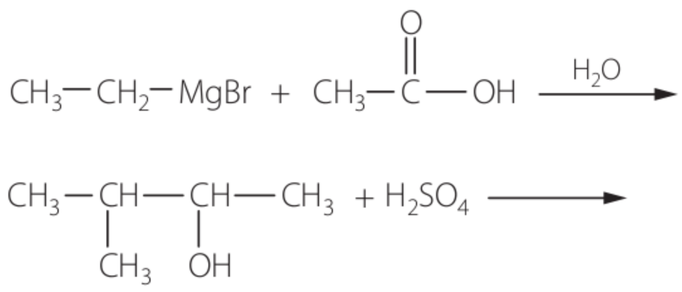
b) 

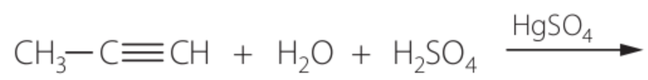
c) 

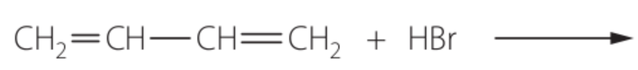
d) 

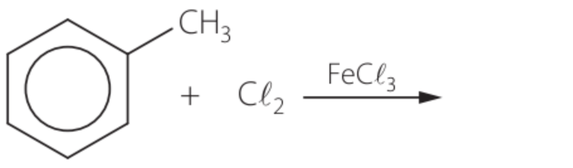
e) 

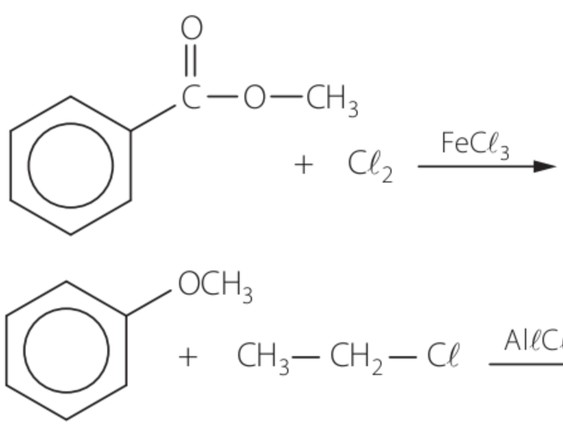
41 **IME 1986** Complete as equações químicas abaixo dando a fórmula estrutural plana dos principais produtos orgânicos obtidos:

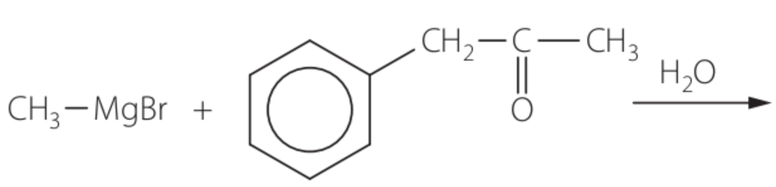


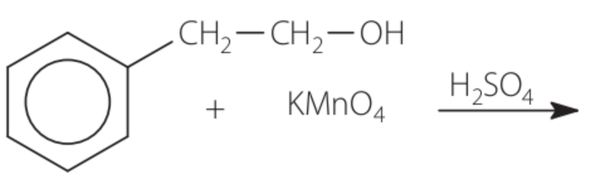


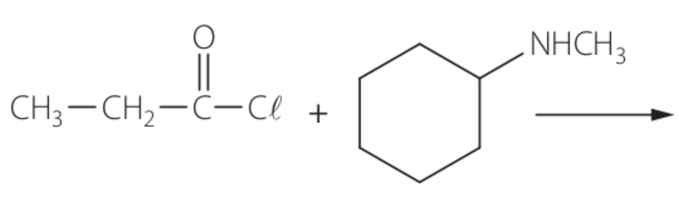


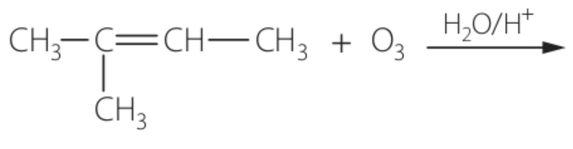










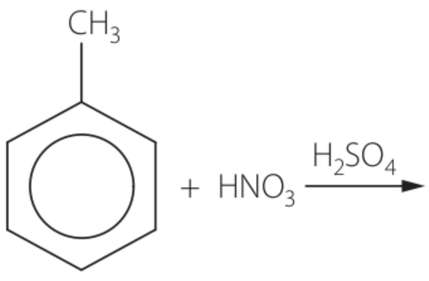


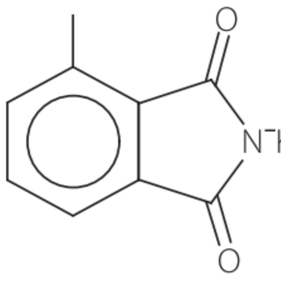
42 **IME 1987** Deseja-se diferenciar os pares de compostos apresentados a seguir, por meio de testes químicos simples e rápidos. Complete o quadro abaixo, indicando nas colunas correspondentes o reagente utilizado em cada teste, a observação feita e o composto sensível ao ensaio em cada par.
As respostas relativas ao primeiro par de substâncias são apresentadas a título de exemplo.

Par de compostos a identificar	Reagente	Obs	Composto sensível ao teste
$H_2C{=}CH_2$ (a) DE $H_3C{-}CH_3$ (b)	$KMnO_4$	Descoramento	(a)
$CH_3{-}CH_2{-}CH_2OH$ (c) DE $CH_2{=}CH{-}CH_2OH$ (d)			
$CH_2{=}CH{-}CH_2OH$ (e) DE $CH_2{=}C(OH){-}CH_3$ (f)			
$CH_3{-}C(=O){-}CH_3$ (g) DE $CH_3{-}C(=O){-}H$ (h)			
$CH_3{-}C(=O){-}H$ (i) DE $CH_3{-}C(=O){-}OH$ (j)			

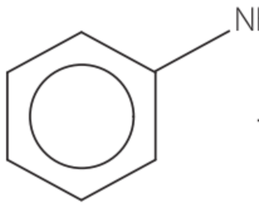
43 **IME 1987** Dê o principal produto orgânico formado nas seguintes reações:

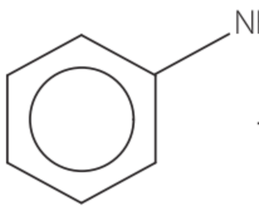
a) $CH_3{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}NH_2 + CH_3{-}C(=O){-}O{-}C(=O){-}CH_3 \longrightarrow$

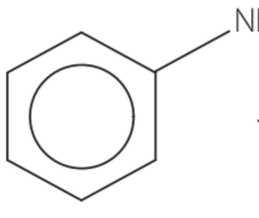
b)  $+ HNO_3 \xrightarrow{H_2SO_4}$

c)  $\xrightarrow{(CH_3)_2CH{-}C\ell}$ $\xrightarrow{NaOH}$

d) $CH_3{-}CH_2{-}CH_2{-}C(=O){-}NH_2 \xrightarrow[Br_2]{NaOH}$

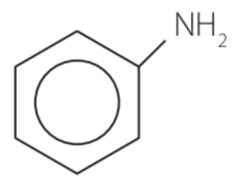
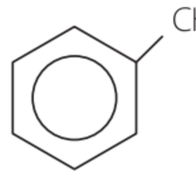
e)  $\xrightarrow{HNO_2}$ $\xrightarrow{KI}$

f)  $\xrightarrow{HNO_2}$

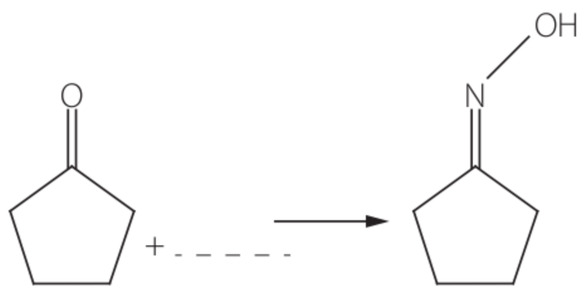
g)  $\xrightarrow{HNO_2}$ $\xrightarrow{H_2O}$

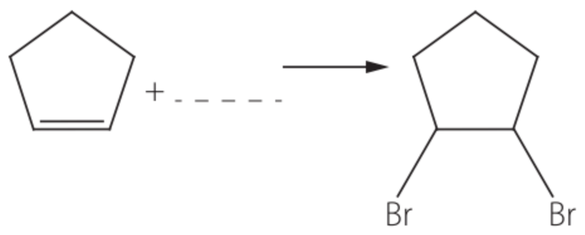
h) $(CH_3)_2CH{-}CN \xrightarrow[H_2SO_4]{H_2O\ /\ \Delta}$

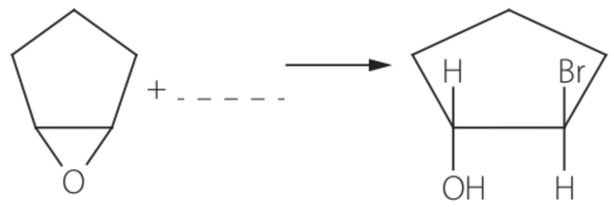
44 **IME 1989** Dê a fórmula estrutural plana dos compostos orgânicos indicados pelas informações correspondentes.

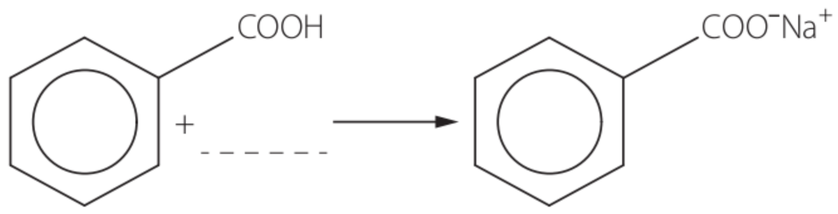
Nº	INFORMAÇÃO
1	Etil – isopropilamina
2	$CH_3{-}CH_2{-}C(=O){-}C\ell$ + ciclopentilamina
3	$CH_2{-}CH{-}CH{=}CH_2 + CH{=}CH{-}COOCH_3 \xrightarrow{\Delta}$
4	 $+ NHO_2 \longrightarrow \xrightarrow{H_2O}$
5	p — etil — fenol + NaOH $\xrightarrow{CH_3I}$
6	3,6 – dimetil – 3 – aminoeptano
7	n – hexanonitrila
8	$CH_3{-}CH_2{-}CH(CH_3){-}C\ell$ + metilamina $\longrightarrow$
9	$CH_3{-}CH_2{-}CH(CH_3){-}C(=O){-}NH_2 \xrightarrow{LiA\ell H_4}$
10	$CH_3{-}C(=O){-}O^-\ {}^+NH_3\ CH_2\ CH_3 \xrightarrow{\Delta}$
11	 + NaCN $\longrightarrow$
12	4 — Terc — butil — 1 — carboxi — cicloexano

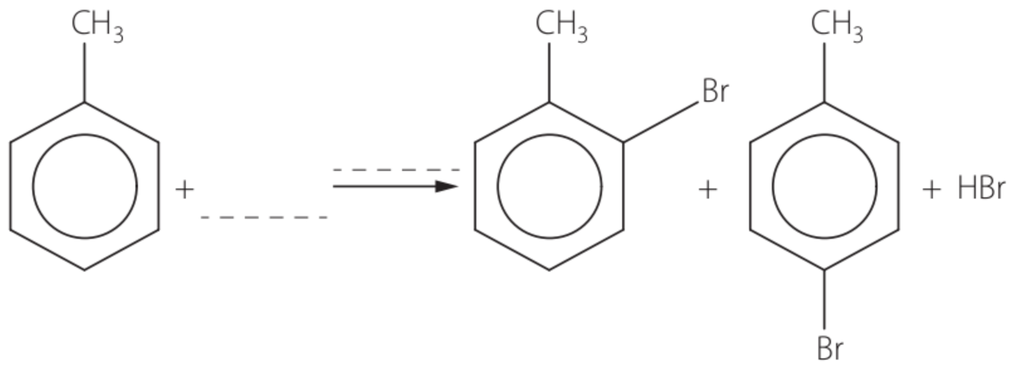
45 **IME 1990** Complete as equações das reações dadas, colocando, nos espaços indicados, o(s) reagente(s) necessário(s) para realizar as seguintes transformações:

a) 

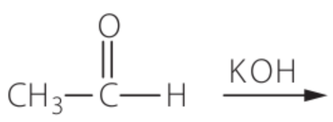
b) 

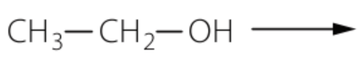
c) 

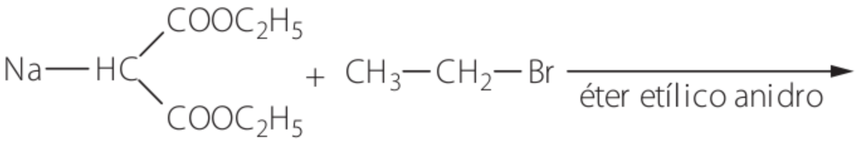
d) 

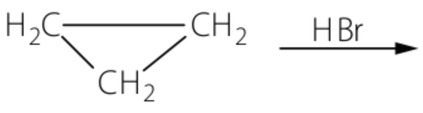
e) 

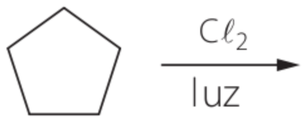
46 **IME 1991** Escreva a fórmula estrutural plana do produto principal de cada uma das reações representadas abaixo:

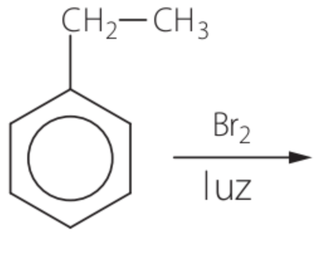
a) 

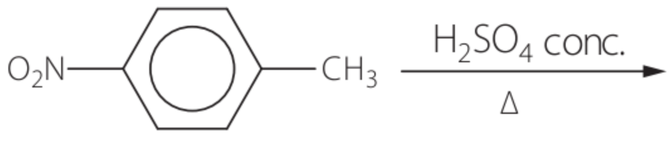
b) 

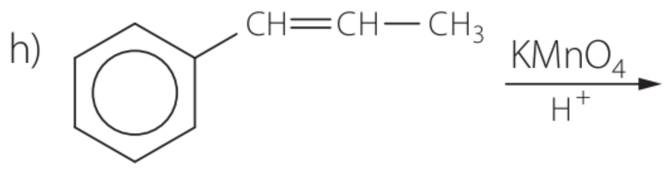
c) 

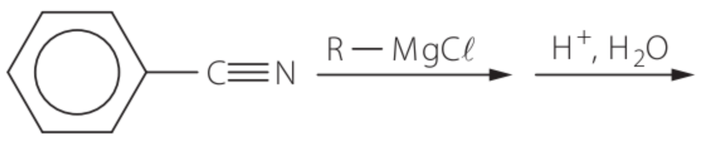
d) 

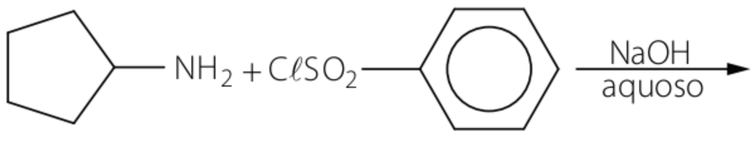
e) 

f) 

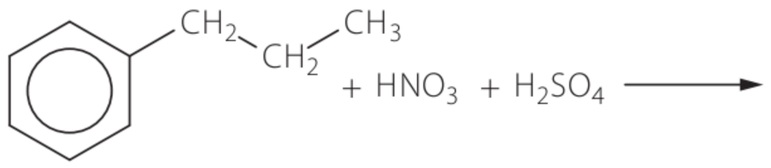
g) 

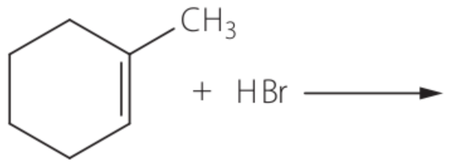
h) 

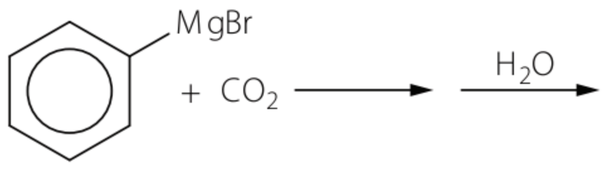
i) 

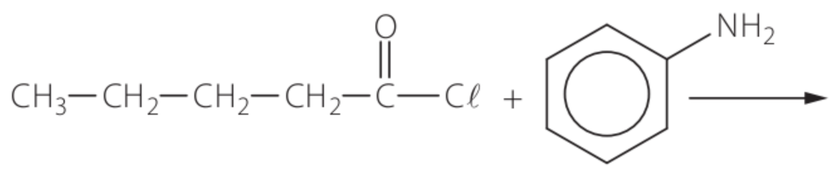
j) 

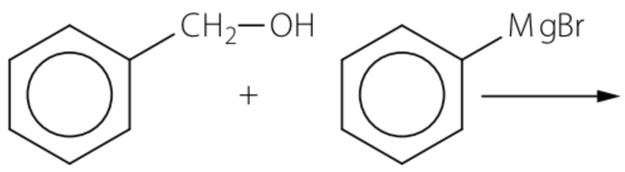
47 **IME 1993** Complete as equações abaixo dando a fórmula estrutural plana do(s) produto(s) orgânico(s) de cada reação:

a) 

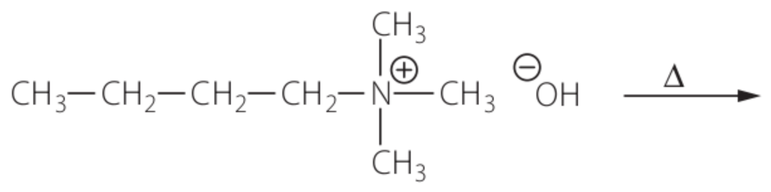
b) 

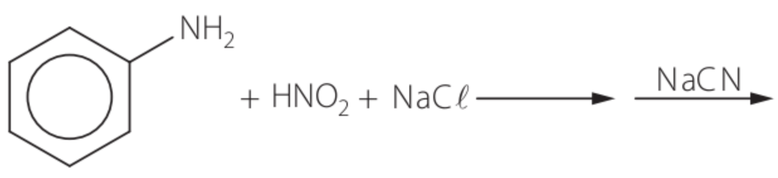
c) 

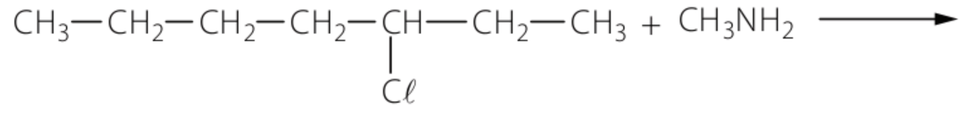
d) 

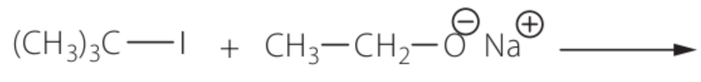
e) 

48 **IME 1993** Complete as equações dando a fórmula plana do(s) produto(s) orgânico(s) de cada reação:

a) 

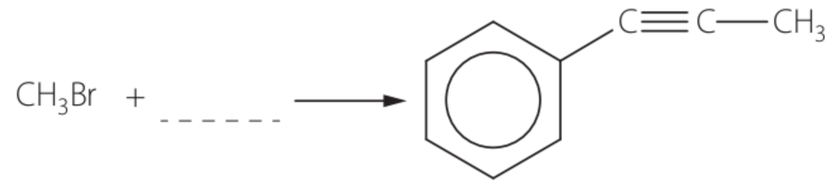
b) 

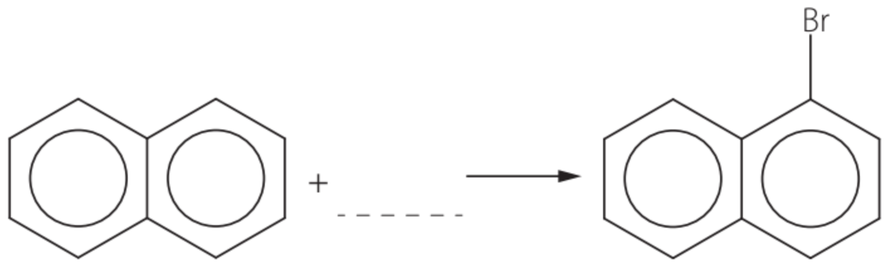
c) 

d) 

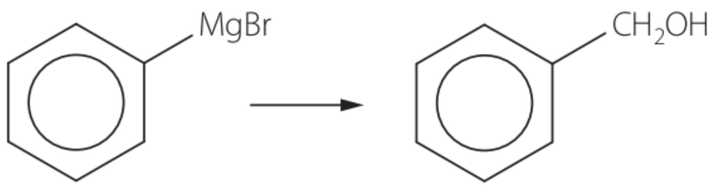
e)

49 **IME 1994** Complete as equações das reações apresentadas a seguir, escrevendo na folha de respostas as fórmulas estruturais dos reagentes necessários para se realizarem as referidas transformações:

a) 

b) 

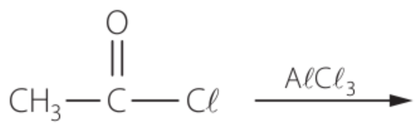
c)

d) 

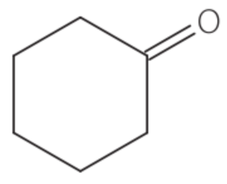
e) $C_2H_5NH_2$ + ------ → $(C_2H_5)_2NH$

50 **IME 1996** Complete as seguintes reações, escrevendo, na folha de resposta do caderno de soluções, a fórmula estrutural plana do(s) principal(is) produto(s) orgânico(s) ou do reagente que falta, conforme o caso:

a) dietilamina + cloreto de *n*-butila →

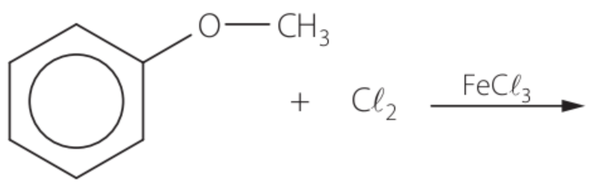
b) tolueno +  →

c) fenol + anidrido acético →

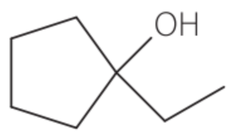
d) ------ + $K_2Cr_2O_7$ → 

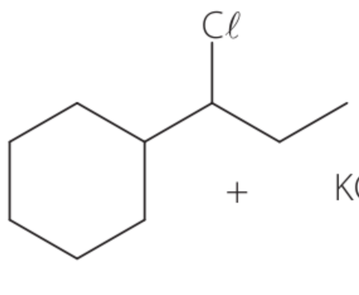
e) 2,3-dimetil-3-hepteno + $HC\ell$ →

f) 3-metil-3-hexeno + O_3 →

g) 

h) ácido 3-metil-2-pentenoico + CH_3CH_2OH →

i) ------ + CH_3CH_2MgBr → H_2O → 

j)  + KOH (alcoólica) →

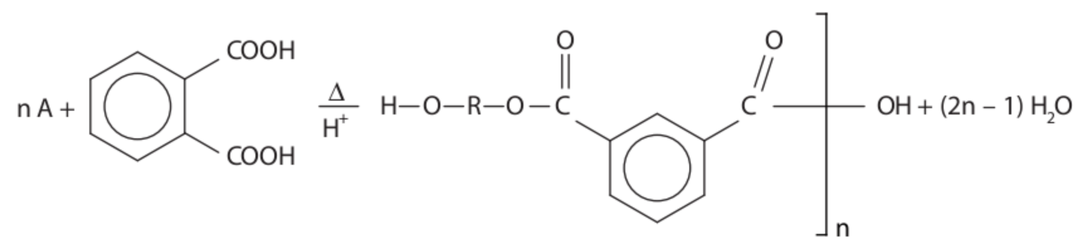
51 **IME 1998** Um composto orgânico de fórmula molecular $C_9H_8O_2$ é capaz de sofrer as seguintes reações:

- nitração com HNO_3/H_2SO_4;
- adição de Br_2;
- formação de complexo colorido com $FeCl_3$ e
- teste de Tollens positivo.

Determine:

a) as quatro principais funcionalidades presentes neste composto e
b) cinco possíveis estruturas para o composto.

52 **IME 1993** A polimerização entre o composto A e o ácido ftálico é mostrada a seguir:

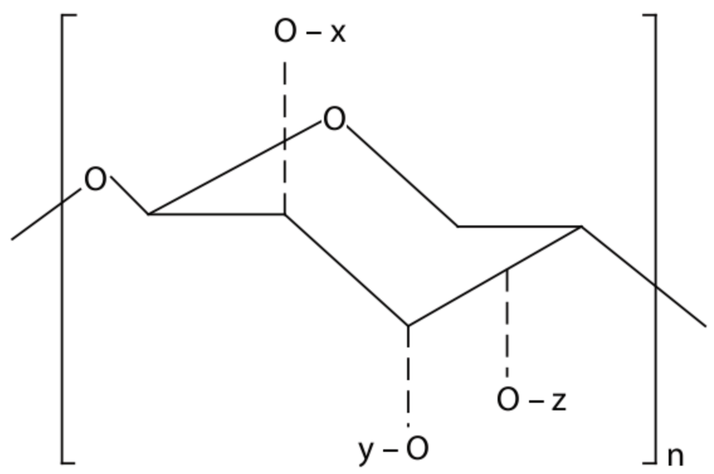


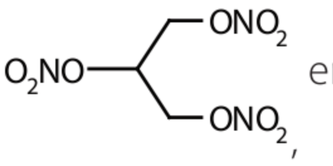
onde n representa um número grande de moléculas participantes. Responda:

a) qual a fórmula estrutural plana de A, já que a massa molecular é de 62 u.m.a.;
b) a que classe funcional pertence o polímero formado, e
c) que tipo de reação de polimerização está ocorrendo?

53 **IME 2006** Os náilons são polímeros usualmente empregados na forma de fios, úteis na fabricação de cordas, tecidos, linhas de pesca etc. Um dos mais comuns é o náilon-66, resultante da reação de polimerização entre a hexametilenodiamina (1,6-diamino-n-hexano) e o ácido adípico (ácido hexanodióico). Com base nesta informação, determine a fórmula mínima do náilon-66.

54 **IME 1993** A nitrocelulose (NC) é um polímero de fórmula onde n varia de 2500 a 3000 e x, y e z são H ou NO_2, que são distribuídos aleatoriamente ao longo da cadeia. Uma solução éter-álcool transforma a NC de estrutura fibrosa em um filme homogêneo. Descreva:



a) a estrutura da dispersão de NC, em uma solução éter-álcool, no ponto de saturação, e
b) um método simples de identificar uma dispersão com baixa concentração de NC em éter-álcool, quando comparada uma solução diluída de nitroglicerina,  em éter-álcool.

Frente 2 – ITA

55 **ITA 1987** Considere a classificação periódica dos elementos esquematizados abaixo. Os símbolos dos elementos foram substituídos por letras arbitrariamente escolhidas. A letra T representa o símbolo de um gás nobre.

V																	
F															W		
	M												G	J	L	R	
X	Y											U		Q		Z	T

Que elemento, ou grupo de elementos, tem seus elétrons de valência em orbitais com a distribuição: ns^2, npx^1, npy^1, npz^1?

A só L
B M e Y
C J e Q
D W, R e Z
E G, J, L e R

56 **ITA 1992** Relacione a energia de ligação entre átomos de uma molécula biatômica com o comprimento de onda da luz capaz de provocar a sua clivagem homolítica.

57 **ITA 2004** Considere as seguintes radiações eletromagnéticas:

I. Radiação Gama.
II. Radiação visível.
III. Radiação ultravioleta.
IV. Radiação infravermelho.
V. Radiação micro-ondas.

Dentre estas radiações eletromagnéticas, aquelas que, via de regra, estão associadas a transições eletrônicas em moléculas são

A apenas I, II e III.
B apenas I e IV.
C apenas II e III.
D apenas II, III e IV.
E todas.

58 **ITA 1989** Em relação à molécula de amônia, são feitas as seguintes afirmações.

I. O ângulo entre as ligações N — H é de 120º.
II. Os três átomos de H e o átomo de N estão num mesmo plano.
III. A geometria da molécula é piramidal.
IV. Cada ligação, nesta molécula, pode ser entendida como resultante da interpenetração do orbital s de um dos hidrogênios com um dos orbitais p do nitrogênio.
V. O momento dipolar da molécula é nulo.

Destas afirmações são corretas:

A I, II e III
B I, II, IV e V
C I e IV
D II, IV e V
E III e IV

59 **ITA 1992** Qual das configurações eletrônicas abaixo, todas representando átomos isolados ou monoatômicos, implica num paramagnetismo mais acentuado?

A $1s^2\ 2s^1$
B $1s^2\ 2s^2\ 2p^1$
C $1s^2\ 2s^2\ 2p^3$
D $1s^2\ 2s^2\ 2p^6$
E $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}$

60 **ITA 1992** Descreva como se distingue, experimentalmente, se um certo material é *dia*, *para* ou *ferro*-magnético.

61 **ITA 1993** Assinale quais das afirmações é errada a respeito de um átomo neutro cuja configuração eletrônica é $1s^2\ 2s^2\ 2p^5\ 3s^1$.

A O átomo não está na configuração mais estável.
B O átomo emite radiação eletromagnética ao passar a $1s^2\ 2s^2\ 2p^6$.
C O átomo deve receber energia para passar a $1s^2\ 2s^2\ 2p^6$.
D Os orbitais 1s e 2s estão completamente preenchidos.
E Na configuração mais estável, o átomo é paramagnético.

62 **ITA 1996** Assinale a opção que contém a afirmação errada a respeito das seguintes espécies químicas, todas no estado gasoso:

H_2; $HC\ell$; HF; $PC\ell_3$; $PC\ell_5$.

A A ligação no H_2 é a mais covalente e a no HF é a mais iônica.
B O H_2 e o $HC\ell$ são, ambos, diamagnéticos.
C O $PC\ell_5$ tem um momento de dipolo elétrico maior do que o $PC\ell_3$.
D O H_2 e o $PC\ell_5$ não possuem momento de dipolo elétrico permanente.
E O H_2 pode ter momento de dipolo elétrico induzido.

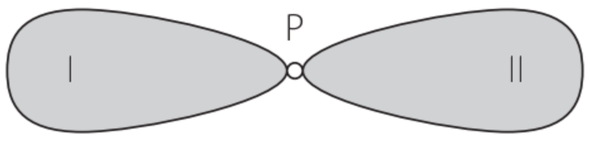
63 **ITA 2003** Sabendo que o estado fundamental do átomo de hidrogênio tem energia igual a – 13,6 eV, considere as seguintes afirmações:

I. O potencial de ionização do átomo de hidrogênio é igual a 13,6 eV.
II. A energia do orbital 1s no átomo de hidrogênio é igual a –13,6 eV.
III. A afinidade eletrônica do átomo de hidrogênio é igual a –13,6 eV.
IV. A energia do estado fundamental da molécula de hidrogênio, $H_2(g)$, é igual a – (2 x 13,6) eV.
V. A energia necessária para excitar o elétron do átomo de hidrogênio do estado fundamental para o orbital 2s é menor do que 13,6 eV.

Das afirmações feitas, estão ERRADAS

A apenas I, II e III
B apenas I e III
C apenas II e V
D apenas III e IV
E apenas III, IV e V

64 **ITA 1988** Para tentar explicar o que se entende por um orbital atômico do tipo 2p, textos introdutórios usam figuras do tipo seguinte:



Assinale a afirmação *certa* em relação à figura desse tipo.

A O elétron no estado 2p descreve uma trajetória na forma de um oito, como esboçado anteriormente.

B Enquanto um dos elétrons 2p está garantidamente na região I, um segundo elétron 2p garantidamente está na região II.

C Essas figuras correspondem a símbolos que só podem ser interpretados matematicamente, mas não possuem interpretação física.

D Os contornos da área hachurada correspondem à distância máxima do elétron em relação ao núcleo, cuja posição corresponde ao ponto P.

E Essa figura procura dar uma ideia das duas regiões onde a probabilidade de encontrar o mesmo elétron 2p é relativamente grande, mas sem esquecer que ele também pode estar fora da região hachurada.

65 **ITA 1989** Moléculas de $HC\ell$, conforme condições, podem dissociar nas duas formas seguintes:

I. $HC\ell \rightarrow H\bullet + C\ell\bullet$ II. $HC\ell \rightarrow H^+ + C\ell^-$

Em relação a estes dois processos é falso afirmar que:

A em I o produto $C\ell\bullet$ tem um número ímpar de elétrons, enquanto em II o produto $C\ell^-$ tem um número par de elétrons.

B a alternativa II é a que ocorre se $HC\ell$ é dissolvido num líquido com constante dielétrica apreciável.

C no estado gasoso, a baixa pressão e alta temperatura, a ocorrência de I é mais plausível do que a de II.

D ambos os tipos de dissociação, I e II, provocam o aumento da condutividade elétrica do meio.

E o produto $C\ell\bullet$ é paramagnético, enquanto o produto $C\ell^-$ é diamagnético.

66 **ITA 1990** Entre as opções abaixo, todas relativas a orbitais atômicos, assinale aquela que contém a afirmação errada.

A O valor do número quântico principal (n) indica o total de superfícies nodais.

B Orbitais *s* são aqueles em que o número quântico secundário, ℓ, vale um.

C Orbitais do tipo *p* têm uma superfície nodal plana passando pelo núcleo.

D Orbitais do tipo *s* têm simetria esférica

E Em orbitais do tipo *s*, há um ventre de densidade de probabilidade de encontrar elétrons, lá onde está o núcleo.

67 **ITA 1990** Descreva o orbital 2s no que respeita à forma, localização de superfícies nodais e à densidade de probabilidade de encontrar o elétron, em relação ao núcleo do átomo.

68 **ITA 1994** Assinale a opção que contém a afirmação falsa:

A Nos átomos dos metais das terras raras temos orbitais do tipo f parcialmente preenchidos.

B A configuração eletrônica $1s^1\ 3p^1$, em torno de um núcleo de lítio, corresponde a um estado excitado do cátion Li^+.

C O átomo com uma configuração eletrônica $1s^2\ 2p^3$ é diamagnético.

D O momento de dipolo elétrico do monóxido de carbono é maior do que o do dióxido de carbono.

E A primeira energia de ionização do $Mg_{(g)}$ é maior do que a do $Na_{(g)}$.

69 **ITA 1996** A(s) ligação(ões) carbono-hidrogênio existente(s) na molécula de metano (CH_4) pode(m) ser interpretada(s) como sendo formada(s) pela interpenetração frontal dos orbitais atômicos s do átomo de hidrogênio com os seguintes orbitais atômicos do átomo de carbono:

A Quatro orbitais p.

B Quatro orbitais híbridos sp^3.

C Um orbital híbrido sp^3.

D Um orbital s e três orbitais p.

E Um orbital p e três orbitais sp^2.

70 **ITA 1998** Entre as afirmações abaixo, assinale a opção ERRADA:

A Os íons He^+, Li^{2+}, Be^{3+}, no estado gasoso, são exemplos de "hidrogenóides".

B No átomo de hidrogênio, os orbitais 3s, 3p e 3d têm a mesma energia.

C No átomo de carbono, os orbitais 3s, 3p e 3d têm valores de energias diferentes.

D A densidade de probabilidade de encontrar um elétron num átomo de hidrogênio no orbital 2p é nula num plano que passa pelo núcleo.

E As frequências das radiações emitidas pelo íon He^+ são iguais às emitidas pelo átomo de hidrogênio.

71 **ITA 1998** Um átomo de hidrogênio com o elétron inicialmente no estado fundamental é excitado para um estado com número quântico principal (n) igual a 3. Em correlação a esse fato, qual das opções abaixo é a correta?

A Esse estado excitado é o primeiro estado excitado permitido para o átomo de hidrogênio.

B A distância média do elétron ao núcleo será menor no estado excitado do que no estado fundamental.

C Será necessário fornecer mais energia para ionizar o átomo a partir desse estado excitado do que para ionizá-lo a partir do estado fundamental.

D A energia necessária para excitar um elétron do estado com n = 3 para um estado com n = 5 é a mesma para excitá-lo do estado com n = 1 para um estado com n = 3.

E O comprimento de onda da radiação emitida quando esse elétron retornar para o estado fundamental será igual ao comprimento de onda da radiação absorvida para ele ir do estado fundamental para o mesmo estado excitado.

72 **ITA 1998** Assinale a opção que contém a ordem crescente correta do valor das seguintes grandezas:

I. Comprimento de onda do extremo violeta do arco-íris.
II. Comprimento de onda do extremo vermelho do arco-íris.
III. Comprimento da cadeia de carbonos na molécula de acetona no estado gasoso.
IV. Comprimento da ligação química entre o hidrogênio e o oxigênio dentro de uma molécula de água.

A I < II < III < IV.
B II < III < I < IV.
C II < I < III < IV.
D IV < I < II < III.
E IV < III < I < II.

73 **ITA 2001** Considere as seguintes afirmações.

I. O nível de energia de um átomo, cujo número quântico principal é igual a 4, pode ter, no máximo, 32 elétrons.
II. A configuração eletrônica $1s^2\ 2s^2 2p_x^2\ 2p_y^2$ representa um estado excitado do átomo de oxigênio.
III. O estado fundamental do átomo de fósforo contém três elétrons desemparelhados.
IV. O átomo de nitrogênio apresenta o primeiro potencial de ionização menor que o átomo de flúor.
V. A energia necessária para excitar um elétron do estado fundamental do átomo de hidrogênio para o orbital 3s é igual àquela necessária para excitar esse mesmo elétron para o orbital 3d.

Das afirmações feitas, estão corretas.

A apenas I, II e III.
B apenas I, II e V.
C apenas III e IV.
D apenas III, IV e V.
E todas.

74 **ITA 2002** Considere as seguintes configurações eletrônicas de espécies no estado gasoso:

I. $1s^2\ 2s^2\ 2p^1$.
II. $1s^2\ 2s^2\ 2p^3$.
III. $1s^2\ 2s^2\ 2p^4$.
IV. $1s^2\ 2s^2\ 2p^5$.
V. $1s^2\ 2s^2\ 2p^5\ 3s^1$.

Assinale a alternativa errada.

A As configurações I e IV podem representar estados fundamentais de cátions do segundo período da tabela periódica.
B As configurações II e III podem representar tanto um estado fundamental como um estado excitado de átomos neutros do segundo período da tabela periódica.
C A configuração V pode representar um estado excitado de um átomo neutro do segundo período da tabela periódica.
D As configurações II e IV podem representar estados excitados de átomos neutros do segundo período da tabela periódica.
E As configurações II, III e V podem representar estados excitados de átomos neutros do segundo período da tabela periódica.

75 **ITA 2004** Considere as seguintes configurações eletrônicas e respectivas energias da espécie atômica (A), na fase gasosa, na forma neutra, aniônica ou catiônica, no estado fundamental ou excitado:

I. $ns^2\ np^5\ (n+1)s^2$; E_I
II. $ns^2\ np^6\ (n+1)s^1\ (n+1)p^1$; E_{II}
III. $ns^2\ np^4\ (n+1)s^2$; E_{III}
IV. $ns^2\ np^5$; E_{IV}
V. $ns^2\ np^6\ (n+1)s^2$; E_V
VI. $ns^2\ np^6$; E_{VI}
VII. $ns^2\ np^5\ (n+1)s^1\ (n+1)p^1$; E_{VII}
VIII. $ns^2\ np^6\ (n+1)s^1$; E_{VIII}

Sabendo que $|E_I|$ é a energia, em módulo, do primeiro estado excitado do átomo neutro (A), assinale a alternativa ERRADA.

A $|E_{III} - E_{VI}|$ pode representar a energia equivalente a uma excitação eletrônica do cátion (A^+).
B $|E_{II} - E_V|$ pode representar a energia equivalente a uma excitação eletrônica do ânion (A^-).
C $|E_{IV} - E_{VI}|$ pode representar a energia equivalente à ionização do cátion (A^+).
D $|E_{II} - E_{VIII}|$ pode representar a energia equivalente à afinidade eletrônica do átomo neutro (A).
E $|E_{VII} - E_{VIII}|$ pode representar a energia equivalente a uma excitação eletrônica do átomo neutro (A).

76 **ITA 2006** Considere as afirmações abaixo, todas relacionadas a átomos e íons no estado gasoso:

I. A energia do íon Be^{2+}, no seu estado fundamental, é igual à energia do átomo de He neutro no seu estado fundamental.
II. Conhecendo a segunda energia de ionização do átomo de He neutro, é possível conhecer o valor da afinidade eletrônica do íon He^{2+}.
III. Conhecendo o valor da afinidade eletrônica e da primeira energia de ionização do átomo de Li neutro, é possível conhecer a energia envolvida na emissão do primeiro estado excitado do átomo de Li neutro para o seu estado fundamental.

IV. A primeira energia de ionização de íon H^- é menor do que a primeira energia de ionização do átomo de H neutro.
V. O primeiro estado excitado do átomo de He neutro tem a mesma configuração do primeiro estado excitado do íon Be^{2+}.

Então, das afirmações acima, estão CORRETAS

A apenas I e III.
B apenas I, II e V.
C apenas I e IV.
D apenas II, IV e V.
E apenas III e V.

77 **ITA 1989** A análise elementar da cinza resultante da combustão completa de madeira revela uma maior concentração (% em massa) do elemento:

A lítio
B nitrogênio
C alumínio
D potássio
E ferro

78 **ITA 1990** Alúmen é exemplo de:

A sal duplo.
B hidróxido de um metal.
C albumina.
D nome dado pelos alquimistas ao alumínio.
E composto contendo dois tipos de ânions.

79 **ITA 2007** Embrulhar frutas verdes em papel jornal favorece o seu processo de amadurecimento devido ao acúmulo de um composto gasoso produzido pelas frutas. Assinale a opção que indica o composto responsável por esse fenômeno.

A Eteno.
B Metano.
C Dióxido de carbono.
D Monóxido de carbono.
E Amônia.

80 **ITA 1985** Todas as afirmações desta questão referem-se à obtenção e propriedades do NH_3.

I. Ar atmosférico é a fonte principal do nitrogênio necessário à síntese industrial do NH_3.
II. NH_3 dissolve-se muito bem em solução aquosa de H_2SO_4 e é muito pouco solúvel em solução aquosa de NaOH concentrada.
III. Por compressão à temperatura ambiente, NH_3 gasoso converte-se em líquido que praticamente não conduz a corrente elétrica.
IV. Da solução resultante da mistura de volumes iguais de soluções aquosas equimolares de NH_3 e de CO_2 pode-se obter, por evaporação do solvente, bicarbonato de amônio sólido.

São verdadeiras as afirmações:

A I e II somente
B III e IV somente
C I, II e III somente
D II, III e IV somente
E I, II, III e IV

81 **ITA 1987** Considere as afirmações seguintes, relativas à abundância de certos elementos em nosso planeta:

I. Embora o nitrogênio seja o componente majoritário da atmosfera, seu teor na hidrosfera e na litosfera é muito baixo.
II. Oxigênio é abundante na atmosfera, na hidrosfera, na litosfera e nos seres vivos.
III. Cálcio é relativamente abundante na litosfera e na estrutura óssea dos vertebrados.
IV. Embora a concentração de iodo na água do mar seja relativamente baixa, a cinza de certas espécies de algas marinhas apresenta um teor considerável deste elemento.
V. Embora o carbono seja um elemento muito importante na constituição dos seres vivos, ele ocorre em teores muito baixos tanto na atmosfera como na hidrosfera e litosfera.

Em relação a estes enunciados, são *corretos*:

A nenhum.
B apenas II.
C apenas III.
D apenas IV.
E todos.

82 **ITA 1988** A respeito do nitrogênio assinale a afirmação errada dentre as seguintes:

A Salitre e grandes depósitos de excrementos de aves marinhas constituem importantes fontes de adubo nitrogenado.
B Mesmo onde ocorrem relâmpagos, só uma fração pequena de N_2 é oxidado.
C Existem, no solo, certos microorganismos que são capazes de transformar o N_2 da atmosfera em compostos de nitrogênio que são assimiláveis pelos vegetais.
D Os adubos nitrogenados tornaram-se, em princípio, abundantes, quando no começo deste século se desenvolveram métodos econômicos de sintetizar NH_3.
E A quantidade de nitrogênio incorporada nos seres vivos é muito maior do que a quantidade de nitrogênio existente na atmosfera.

83 **ITA 1990** Por que o isolamento dos elementos do grupo IA demorou tanto e com que processo estes elementos foram obtidos na forma metálica pela primeira vez?

84 **ITA 1992** Dentre as opções seguintes, assinale aquela que contém a afirmação *falsa*.

A Cinzas de vegetais são ricas em potássio.
B Vinagre é essencialmente uma solução de ácido acético em água.
C Enzimas presentes na saliva humana são capazes de hidrolisar amido produzindo glicose.
D Poliestireno é um polímero de biodegradação relativamente fácil.
E A presença de íons de cálcio e/ou de magnésio em águas naturais restringe a formação de espuma na presença de sabão comum.

85 **ITA 1992** Dentre as opções seguintes assinale aquela que contém a afirmação falsa.

A Latão é o nome dado a ligas de cobre e zinco.
B Bronzes comuns são ligas de cobre e estanho.
C Tanto o alumínio como o zinco são atacados por soluções aquosas muito alcalinas.
D Cromo metálico pode ser obtido pela reação entre Cr_2O_3 e alumínio metálico em pó.
E Cobre é relativamente caro devido a dificuldade de redução dos seus minérios, apesar destes serem muito abundantes na crosta terrestre.

86 **ITA 1993** Considere as duas famílias seguintes da classificação periódica:

I. Li; M; K; Rb; Cs
II. F; Cℓ; X; I; At

Assinale a opção que contém a afirmação errada a respeito de propriedades dos elementos M e X ou de seus compostos:

A M é um metal que reage com X_2, sendo o produto um sólido iônico.
B O hidreto MH cristalino é iônico, onde o ânion é H^-.
C Uma forma estável de X é X_2, substância covalente que é um oxidante forte.
D Os óxidos de M são bastante solúveis em água e as soluções resultantes contêm hidróxido de M.
E Várias propriedades de M são mais semelhantes às do Li do que às do K.

87 **ITA 1994** Metano, também conhecido como gás dos pântanos, pode ser:

I. obtido por craqueamento do petróleo.
II. obtido por hidrogenação do carvão mineral.
III. formado por decomposição biológica em fundos de lagos.
IV. extraído de reservas naturais, à semelhança do que acontece com o petróleo.
V. formado na fermentação dos detritos domésticos, estocados em lixões e aterros sanitários.

Das afirmações anteriores, estão corretas:

A apenas I e II.
B apenas III e IV.
C apenas I, II e IV.
D apenas I, III, IV e V.
E todas.

88 **ITA 1998** Quais das substâncias abaixo costumam ser os principais componentes dos fermentos químicos encontrados em supermercados?

A Ácido tartárico e carbonato de bário.
B Ácido acético e carbonato de cálcio.
C Ácido acético e bicarbonato de bário.
D Ácido fórmico e bicarbonato de sódio.
E Ácido tartárico e bicarbonato de sódio.

89 **ITA 1999** O fogo-fátuo (o boitatá dos índios e caboclos) é o nome dado ao fenômeno decorrente da combustão espontânea de um certo gás, normalmente emanado de sepulturas e pântanos. Qual é esse gás?

A H_2
B NH_3
C AsH_3
D PH_3
E CH_4

90 **ITA 2001** Uma determinada substância apresenta as seguintes propriedades físico-químicas:

I. O estado físico mais estável a 25 °C e 1 atm é o sólido.
II. No estado sólido apresenta estrutura cristalina.
III. A condutividade elétrica é praticamente nula no estado físico mais estável a 25 °C e 1 atm.
IV. A condutividade elétrica é alta no estado líquido.

A alternativa relativa à substância que apresenta todas as propriedades acima é o/a:

A poliacetileno.
B brometo de sódio.
C iodo.
D silício.
E grafita.

91 **ITA 2002** A respeito de compostos contendo silício, qual das opções abaixo apresenta a afirmação correta?

A Vidros são quimicamente resistentes ao ataque de hidróxido de sódio.
B Vidros se fundem completamente em um único valor de temperatura na pressão ambiente.
C Quartzo apresenta um arranjo ordenado de suas espécies constituintes que se repete periodicamente nas três direções.
D Vidros comerciais apresentam uma concentração de dióxido de silício igual a 100% (m/m).
E Quartzo é quimicamente resistente ao ataque de ácido fluorídrico.

92 **ITA 2002** Assinale a opção que apresenta um par de substâncias isomorfas.

A Grafita$_{(s)}$, diamante$_{(s)}$
B Oxigênio$_{(g)}$, ozônio$_{(g)}$
C Cloreto de sódio$_{(s)}$, cloreto de potássio$_{(s)}$
D Dióxido de enxofre$_{(g)}$, trióxido de enxofre$_{(g)}$
E Monóxido de chumbo$_{(s)}$, dióxido de chumbo$_{(s)}$

93 **ITA 2004** Qual das opções abaixo apresenta o material com maior concentração de carbono?

A Negro de fumo.
B Carvão.
C Alcatrão.
D Piche.
E Óleo diesel.

94 **ITA 1985** Qual o uso, em laboratório, da reação representada pela equação $2KClO_3 \rightarrow KCl + KClO_4 + O_2$ e o que representa a equação $HClO_4 \rightarrow H^+ + ClO_4^-$?

95 **ITA 1986** Todas as afirmações a seguir referem-se ao processo de obtenção do ácido sulfúrico.

I. FeS_2 empregado na obtenção do SO_2 é conhecido como blenda.

II. Um dos catalisadores utilizados na oxidação do SO_2 a SO_3 é um óxido de vanádio.

III. Sabendo que para a reação $SO_2(g) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightleftarrows SO_3(g)$ o ΔH é negativo, pode-se concluir que o equilíbrio será deslocado para a direita se a temperatura for aumentada.

IV. Aumentando a temperatura, a velocidade da reação representada em (III) deverá aumentar.

V. A oxidação, por oxigênio, do SO_2 dissolvido em água é mais rápida do que a do SO_2 gasoso.

Dessas afirmações, são verdadeiras apenas:

A I, II e IV.
B I, II e V.
C II, III e IV.
D II, IV e V.
E III, IV e V.

96 **ITA 1986** Como se obtém CO na indústria? Cite uma aplicação prática importante do CO. Todas as respostas devem ser acompanhadas das respectivas equações químicas envolvidas.

97 **ITA 1987** Das substâncias abaixo, qual contém o fósforo mais facilmente assimilável pelos vegetais e animais?

A Trifluorofosfato de cálcio.
B Fluorofosfato de cálcio.
C Fosfatos de metais pesados.
D Fosfatos ácidos de cálcio.
E Fosgênio.

98 **ITA 1988** A respeito da água, são feitas as afirmações abaixo; assinale qual delas é falsa.

A A 100 °C e 1 atm, em 1 litro de vapor de água existem cerca de mil e setecentas vezes menos moléculas do que em 1 litro de água líquida nas mesmas condições de temperatura e pressão.
B Ao nível do mar, água em estado de vapor só pode existir em temperatura igual ou superior a 100 °C.
C A 0 °C e 1 atm, a distância média entre as moléculas de água é maior no estado sólido do que no líquido.
D No vapor de água a 100 °C e 1 atm, o caminho livre médio das moléculas é muito maior que a distância média entre elas.
E O número de coordenação das moléculas de água no estado líquido passa por um máximo a 4 °C.

99 **ITA 1988** Em relação ao cloro, assinale a opção que contém a afirmação *errada*:

A Um maçarico alimentado com $C\ell_{2(g)}$ e $H_{2(g)}$ fornece uma chama muito quente, com o produto da queima sendo $HC\ell$.
B Na temperatura ambiente, é impossível liquefazer o cloro.
C Na eletrólise industrial de solução aquosa de $NaC\ell$, procura-se aproveitar tanto o cloro como a soda cáustica produzidos.
D Borbulhando $C\ell_{2(g)}$ através de solução aquosa de NaOH, além de $NaC\ell$, formam-se hipoclorito e clorato em proporção que depende da temperatura.
E A metalurgia moderna explora o fato de que vários metais, ao reagirem com cloro, formam cloretos bastante voláteis e facilmente sublimáveis.

100 **ITA 1988** Dentro do espaço disponível, discuta tudo o que você sabe sobre o que acontece nas coquerias, os produtos nelas obtidos e suas relações com outras indústrias. Nessa discussão, sempre que for indicado, use fórmulas, nomes oficiais e triviais das substâncias envolvidas, equações, esquemas, gráficos etc. Não deixe de mencionar os itens seguintes:

a) A matéria-prima e como o coque é produzido a partir dela.
b) Por que se usa coque e qual a sua função na produção do ferro?
c) Subproduto gasoso da coqueria, utilizável na fabricação de fertilizantes.
d) Principal hidrocarboneto líquido obtido na coqueria e como ele é transformado em uma das matérias-primas da indústria de corantes.
e) Exemplos de outros subprodutos e de suas aplicações.

101 **ITA 1989** Em relação à ureia, assinale a afirmação FALSA.

A É um componente da urina dos mamíferos.
B Foi sintetizada por Wöhler por aquecimento de cianato de amônio.
C Por conter o grupo NH_2 é uma amina.
D Pura, nas condições ambientes, apresenta-se na forma de cristais incolores.
E Por fermentação, pode gerar NH_3.

102 **ITA 1989** Em relação à ureia, assinale a afirmação FALSA.

A É um componente da urina dos mamíferos.
B Foi sintetizada por Wöhler por aquecimento de cianato de amônio.
C Por conter o grupo NH_2 é uma amina.
D Pura, nas condições ambientes, apresenta-se na forma de cristais incolores.
E Por fermentação, pode gerar NH_3.

103 **ITA 1989** Entre as afirmações abaixo, assinale a que não se aplica ao grafite.

A Nota-se forte anisotropia na condutividade elétrica.

B Nas condições ambientes, é mais estável do que o diamante.

C É um polímero bidimensional com ligações de Van der Waals entre planos paralelos próximos.

D "Grafite" de lápis é uma mistura de grafite em pó e aglomerantes.

E É uma substância onde existem ligações híbridas tipo sp^3.

104 **ITA 1989** Dentro do espaço disponível, discuta tudo o que você sabe sobre o bico de Bunsen. Sua discussão deve abranger os seguintes tópicos: como o bico de Bunsen é construído, como ele é regulado e o que se observa no seu funcionamento.
Na discussão da queima, deixe claro como e por que a luminosidade e a temperatura da chama podem ser alteradas. Ilustre sua discussão com esquemas e, na medida do possível, procure interpretar o que se passa nas diferentes regiões em termos de reações químicas e/ou processos físicos.
Na sua exposição discuta, também, se um mesmo bico de Bunsen pode ser utilizado tanto na queima de metano como na queima de outro gás, como butano. Sim ou não? Por quê?

105 **ITA 1989** Dentro do espaço disponível, discuta o que você sabe sobre o ciclo do nitrogênio na natureza. Sua discussão deve incluir tópicos, tais como:

a) Principais reservatórios acessíveis deste elemento no nosso planeta.
b) O que se entende por "fixação natural" e quais os organismos responsáveis pela mesma.
c) O que se entende por "fixação artificial do nitrogênio" e quais são os principais processos industriais utilizados para atingir este fim.
d) Quais são os principais produtos naturais e quais são os principais compostos sintéticos utilizáveis com fertilizantes nitrogenados.
e) Caso você saiba algo sobre a relação entre maré vermelha e ciclo do nitrogênio, diga-o.

106 **ITA 1994** Qual das opções abaixo contém a afirmação falsa?

A CrO_3 é um óxido menos ácido do que o Cr_2O_3.

B Para obter $HC\ell$ gasoso basta juntar H_2SO_4 a sal de cozinha a frio.

C Vidros para garrafas e janelas são obtidos fundindo juntos sílica, cal e soda.

D Chama-se de superfosfato um adubo obtido pela interação de H_2SO_4 com trifosfato de cálcio.

E Enquanto os óxidos dos metais alcalinos e dos metais alcalinos-terrosos pulverizados costumam ser brancos, os óxidos dos metais de transição são, via de regra, fortemente coloridos.

107 **ITA 1994** Qual das opções abaixo apresenta a comparação correta para a abundância, em massa, dos elementos majoritários nos oceanos?

A $O > H > C\ell > Na > Mg$

B $H > O > C\ell > Na > Mg$

C $O > H > Na > C\ell > Mg$

D $H > O > Na > C\ell > Mg$

E $H \approx O > Na \approx C\ell \approx Mg$

108 **ITA 1994** Qual das opções abaixo contém a afirmação *falsa*?

A Argônio é obtido por destilação fracionada de ar liquefeito.

B Quantidades apreciáveis de hélio são obtidas a partir dos gases que saem de certos poços petrolíferos.

C Argônio é obtido, industrialmente, deixando passar ar por reagentes que se combinam com os outros componentes da atmosfera.

D Carbeto de cálcio é obtido por reação de óxido de cálcio com carbono em forno elétrico.

E Óxido de cálcio é obtido por aquecimento de calcário.

109 **ITA 1994** Descreva como se pode preparar NH_3 gasoso, em pequena escala, a partir de substâncias frequentemente disponíveis em laboratórios de química. Sua resposta deve conter uma descrição do procedimento experimental, deve vir acompanhada de uma figura da aparelhagem utilizada e das equações balanceadas das reações envolvidas no processo de preparação.

110 **ITA 1996** Discutindo problemas relacionados com a obtenção de metais, alunos fizeram as afirmações listadas nas opções a seguir. Qual é a opção que contém a afirmação errada?

A As reservas minerais de ferro são muitíssimo maiores que as de cobre.

B A redução de um mol de óxido de alumínio (Al_2O_3) exige muito mais energia que a redução de um mol de óxido de ferro (Fe_2O_3).

C Sódio metálico foi obtido pela primeira vez por H. Davy através da eletrólise de NaOH fundido.

D Alumínio metálico é obtido por redução de Al_2O_3 em altos-fornos análogos aos utilizados no preparo de ferro metálico.

E Embora o titânio seja relativamente abundante na crosta terrestre, jazidas de vultos desta substância são raras.

111 **ITA 1996** Escreva o que você sabe sobre os processos físico-químicos fundamentais envolvidos na transformação de sangue arterial em venoso e vice-versa.

112 **ITA 1997** Um aluno preparou duas soluções: uma solução 0,1 mol/L de ácido clorídrico e outra 0,1 mol/L de hidróxido de sódio. As etiquetas, inicialmente afixadas nos frascos, depois de alguns dias ficaram ilegíveis. Como você faria para identificar os frascos e suas respectivas soluções, não utilizando materiais típicos de Laboratório de Química?

Especificação: Você deve descrever no mínimo dois testes distintos a serem realizados com o conteúdo de cada um dos frascos para descobrir quem é quem, considerando que você não dispõe de medidor de pH nem de indicadores ácido-base comerciais.

113 **ITA 2001** Considere as seguintes afirmações a respeito da aplicação do fenol. Fenol é utilizado:

I. na síntese da baquelite.
II. na produção de tintas.
III. como agente bactericida.
IV. na obtenção de explosivos.
V. na síntese do ácido acetilsalicílico.

Das afirmações feitas, estão corretas:

A apenas I e II.
B apenas I, II, III e V.
C apenas II e III.
D apenas III e IV.
E todas.

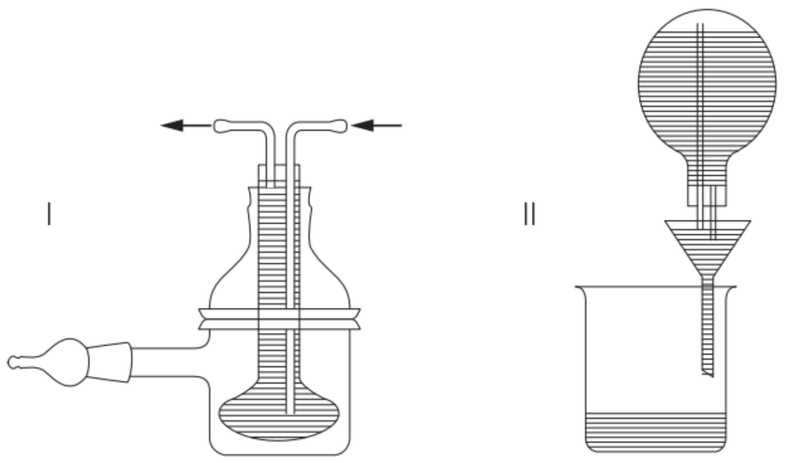
114 **ITA 1987** Associe cada um dos fenômenos listados de I até V, com a atividade correspondente escolhida entre as listadas de a até f.

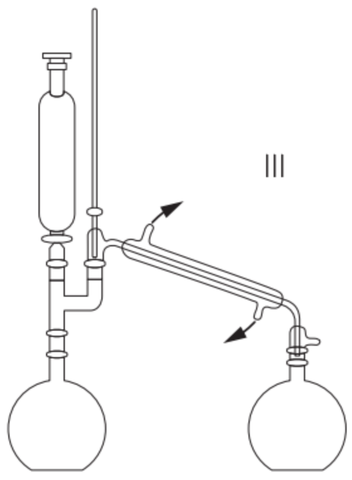
I. Diluição
II. Floculação
III. Flotação
IV. Ionização
V. Precipitação

a) Cerca de 0,1 kg de açúcar é misturado com 1 L de água.
b) Galena bruta fragmentada, após adição de um pouco de óleo, é colocada em um tanque de água, pelo qual se borbulha ar.
c) Cerca de 0,1 kg de carbonato de sódio é misturado com 1 L de água "dura".
d) Numa câmara de baixa pressão, metano é bombardeado com elétrons acelerados.
e) Um balde de uma solução de salitre do Chile é jogado num lago recém-formado.
f) Sulfato de alumínio e carbonato de sódio são misturados com água de rio.

	I	II	III	IV	V
A	c	b	f	e	a
B	e	f	b	d	c
C	e	f	c	a	b
D	f	b	e	d	c
E	a	c	b	d	f

115 **ITA 1988** Considere as aparelhagens de laboratório I, II e III representadas nas figuras, onde se omitiram garras, suportes, fontes de aquecimento etc.; as flechas indicam circulação de água. Associe a cada aparelhagem, respectivamente, o uso que dela se pode fazer.





a) Filtração, com sucção, de suspensão dum sólido num líquido.
b) Extração de uma substância dissolvida num líquido por outro líquido imiscível com o primeiro.
c) Concentração de uma solução por destilação contínua do solvente e concomitante adição da solução.
d) Filtração contínua da suspensão dum sólido num líquido.
e) Separação contínua de uma mistura azeotrópica em seus componentes por destilação e adição contínua da mistura.
f) Sublimação de uma substância sob pressão reduzida.

A I – a II – b III – e
B I – f II – d III – c
C I – b II – a III – f
D I – f II – d III – e
E I – c II – e III – a

116 **ITA 1987** Num balão de vidro, temos uma certa quantidade de: limalha de níquel, solução a 10% de cloreto de sódio em água e solução a 10% de naftaleno em hexano.

Descreva, detalhadamente, uma sequência de procedimentos que resulte numa separação de cada um destes componentes da mistura, de tal forma que se obtenha num recipiente cloreto de sódio, noutro hexano puro, etc.

Para cada etapa do seu procedimento indique:

a) aparelhagem e nome do método ou técnica empregada (por exemplo, filtração com emprego de um funil de Büchner, etc.);
b) drogas auxiliares eventualmente necessárias (por exemplo, solvente, secante, etc.);

c) princípios físico-químicos em jogo (por exemplo, diferenças de volatilidade ou de densidade, etc.).

Na medida em que for útil, ilustre sua resposta com figuras, esquemas, gráficos, etc.

117 **ITA 1996** Um copo contém uma mistura de água, acetona, cloreto de sódio e cloreto de prata. A água, a acetona e o cloreto de sódio estão numa mesma fase líquida, enquanto que o cloreto de prata se encontra numa fase sólida. Descreva como podemos realizar, em um laboratório de química, a separação dos componentes desta mistura. De sua descrição, devem constar as etapas que você empregaria para realizar esta separação, justificando o(s) procedimento(s) utilizado(s).

118 **ITA 1998** Neste ano, comemora-se o centenário da descoberta do elétron. Qual dos pesquisadores abaixo foi o principal responsável pela determinação de sua carga elétrica?

A R. A. Millikan.
B E. R. Rutherford.
C M. Faraday.
D J. J. Thomson.
E C. Coulomb.

119 **ITA 2007** Assinale a opção que nomeia o cientista responsável pela descoberta do oxigênio.

A Dalton
B Mendeleev
C Gay-Lussac
D Lavoisier
E Proust

120 **ITA 1987** Descreva e discuta o surgimento da classificação periódica dos elementos. Sua exposição deve incluir os itens seguintes: época em que ela surgiu; fatos e/ou ideias precursoras; nomes e dados adicionais sobre os principais autores; critérios experimentais e/ou teóricos usados na elaboração da tabela; exemplos de previsões relacionadas com a tabela, etc. Não é necessário abordar a correlação entre tabela periódica e nosso conhecimento contemporâneo sobre estrutura dos núcleos e da eletrosfera dos átomos! Pelo contrário, o que deve ficar claro é como se chegou à classificação periódica antes do conhecimento dos isótopos e antes dos modelos sobre a disposição eletrônica nos átomos.

121 **ITA 1989** Dentre os eventos seguintes, na história das ciências, assinale o mais antigo.

A A interpretação do efeito fotoelétrico por A. Einstein.
B A determinação da carga elementar por R. Millikan.
C Os primeiros métodos para determinar o número de A. Avogadro.
D O estudo das relações estequiométricas em eletrólises por M. Faraday.
E O modelo para estrutura do átomo proposto por E. Rutherford a partir do espalhamento de partículas alfa.

122 **ITA 1996** Neste ano, 1995, comemora-se o centenário do falecimento de L. Pasteur. Sua contribuição mais importante para o desenvolvimento da química foi:

A o isolamento da substância química responsável pela raiva.
B a proposta do modelo tetraédrico para o carbono tetravalente.
C a proposta da lei das proporções fixas na formação de compostos.
D a separação mecânica das formas dextro e levo de cristais do ácido tartárico.
E a separação das duas formas, cadeira e barco, do ciclo hexano.

123 **ITA 1998** São feitas as seguintes afirmações a respeito das contribuições do pesquisador francês A. L. Lavoisier (1743-1794) para o desenvolvimento da ciência:

I. Desenvolvimento de um dos primeiros tipos de calorímetros.
II. Participação na comissão responsável pela criação do sistema métrico de medidas.
III. Proposta de que todos os ácidos deveriam conter pelo menos um átomo de oxigênio.
IV. Escolha do nome oxigênio para o componente de ar atmosférico indispensável para a respiração humana.
V. Comprovação experimental da conservação de massa em transformações químicas realizadas em sistemas fechados.

Qual das opções abaixo contém a(s) afirmação(ções) correta(s)?

A I, II, III, IV e V.
B Apenas I, II e IV.
C Apenas II e III.
D Apenas IV e V.
E Apenas V.

Frente 2 – IME

124 **IME 1987**

a) Admitindo-se que na formação da molécula de H_2O sejam usados, para as ligações, os orbitais atômicos do oxigênio no estado fundamental, prediga, justificando, que ângulo seria formado entre as ligações nesta molécula.
b) Na realidade, o ângulo observado entre as ligações na molécula de H_2O é de aproximadamente 105º. Que modelo foi adotado para explicar este fato? Justifique sucintamente sua resposta.

125 **IME 1990** Preencha o quadro abaixo, conforme o exemplo.

Nome do composto	Fórmula molecular	Número de oxidação do ânion	Número quântico principal do elétron de valência do elemento sublinhado no estado fundamental	Distribuição eletrônica do cátion
carbonato de **lítio**	Li_2CO_3	– 2	2	$1s^2$
borato de **sódio**				
óxido de **alumínio**				
nitrato de **zinco**				
ferrocianeto de **cobre** II				
fluoreto de **enxofre** VI				

126 **IME 1991** No modelo atômico proposto por Niels Bohr, para o átomo de hidrogênio, afirma-se que:

a) O elétron percorria uma órbita circular, concêntrica com o núcleo;
b) A força Coulômbica de atração, entre elétron e núcleo, era compensada pela força centrífuga devido ao movimento do elétron e que;
c) O momento angular do elétron era um múltiplo de $h/2\pi$, onde h representa a constante de Plank, chegando-se portanto à fórmula:

$m \cdot v \cdot r = \frac{nh}{2\pi}$, onde:

m = massa do elétron
v = velocidade do elétron
r = raio da órbita do elétron
n = número inteiro positivo

Com base nos dados acima, obtenha uma expressão para o valor do raio **r** do átomo de hidrogênio, em função de **m**, **n** e **h** e da carga elétrica **e** do elétron, segundo o modelo de Bohr.

127 **IME 1996** A massa do Li^{3+} é 7,014359 u.m.a. Calcule a energia de ligação deste nuclídeo.

Dados: massa do próton = 1,007276 u.m.a.
massa do nêutron = 1,008665 u.m.a.
massa do elétron = 0,000549 u.m.a.
1 u.m.a = 931MeV.

128 **IME 1997** Sejam os elementos $_{63}A^{150}$, B e C, de números atômicos consecutivos e crescentes na ordem dada. Sabendo-se que A e B são isóbaros e que B e C são isótonos, determine:

a) o número de massa do elemento C.
b) os números quânticos dos elétrons desemparelhados da camada mais externa do elemento C.

129 **IME 2000** Para um possível elemento X de número atômico Z = 119, determine:

a) sua configuração eletrônica por níveis e subníveis mais provável;
b) os valores dos números quânticos principal, secundário e magnético do último elétron;
c) sua classificação como representativo, transição ou transição interna, justificando a resposta;
d) sua configuração eletrônica supondo que o número quântico de spin possa assumir os valores 1/2, 0 ou –1/2, mantendo-se inalteradas as regras que governam tanto os valores dos outros números quânticos quanto a ordem de preenchimento dos subníveis.

130 **IME 1988** Os potenciais de ionização para os gases nobres são mostrados na tabela abaixo:

Gás nobre	He	Ne	Ar	Kr	Xe	Rn
eV	24,6	21,6	15,8	14,0	12,1	10,7

a) Explique a diminuição do potencial de ionização com o aumento do peso atômico.
b) Com base nas seguintes informações:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2}\right)$$

fórmula que permite determinar o comprimento de onda das linhas espectrais do átomo de hidrogênio, onde:

λ = comprimento de onda emitido,
R_H = constante de Rydberg = $1{,}2 \cdot 10^7\ m^{-1}$,
n_i e n_f = números quânticos dos estados inicial e final do elétron,
h = constante de Plank = $6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$,
c = velocidade da luz = $3{,}00 \cdot 10^8\ ms^{-1}$.

Indique os gases nobres que têm potencial de ionização menores do que a energia de formação de um próton gasoso, a partir do átomo de hidrogênio.

131 **IME 1992** Explique por que, nos átomos, os elétrons são distribuídos em camadas e justifique o número máximo de elétrons que pode ser colocado nas camadas K, L e M.

132 **IME 1995** Dadas as moléculas: $KMnO_4$; H_2; $KC\ell$; CH_4; HF e HCN, escreva na folha de respostas:

a) todos os tipos de ligações químicas – iônica, covalente (polar, apolar e dativa ou coordenada) – presentes em cada molécula;
b) quais e quantos são os orbitais moleculares envolvidos nas 3 (três) últimas moléculas; e
c) o número de oxidação do Mn no $KMnO_4$.

133 **IME 1999** Alguns elementos apresentam irregularidades na sua distribuição eletrônica já que as configurações d^5, d^{10}, f^7 e f^{14} são muito estáveis. Por exemplo, o Cu (Z = 29), em vez de apresentar a distribuição $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^9$, apresenta $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^1\ 3d^{10}$. Determine os 4 números quânticos do elétron mais externo da prata (Z = 47) sabendo que o mesmo tipo de irregularidade ocorre para este elemento.

134 **IME 2001** Dois elementos químicos X e Y, em seus estados fundamentais, são tais que:

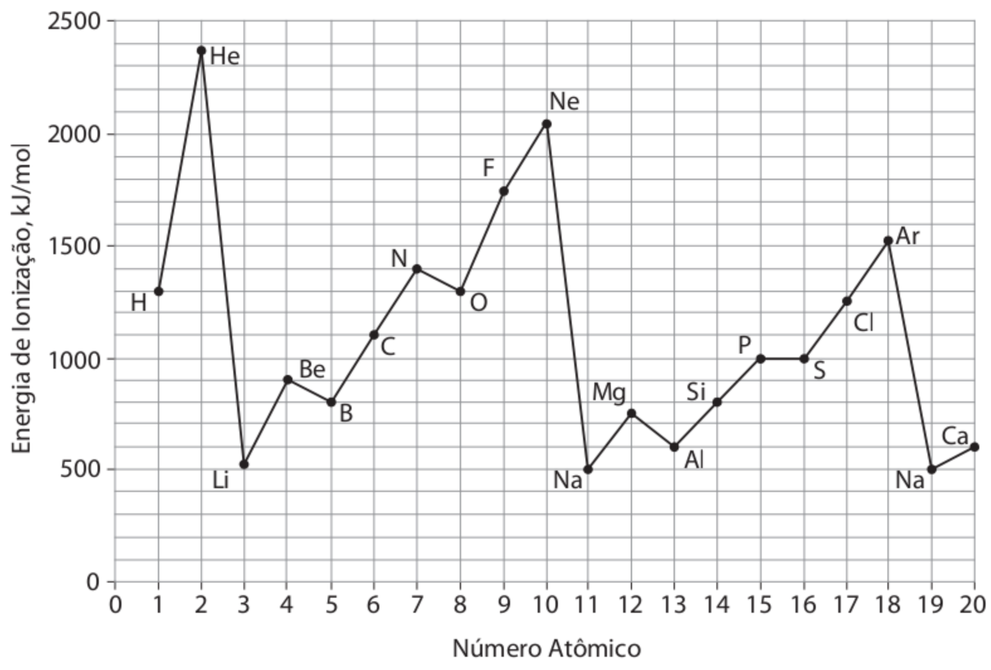
1. o elemento X possui os seguintes valores para os números quânticos do último elétron que entra na sua estrutura, considerando o princípio de construção de Wolfgang Pauli: n = 3, $\ell = 2$, m = –1 e s = –1/2;
2. os números quânticos principal e secundário do elétron mais externo do elemento Y são, respectivamente, 2 e 1. Sabe-se ainda que, em relação a um observador externo, Y possui 4 elétrons de mais baixa energia, ou que, em relação a um observador situado no núcleo, os elétrons mais energéticos são 4.

   Com base nestas informações, responda às seguintes perguntas sobre os elementos X e Y:

a) Quais são suas distribuições eletrônicas e seus números atômicos?
b) A que grupo e período da tabela periódica pertence cada um dos elementos?
c) Como devem ser classificados os elementos: representativo, de transição ou de transição interna?
d) Qual o elemento mais eletronegativo?
e) Qual o elemento de potencial de ionização mais baixo?
f) Qual o elemento de maior afinidade eletrônica?
g) Em que estado físico devem se encontrar os elementos nas condições ambientes de pressão e temperatura?
h) Que tipo de ligação deve se formar entre átomos de X?
i) Em relação às ligações na molécula do SO_2, uma ligação formada entre X e Y teria caráter mais eletrovalente ou menos eletrovalente? Por quê?
j) Com base no campo de ação de forças existente entre elétrons e núcleo, as referências energéticas dadas para os elétrons mais externos de Y seriam diferentes no caso de um antiátomo, com antiprótons negativos no núcleo e pósitrons no lugar dos elétrons?

135 **IME 2004** A incidência de radiação eletromagnética sobre um átomo é capaz de ejetar o elétron mais externo de sua camada de valência. A energia necessária para a retirada deste elétron pode ser determinada pelo princípio da conservação de energia, desde que se conheça sua velocidade de ejeção.
Para um dado elemento, verificou-se que a velocidade de ejeção foi de $1{,}00 \cdot 10^6$ m/s, quando submetido a 1070,9 kJ/mol de radiação eletromagnética.
Considerando a propriedade periódica apresentada no gráfico (Energia de Ionização × Número Atômico) e a massa do elétron igual a $9{,}00 \cdot 10^{-31}$ kg, determine:

a) o elemento em questão, sabendo que este pertence ao terceiro período da Tabela Periódica;
b) o número atômico do próximo elemento do grupo;
c) as hibridizações esperadas para o primeiro elemento deste grupo.



Frente 3 – ITA

136 **ITA 1985** Considere as seis reações equacionadas a seguir:

I. $CaCO_3 + H^+ \rightarrow Ca^{2+} + HCO_3^-$
II. $Ca + 2H^+ \rightarrow Ca^{2+} + H_2$
III. $2KClO_3 \rightarrow KCl + KClO_4 + O_2$
IV. $Mg(OH)_2 \rightarrow MgO + H_2O$
V. $CuSO_4 \cdot 5H_2O \rightarrow CuSO_4 + 5H_2O$
VI. $HClO_4 \rightarrow H^+ + ClO_4^-$

São reações de óxido-redução somente:

A I e II
B II e III
C III e IV
D IV e V
E V e VI

137 **ITA 1993** Considere as equações químicas:

I. $F_2 + H_2O \rightarrow 2HF + 1/2\ O_2$
II. $HCOOH \rightarrow H_2O + CO$
III. $CO_2 + H_2 \rightarrow H_2O + CO$
IV. $2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2$
V. $(NH_4)_2CO_3 \rightarrow 2NH_3 + H_2O + CO_2$

As que não representam reações de óxido-redução são:

A I e III.
B II e IV.
C II e V.
D IV e V.
E II, IV e V.

138 **ITA 1999** Considere as reações representadas pelas seguintes equações químicas balanceadas:

I. $CH_{4(g)} + H_2O_{(g)} \rightarrow CO_{(g)} + 3H_{2(g)}$

II. $AgC\ell_{(c)} + 2NH_{3(aq)} \rightarrow Ag(NH_3)^{+}_{2(aq)} + C\ell^{-}_{(aq)}$

III. $Zn_{(c)} + 2H^{+}_{(aq)} \rightarrow Zn^{2+}_{(aq)} + H_{2(g)}$

IV. $2H^{+}_{(aq)} + 2CrO^{2-}_{4\,(aq)} \rightarrow 2Cr_2O^{2-}_{7\,(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

Qual das opções abaixo se refere às reações de óxido-redução?

A I e II C III e IV E I, II, III e IV

B I e III D I, III e IV

139 **ITA 2001** Assinale a opção relativa aos números de oxidação corretos do átomo de cloro nos compostos $KC\ell O_2$, $Ca(C\ell O)_2$, $Mg(C\ell O_3)_2$ e $Ba(C\ell O_4)_2$, respectivamente.

A −1, −1, −1 e −1 D +3, +1, +5 e +6

B +3, +1, +2 e +3 E +3, +1, +5 e +7

C +3, +2, +4 e +6

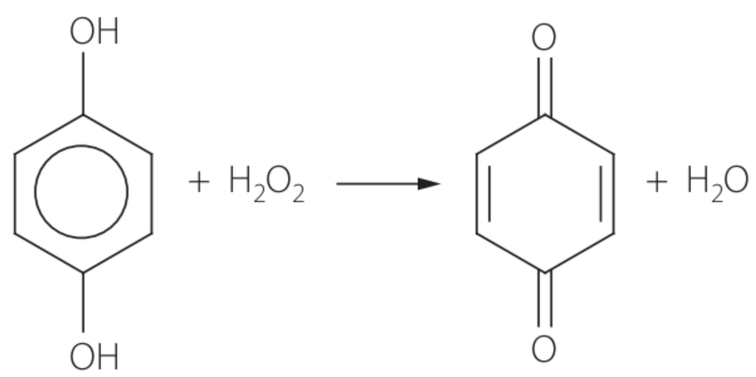
140 **ITA 1989** Considere as afirmações seguintes, referentes ao peróxido de hidrogênio.

I. O peróxido de hidrogênio pode ser obtido pela reação $BaO_2 + H_2SO_4 \rightarrow BaSO_4 + H_2O_2$

II. Na reação representada por $H_2O_2 + PbO_2 + H_2SO_4 \rightarrow PbSO_4 + 2\,H_2O + O_2$ o peróxido de hidrogênio funciona como redutor.

III. Na reação representada por $2\,H_2O_2 \rightarrow 2\,H_2O + O_2$ não há redução nem oxidação.

IV. Na reação representada por



o peróxido de hidrogênio funciona como oxidante.

Dessas afirmações são corretas apenas:

A I, II e III C I, III e IV E II e IV

B I, II e IV D II, III e IV

141 **ITA 1992** Nas opções seguintes estão representadas equações químicas de reações que podem ocorrer, em soluções aquosas, com os diversos óxidos de cromo. Qual dessas opções contém a equação que representa uma reação de oxidorredução?

A $2CrO^{-}_4 + 2H^{+} \rightarrow Cr_2O^{-}_7 + H_2O$

B $Cr_2O_3 + 6H^{+} \rightarrow 2Cr^{+++} + 3H_2O$

C $Cr_2O_3 + 2OH^{-} \rightarrow Cr_2O^{-}_4 + H_2O$

D $Cr_2O^{-}_7 + 2H^{+} \rightarrow 2CrO_3 + H_2O$

E $2Cr_2O^{-}_7 + 16H^{+} \rightarrow 4Cr^{+++} + 3O_2 + 8H_2O$

142 **ITA 1992** Considere a seguinte sequência de sais de sódio: sulfato; sulfito; tiossulfato e sulfeto. Qual é o número de oxidação do enxofre em cada um destes sais?

143 **ITA 2005** Considere as reações envolvendo o sulfeto de hidrogênio representadas pelas equações seguintes

I. $2H_2S_{(g)} + H_2SO_{3(aq)} \rightarrow 3S_{(s)} + 3H_2O_{(\ell)}$

II. $H_2S_{(g)} + 2H^{+}_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)} \rightarrow SO_{2(g)} + S_{(S)} + 2H_2O_{(\ell)}$

III. $H_2S_{(g)} + Pb_{(s)} \rightarrow PbS_{(S)} + H_{2(g)}$

IV. $2H_2S_{(g)} + 4Ag_{(s)} + O_{2(g)} \rightarrow 2Ag_2S_{(S)} + 2H_2O_{(\ell)}$

Nas reações representadas pelas equações acima, o sulfeto de hidrogênio é agente redutor em

A apenas I. C apenas III. E apenas IV.

B apenas I e II. D apenas III e IV.

144 **ITA 1988** Dentre as afirmações abaixo, todas relativas ao processo fotográfico convencional em preto e branco, assinale a errada:

A O "preto", tanto no "negativo" quanto no "positivo", é simplesmente prata metálica finamente dividida.

B A função do "revelador" é a de reduzir os grãos de haletos de prata sensibilizados pela luz.

C A função do "fixador" é a de dissolver grãos de haletos de prata.

D O agente fixador mais usado é o tiossulfato de sódio.

E A etapa de "fixação" deve ser efetuada antes da etapa "revelação".

145 **ITA 1996** Em relação ao processo fotográfico preto e branco convencional, qual das opções abaixo contém a afirmação errada?

A A solução reveladora contém um oxidante que oxida os grãos de haleto de prata iluminados com velocidade muito maior do que aquela da oxidação dos grãos não iluminados.

B A função da solução fixadora é a de remover, por dissolução, grãos de haleto de prata não iluminados da película sensível.

C As regiões escuras da fotografia são devidas à prata metálica na forma de grãos muito pequenos.

D O material sensível em filmes de papéis fotográficos se encontra disperso dentro de uma camada de gelatina.

E O componente fundamental de soluções fixadoras é o tiossulfato de sódio.

146 **ITA 1999** O processo de decomposição de peróxido de hidrogênio, H_2O_2, resulta na formação de água e oxigênio. Em relação a esse processo considere que sejam feitas as seguintes afirmações:

I. Todas as moléculas de H_2O_2 são reduzidas.

II. Todas as moléculas de H_2O_2 são oxidadas.

III. A variação de energia livre de Gibbs é positiva.

IV. Metade das moléculas de H_2O_2 é reduzida e a outra metade é oxidada.

Qual das opções abaixo se refere à(s) afirmação(ões) correta(s)?

A I C III E III e IV

B II D IV

147 **ITA 2004** Considere os metais P, Q, R e S e quatro soluções aquosas contendo, cada uma, um dos íons P^{p+}, Q^{q+}, R^{r+}, S^{s+} (sendo p, q, r, s números inteiros e positivos). Em condições-padrão, cada um dos metais foi colocado em contato com uma das soluções aquosas e algumas das observações realizadas podem ser representadas pelas seguintes equações químicas:

I. $qP + pQ^{q+} \rightarrow$ não ocorre reação.
II. $rP + pR^{r+} \rightarrow$ não ocorre reação.
III. $rS + sR^{r+} \rightarrow sR + rS^{s+}$.
IV. $sQ + qS^{s+} \rightarrow qS + sQ^{q+}$.

Baseado nas informações acima, a ordem crescente do poder oxidante dos íons P^{p+}, Q^{q+}, R^{r+} e S^{s+} deve ser disposta da seguinte forma:

A $R^{r+} < Q^{q+} < P^{p+} < S^{s+}$.
B $P^{p+} < R^{r+} < S^{s+} < Q^{q+}$.
C $S^{s+} < Q^{q+} < P^{p+} < R^{r+}$.
D $R^{r+} < S^{s+} < Q^{q+} < P^{p+}$.
E $Q^{q+} < S^{s+} < R^{r+} < P^{p+}$.

148 **ITA 1990** Qual das equações abaixo está corretamente balanceada?

A $CONH_2NHCH_3 + H_2O \rightarrow CO_2 + 2CH_3NH_2$

B $Fe^{2+} + H_2O + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow Fe(OH)_2$

C $PbSO_4 + 2H_2O \rightarrow PbO_2 + 4H^+ + SO_4^{2-} + 2e^-$

D $Cr(H_2O)_3(OH)_3 + OH^- \rightarrow Cr(H_2O)_3(OH)_4^- + H_2O$

E $^{13}_{7}N \rightarrow {}^{13}_{6}C + {}_{-1}e$

149 **ITA 1985** Ao misturar solução aquosa de permanganato de potássio com solução aquosa de ácido clorídrico ocorre reação que é representada, a seguir, de forma não-balanceada: $2MnO_4^- + xH^+ + yCl^- \rightarrow 2Mn^{2+} + zCl_2 + wH_2O$. O balanceamento dessa equação pode ser feito pelo método das variações dos números de oxidação. Quais são essas variações para cada átomo e quais são os coeficientes das substâncias que balanceiam a equação?

	Variação do número de oxidação				Coeficientes			
	Mn	O	H	Cl	x	y	z	w
A	−5	0	0	+1	16	10	5	8
B	+7	−2	+1	−1	16	5	5	16
C	+2	−2	+1	0	8	5	5	8
D	−4	0	0	+4	8	5	10	16
E	0	+1	−1	0	8	10	5	8

150 **ITA 1987** A equação química não balanceada e incompleta abaixo:

$$xMnO_2 + yH^+ + zC\ell^- \rightarrow rMn^{2+} + sS + tC\ell_2$$

se completa quando:

A $x = 1; y = 2; z = 4; r = 2; sS = 2\ H_2O; t = 2$
B $x = 2; y = 4; z = 4; r = 2; sS = 2\ H_2O; t = 2$
C $x = 2; y = 2; z = 2; r = 1; sS = 2\ OH^-; t = 1$
D $x = 1; y = 4; z = 4; r = 1; sS = 2\ H_2O; t = 2$
E $x = 1; y = 4; z = 2; r = 1; sS = 2\ H_2O; t = 1$

151 **ITA 1988** A equação química não balanceada e incompleta abaixo

$$aCr_2O_7^{2-} + bFe^{2+} + yY \rightarrow uCr^{3+} + vFe^{3+} + xX$$

se completa quando:

A $a = 1; b = 3; yY = 14H_2O; u = 2; v = 3; xX = 14OH^-$
B $a = 1; b = 6; yY = 14OH^-; u = 2; v = 6; xX = 7H_2O$
C $a = 1; b = 6; yY = 14H^+; u = 2; v = 6; xX = 7H_2O$
D $a = 1; b = 6; yY = 14H^+; u = 2; v = 6; xX = 14H_2O$
E $a = 2; b = 3; yY = 14H_2O; u = 1; v = 2; xX = 7H_2O_2$

152 **ITA 1993** Ao misturar solução aquosa de bromato de sódio com solução aquosa ácida de iodeto de potássio ocorre uma reação representada pela equação não balanceada:

$$1\,BrO_3^- + x\,I^- + y\,H^+ \rightarrow 1\,Br^- + z\,I_2 + w\,H_2O$$

O balanceamento desta equação pode ser feito pelo método das variações dos números de oxidação. Assinale a opção que contém essas variações para cada átomo e os coeficientes que balanceiam a equação.

	Variação do número de oxidação				Coeficientes			
	Br	O	I	H		y	z	w
A	+5	−2	−1	+1	10	12	5	6
B	−1	−2	−1	+1	12	12	3	3
C	+4	+1	−1	+1	6	12	3	6
D	−6	0	+1	0	6	6	3	3
E	−8	0	+1	−1	8	6	4	3

153 **ITA 1986** Considere a equação química abaixo, não balanceada, na qual falta apenas uma substância:

$$xCr_2O_7^{2-}(aq) + yH^+(aq) + 3Sn^{2+}(aq) \rightarrow 3Sn^{4+}(aq) + zH_2O(l) + ...$$

Qual das opções abaixo contém a afirmação falsa referente a essa equação e à reação que ela representa?

A O produto que falta é o íon de crômio (III).
B À medida que a reação prossegue o pOH aumenta.
C Dos átomos relacionados, apenas os de oxigênio e de hidrogênio não alteram seu número de oxidação.
D Na equação balanceada tem-se x = 1, y = 14 e z = 7.
E A soma das cargas das substâncias do segundo membro da equação balanceada é igual a +18.

154 **ITA 1986** Considere a equação química abaixo, não balanceada, na qual falta apenas uma substância:

$$xCr_2O_7^{2-}(aq) + yH^+(aq) + 3Sn^{2+}(aq) \rightarrow 3Sn^{4+}(aq) + zH_2O(l) + ...$$

Escreva a equação completa da reação química que ocorre e classifique-a. Escreva abaixo de cada participante da reação a respectiva cor.

155 **ITA 1994** A um tubo de ensaio contendo solução aquosa de peróxido de hidrogênio, acrescentam-se um pouco de solução aquosa de ácido sulfúrico e algumas gotas de solução aquosa de permanganato. Por agitação, a mistura, inicialmente violeta, descora-se, dela saem bolhas de gás, mas não aparece precipitado. A equação que melhor representa o experimento acima descrito é:

A $2MnO_4^- + 2H^+ + 3H_2O_2 \rightarrow 2MnO_2 + 4H_2O + 3O_2$

B $2MnO_4^- + 3H_2O_2 \rightarrow 2MnO_4 + 2H_2O + 2OH^- + O_2$

C $2MnO_4^- + 6H^+ + 2H_2O \rightarrow 2Mn^{2+} + 5H_2O_2$

D $2MnO_4^- + 6H^+ + 5H_2O_2 \rightarrow 2Mn^{2+} + 8H_2O + 5O_2$

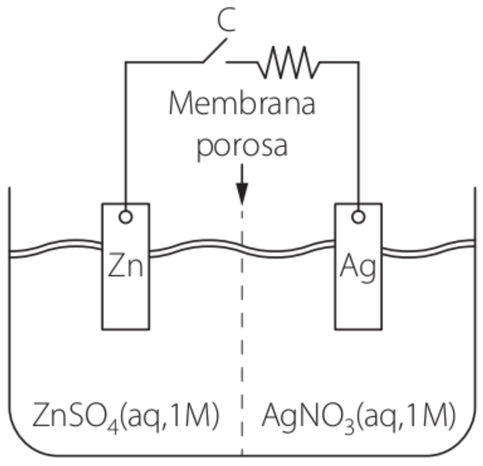
E $4MnO_4^- + 4H^+ + 8H_2O_2 \rightarrow 2Mn_2O_3 + 10H_2O + 8O_2$

156 **ITA 1996** Borbulhando dióxido de enxofre (SO_2) através de uma solução de dicromato de potássio ($K_2Cr_2O_7$) acidulada com ácido sulfúrico, a solução adquire uma cor violácea devido à formação de sulfato de cromo (III) ($Cr_2(SO_4)_3$).
Escreva a equação química balanceada para a reação de oxido-redução envolvida, deixando claro o método e/ou princípios utilizados para fazer o balanceamento da equação química.

157 **ITA 2002** Em um béquer, a 25 ºC e 1 atm, foram misturadas as seguintes soluções aquosas: permanganato de potássio ($KMnO_4$), ácido oxálico ($H_2C_2O_4$) e ácido sulfúrico (H_2SO_4). Nos minutos seguintes após a homogeneização desta mistura, nada se observou. No entanto, após a adição de um pequeno cristal de sulfato de manganês ($MnSO_4$) a esta mistura, observou-se o descoramento da mesma e a liberação de um gás.
Interprete as observações feitas neste experimento. Em sua interpretação devem constar:

a) a justificativa para o fato de a reação só ser observada após a adição de sulfato de manganês sólido, e
b) as equações químicas balanceadas das reações envolvidas.

158 **ITA 1995** Este teste se refere ao elemento galvânico esquematizado abaixo. Assinale a afirmação *falsa* em relação ao que vai ocorrer quando a chave C for ligada:



A A corrente elétrica convencional vai circular no sentido anti-horário.

B Elétrons irão circular pelo fio da esquerda para a direita.

C Ânions nitrato vão migrar, através da membrana porosa, da direita para a esquerda.

D A concentração de $ZnSO_4$ do lado esquerdo vai aumentar.

E Cátions de zinco vão migrar, através da membrana porosa, da esquerda para a direita.

159 **ITA 1998** Faça um desenho esquemático de uma célula eletrolítica contendo uma solução aquosa de sulfato de cobre (II), provida de um cátodo de cobre e de um ânodo de platina, por onde passa corrente elétrica. Nesse esquema ou abaixo dele, conforme o caso, marque as indicações e respostas solicitadas nos itens de "a" até "f", descritas a seguir:

a) o sinal do polo da fonte que deve estar ligado ao cátodo;
b) o sentido do fluxo de elétrons na fiação metálica;
c) o sentido do fluxo dos cátions no eletrólito;
d) escreva a equação química para a "meia-reação" catódica;
e) escreva a equação química para a "meia-reação" anódica;
f) o total de íons de cobre na solução aumenta, diminui ou permanece constante durante a eletrólise? Por quê?

160 **ITA 2001** Considere as semirreações representadas pelas semiequações abaixo e seus respectivos potenciais padrão de eletrodo:

$Fe_{(c)} \rightleftharpoons Fe^{2+}_{(aq)} + 2e^-$ (CM); $E° = -0,44$ V

$1/3\ I^-_{(aq)} + 2OH^-_{(aq)} \rightleftharpoons 1/3\ IO^-_{3\,(aq)} + H_2O_{(\ell)} + 2e^-$ (CM); $E° = 0,26$ V

$2\ Ag_{(c)} \rightleftharpoons 2Ag^+_{(aq)} + 2e^-$ (CM); $E° = 0,80$ V

Com base nas informações acima, qual das opções abaixo é a relativa à equação química de uma reação que deverá ocorrer quando os reagentes, nas condições padrão, forem misturados entre si?

A $Fe^{2+}_{(aq)} + 1/3\ I^-_{(aq)} + 2\ OH^-_{(aq)} \rightarrow Fe_{(c)} + 1/3\ IO^-_{3\,(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

B $2\ Ag_{(c)} + 1/3\ IO^-_{3\,(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow 2\ Ag^+_{(aq)} + 1/3\ I^-_{(aq)} + 2\ OH^-_{(aq)}$

C $1/3\ I^-_{(aq)} + 2\ OH^-_{(aq)} + 2Ag^+_{(aq)} \rightarrow 2\ Ag_{(c)} + 1/3\ IO^-_{3\,(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

D $Fe_{(c)} + 1/3\ I^-_{(aq)} + 3\ H_2O_{(\ell)} \rightarrow$
$Fe^{2+}_{(aq)} + 1/3\ IO^-_{3\,(aq)} + 2\ OH^-_{(aq)} + 2\ H_{2(g)}$

E $2\ Ag_{(c)} + 1/3\ I^-_{(aq)} + 3\ H_2O_{(\ell)} \rightarrow$
$2\ Ag^+_{(aq)} + 1/3\ IO^-_{3\,(aq)} + 2\ OH^-_{(aq)} + 2\ H_{2(g)}$

161 **ITA 2004** Considere os dois eletrodos (I e II) seguintes e seus respectivos potenciais na escala do eletrodo de hidrogênio (E^o) e nas condições-padrão:

I. $2F^-(aq) \rightleftharpoons 2e^-$(CM) + $F_2(g)$; $E^o_I = 2,87$V.

II. $Mn^{2+}(aq) + 4H_2O(\ell) \rightleftharpoons$
$\rightleftharpoons 5e^-$ (CM) + $8H^+(aq) + MnO_4^-(aq)$; $E^o_{II} = 1,51$V.

A força eletromotriz de um elemento galvânico construído com os dois eletrodos acima é de

A –1,81 V. C 0,68 V. E 4,38 V.

B –1,13 V. D 1,36 V.

162 **ITA 1987** Considere uma bateria recarregável (como as usadas em automóvel). Ela pode estar sendo "carregada" ou descarregada ou permanecer desligada. Por "carregar", entendemos o processo em que a bateria recebe energia elétrica de um dínamo; por descarga, a situação inversa em que a bateria fornece energia elétrica às custas de diminuição de sua energia potencial química.

Assinale a única opção que contém a afirmação *incorreta* relativa a um elemento eletroquímico reversível como este.

A O eletrodo positivo será cátodo durante a descarga, ânodo durante a recarga e nenhum dos dois enquanto desligado.

B No eletrodo positivo irá ocorrer uma redução durante a descarga e uma oxidação durante a recarga.

C Dentro do eletrólito, ânions migram do lado positivo para o negativo quer na descarga, quer na recarga.

D Na bateria "carregada" temos um bom oxidante acumulado no lado positivo.

E Para que o elemento seja reversível, é necessário que as semirreações durante a recarga sejam exatamente as inversas das que ocorreram na descarga.

163 **ITA 1988** Dentre as afirmações abaixo, todas relativas a reações de óxido-redução, assinale a falsa:

A Na reação representada por $H_2O_2 + 2H^+ + 2I^- \rightarrow I_2 + 2H_2O$, o peróxido de hidrogênio age como oxidante.

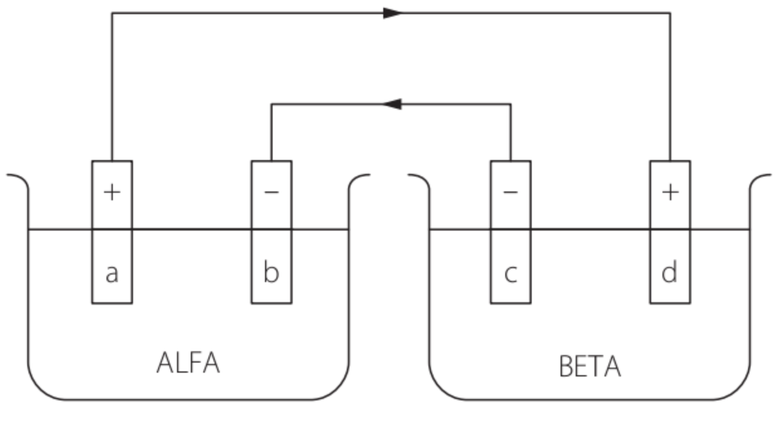
B Na reação representada por $H_2O_2 + 2OH^- + I_2 \rightarrow 2I^- + O_2 + 2H_2O$, o peróxido de hidrogênio age como redutor.

C Na reação representada por $2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2$, parte do peróxido de hidrogênio age como oxidante e outra parte age como redutor.

D A 25 °C, Zn metálico é um redutor mais enérgico do que hidrogênio gasoso.

E Nas condições ambientes, uma solução 1 molar de Zn^{+2} é um oxidante mais enérgico do que uma solução 1 molar de Cu^{2+}.

164 **ITA 1988** Dois elementos galvânicos reversíveis, distintos, designados por alfa e beta, são ligados entre si por fios metálicos, conforme figura abaixo. As setas nos fios indicam o sentido da corrente convencional. Os sinais (+) e (–) significam que na célula alfa o eletrodo a é positivo em relação ao eletrodo b, enquanto na célula beta o eletrodo d é positivo em relação ao eletrodo c.



Assinale a opção que contém a afirmação *correta* em relação à situação acima.

A Os eletrodos b e c são cátodos.

B Nos eletrodos b e d ocorrem reduções.

C No eletrólito da célula alfa, cátions migram do eletrodo a para o eletrodo b.

D Tanto a célula alfa como a beta são baterias em descarga.

E A célula alfa está fornecendo energia elétrica para a célula beta.

165 **ITA 1988** Num frasco de Erlenmeyer contendo uma solução aquosa 1,0 molar de nitrato férrico, introduz-se uma lâmina de ferro, lixada e limpa. Em seguida fecha-se o frasco com uma válvula que impede o acesso de ar, mas permite a saída de gases. Assinale a opção que contém a afirmação certa em relação ao que ocorrerá no frasco:

A A lâmina de ferro ganhará massa.

B A cor da solução mudará de verde para castanha.

C A presença do ferro não irá alterar a solução.

D Haverá desprendimento de $O_{2(g)}$.

E A lâmina de ferro perderá massa.

166 **ITA 1989** Dentre as alternativas abaixo, todas relativas a reações de óxido-redução, na temperatura ambiente, assinale a falsa.

A Cloro gasoso e ânion cloreto constituem um par de óxido-redução.

B $I^-_{(aq)}$ é um redutor mais forte do que $C\ell^-_{(aq)}$ na mesma concentração.

C Zinco metálico é um redutor mais forte do que $H_{2(g)}$ sob 1 atm.

D Metais nobres não reagem com solução 1 molar de $HC\ell$ em água, isenta de oxigênio.

E $Zn^{2+}_{(aq)}$ é um oxidante mais forte do que $Cu^{2+}_{(aq)}$ na mesma concentração.

167 **ITA 1990** Considere a seguinte sequência ordenada de pares de óxidorredução:

$$Zn_{(c)} \rightleftarrows 2e^- + Zn^{2+}_{(aq)}$$
$$Fe_{(c)} \rightleftarrows 2e^- + Fe^{2+}_{(aq)}$$
$$H_{2(g)} \rightleftarrows 2e^- + 2H^+_{(aq)}$$
$$Cu_{(c)} \rightleftarrows 2e^- + Cu^{2+}_{(aq)}$$
$$2Fe^{2+}_{(aq)} \rightleftarrows 2e^- + 2Fe^{3+}_{(aq)}$$
$$NO_{2(g)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows e^- + NO^-_{3\,(aq)} + 2H^+_{(aq)}$$

Em relação a esta sequência, são feitas as afirmações seguintes, supondo sempre reagentes no seu estado padrão:

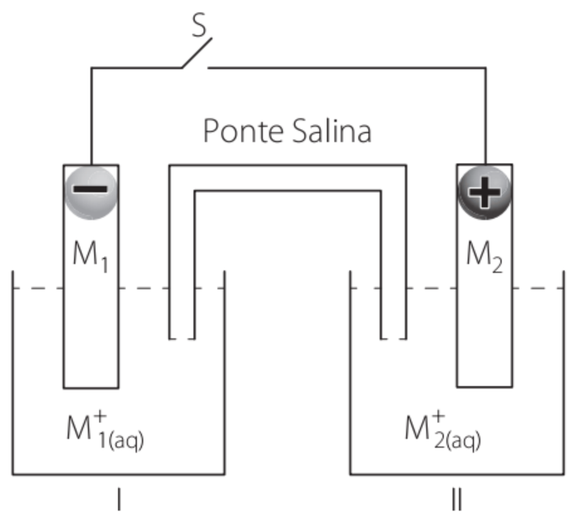
I. O íon ferroso é oxidante frente ao zinco metálico, mas não o é frente ao cobre metálico.

II. Cobre metálico pode ser dissolvido por uma solução de sal férrico.
III. Cobre metálico pode ser atacado por uma solução de ácido nítrico.
IV. Zinco metálico é menos nobre do que ferro metálico.
V. Colocando ferro metálico, em excesso, dentro de uma solução de sal férrico, acabaremos tendo uma solução de sal ferroso.

Em relação a essas afirmações, podemos dizer que:

A Todas são certas.
B Todas são erradas.
C Só as de número par são certas.
D Apenas IV é errada.
E Apenas II e III são erradas.

168 **ITA 2000** Corrente elétrica flui através do circuito, representado na figura abaixo, quando a chave S é "fechada".



Assinale a opção que contém a afirmação **ERRADA** a respeito do que ocorre no sistema após a chave S ter sido "fechada":

A O fluxo de corrente elétrica ocorre no sentido semicélula II $\rightarrow$ semicélula I.
B A diferença de potencial entre os eletrodos $M_2/M_2^+{}_{(aq)}$ e $M_1/M_1^+{}_{(aq)}$ diminui.
C O eletrodo $M_1/M_1^+{}_{(aq)}$ apresentará um potencial menor do que o eletrodo $M_2/M_2^+{}_{(aq)}$.
D Ao substituir a ponte salina por um fio de cobre, a diferença de potencial entre os eletrodos será nula.
E A concentração de íons $M^+_{2\,(aq)}$ na semicélula II diminui.

169 **ITA 2002** Um elemento galvânico é constituído pelos eletrodos abaixo especificados e separados por uma ponte salina.

ELETRODO I: placa de chumbo metálico mergulhada em uma solução aquosa 1 mol/L de nitrato de chumbo.

ELETRODO II: sulfato de chumbo sólido prensado contra uma "peneira" de chumbo metálico mergulhada em uma solução aquosa 1 mol/L de ácido sulfúrico.

Nas condições padrão, o potencial de cada um destes eletrodos, em relação ao eletrodo padrão de hidrogênio, é:

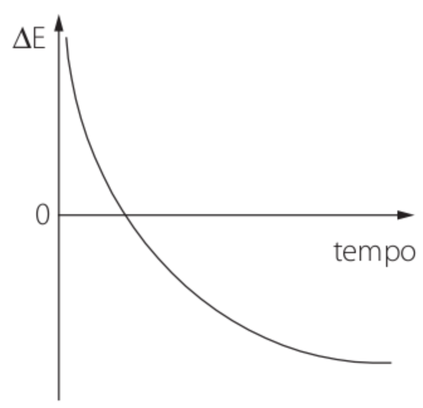
$E^\circ_{Pb/Pb^{2+}} = -0{,}1264$ V (ELETRODO I)

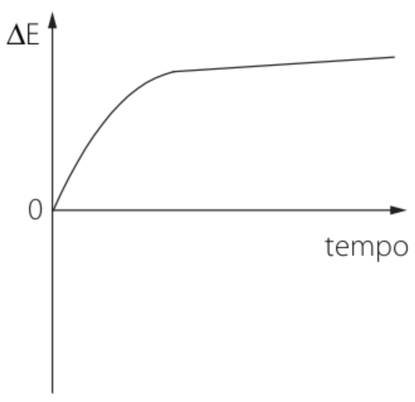
$E^\circ_{Pb/PbSO_4,SO_4^{2-}} = -0{,}3546$ V (ELETRODO II)

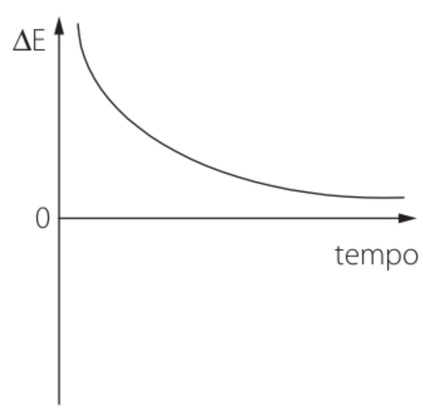
Assinale a opção que contém a afirmação CORRETA sobre as alterações ocorridas neste elemento galvânico quando os dois eletrodos são conectados por um fio de baixa resistência elétrica e circular corrente elétrica no elemento.

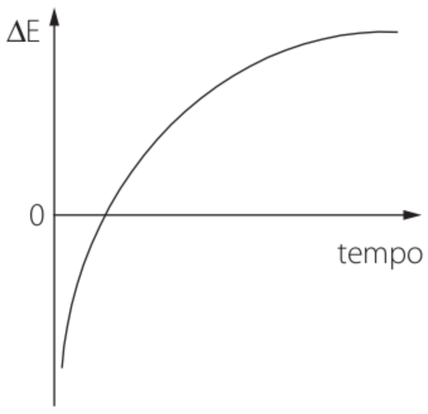
A A massa de sulfato de chumbo sólido na superfície do ELETRODO II aumenta.
B A concentração de íons sulfato na solução aquosa do ELETRODO II aumenta.
C O ELETRODO I é o polo negativo.
D O ELETRODO I é o ânodo.
E A concentração de íons chumbo na solução aquosa do ELETRODO I aumenta.

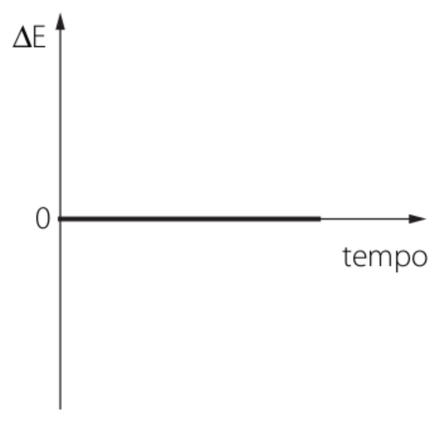
170 **ITA 2005** Dois copos (A e B) contêm solução aquosa 1 mol L^{-1} em nitrato de prata e estão conectados entre si por uma ponte salina. Mergulha-se parcialmente um fio de prata na solução contida no copo A, conectando-o a um fio de cobre mergulhado parcialmente na solução contida no copo B. Após certo período de tempo, os dois fios são desconectados. A seguir, o condutor metálico do copo A é conectado a um dos terminais de um multímetro, e o condutor metálico do copo B, ao outro terminal. Admitindo que a corrente elétrica não circula pelo elemento galvânico e que a temperatura permanece constante, assinale a opção que contém o gráfico que melhor representa a forma como a diferença de potencial entre os dois eletrodos ($\Delta E = E_A - E_B$) varia com o tempo.

A


D


B


E


C


171 **ITA 2007** Considere duas placas X e Y de mesma área e espessura. A placa X é constituída de ferro com uma das faces recoberta de zinco. A placa Y é constituída de ferro com uma das faces recoberta de cobre. As duas placas são mergulhadas em béqueres, ambos contendo água destilada aerada. Depois de um certo período, observa-se que as placas passaram por um processo de corrosão, mas não se verifica a corrosão total de nenhuma das faces dos metais. Considere que sejam feitas as seguintes afirmações a respeito dos íons formados em cada um dos béqueres:

I. Serão formados íons Zn^{2+} no béquer contendo a placa X.
II. Serão formados íons Fe^{2+} no béquer contendo a placa X.
III. Serão formados íons Fe^{2+} no béquer contendo a placa Y.
IV. Serão formados íons Fe^{3+} no béquer contendo a placa Y.
V. Serão formados íons Cu^{2+} no béquer contendo a placa Y.

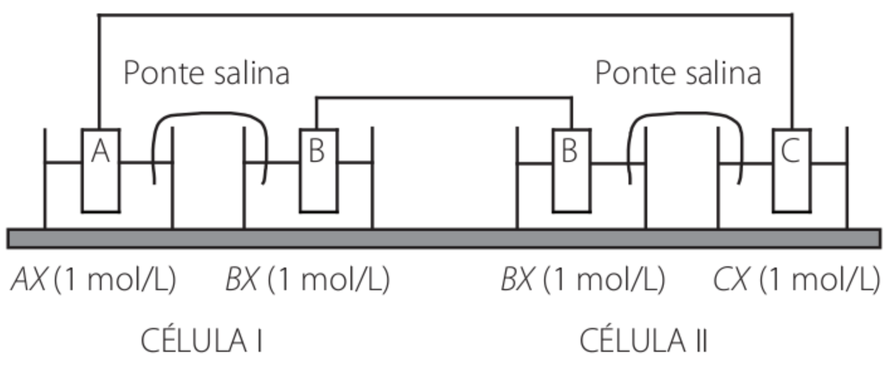
Então, das afirmações acima, estão CORRETAS

A apenas I, II e IV.
B apenas I, III e IV.
C apenas II, III e IV.
D apenas II, III e V.
E apenas IV e V.

172 **ITA 2007** Duas células (I e II) são montadas como mostrado na figura. A célula I consiste de uma placa A(c) mergulhada em uma solução aquosa 1 mol L^{-1} em AX, que está interconectada por uma ponte salina a uma solução 1 mol L^{-1} em BX, na qual foi mergulhada a placa B(c). A célula II consiste de uma placa B(c) mergulhada em uma solução aquosa 1 mol L^{-1} em BX, que está interconectada por uma ponte salina à solução 1 mol L^{-1} em CX, na qual foi mergulhada a placa C(c). Considere que durante certo período as duas células são interconectadas por fios metálicos, de resistência elétrica desprezível.

Assinale a opção que apresenta a afirmação ERRADA a respeito de fenômenos que ocorrerão no sistema descrito.

Dados eventualmente necessários:
$E^0_{A^+(aq)/A(c)} = 0,400\ V; E^0_{B^+(aq)/B(c)} = -0,700\ V; E^0_{C^+(aq)/C(c)} = 0,800\ V$



A A massa da placa C aumentará.
B A polaridade da semicélula $B/B^+(aq)$ da célula II será negativa.
C A massa da placa A diminuirá.
D A concentração de $B^+(aq)$ na célula I diminuirá.
E A semicélula $A/A^+(aq)$ será o cátodo.

173 **ITA 2007** Um dos métodos de síntese do clorato de potássio ($KC\ell O_3$) é submeter uma solução de cloreto de potássio ($KC\ell$) a um processo eletrolítico, utilizando eletrodos de platina. São mostradas abaixo as semi-equações que representam as semi-reações em cada um dos eletrodos e os respectivos potenciais elétricos na escala do eletrodo de hidrogênio nas condições-padrão (E°):

		E" (V)
ELETRODO I:	$C\ell^-(aq) + 3H_2O(l) \rightleftharpoons C\ell O_3^-(aq) + 6H^+(aq) + 6e^-(CM)$	1,45
ELETRODO II:	$2OH^-(aq) + H_2(g) \rightleftharpoons 2H_2O(1) + 2e^-(CM)$	–0,83

a) Faça um esquema da célula eletrolítica.
b) Indique o cátodo.
c) Indique a polaridade dos eletrodos.
d) Escreva a equação que representa a reação química global balanceada.

174 **ITA 2001** A tabela a seguir mostra as observações feitas, sob as mesmas condições de pressão e temperatura, com pregos de ferro limpos e polidos e submetidos a diferentes meios:

Tabela. Corrosão do ferro em água aerada.

Sistema inicial	Observações durante os experimentos
1. Prego limpo e polido imerso em água aerada.	Com o passar do tempo surgem sinais de aparecimento de ferrugem ao longo do prego (formação de um filme fino de uma substância sólida com coloração marrom-alaranjada).
2. Prego limpo e polido recoberto com graxa imerso em água aerada.	Não há alteração perceptível com o passar do tempo.
3. Prego limpo e polido envolvido por uma tira de magnésio e imerso em água aerada.	Com o passar do tempo, observa-se a precipitação de grande quantidade de uma substância branca, mas a superfície do prego continua aparentemente intacta.
4. Prego limpo e polido envolvido por uma tira de estanho e imerso em água aerada.	Com o passar do tempo surgem sinais de aparecimento de ferrugem ao longo do prego.

a) Escreva as equações químicas balanceadas para a(s) reação(ões) observada(s) nos experimentos 1, 3 e 4, respectivamente.
b) Com base nas observações feitas, surgira duas maneiras diferentes de evitar a formação de ferrugem sobre o prego.
c) Ordene os metais empregados nos experimentos descritos na tabela acima segundo o seu poder redutor. Mostre como você raciocinou para chegar à ordenação proposta.

175 **ITA 2003** A corrosão da ferragem de estruturas de concreto ocorre devido à penetração de água através da estrutura, que dissolve cloretos e/ou sais provenientes da atmosfera ou da própria decomposição do concreto. Essa solução eletrolítica em contato com a ferragem forma uma célula de corrosão.

A Figura A ilustra esquematicamente a célula de corrosão formada.

No caderno de soluções, faça uma cópia desta figura, no espaço correspondente à resposta a esta questão. Nesta cópia

I. identifique os componentes da célula de corrosão que funcionam como anodo e catodo durante o processo de corrosão e
II. escreva as meia-reações balanceadas para as reações anódicas e catódicas.

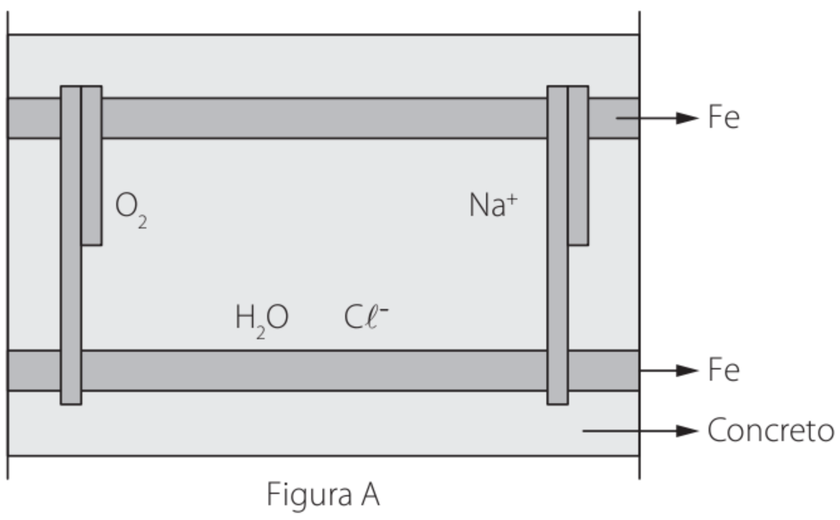


Figura A

A Figura B ilustra um dos métodos utilizados para a proteção da ferragem metálica contra corrosão.

No caderno de soluções, faça uma cópia desta figura, no espaço correspondente à resposta a esta questão. Nesta cópia

I. identifique os componentes da célula eletrolítica que funcionam como anodo e catodo durante o processo de proteção contra corrosão e
II. escreva as meia-reações balanceadas para as reações anódicas e catódicas.

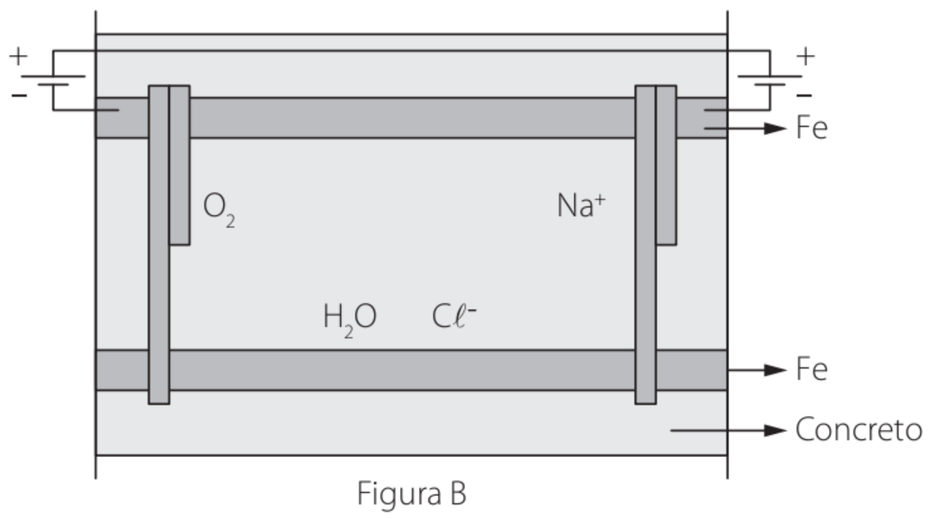


Figura B

Sugira um método alternativo para proteção da ferragem de estruturas de concreto contra corrosão.

176 **ITA 2003** Um elemento galvânico, chamado de I, é constituído pelos dois eletrodos seguintes, separados por uma membrana porosa:

IA. Chapa de prata metálica, praticamente pura, mergulhada em uma solução 1 mol L^{-1} de nitrato de prata.
IB. Chapa de zinco metálico, praticamente puro, mergulhada em uma solução 1 mol L^{-1} de sulfato de zinco.

Um outro elemento galvânico, chamado de II, é constituído pelos dois seguintes eletrodos, também separados por uma membrana porosa:

IIA. Chapa de cobre metálico, praticamente puro, mergulhada em uma solução 1 mol L^{-1} de sulfato de cobre.
IIB. Chapa de zinco metálico, praticamente puro, mergulhada em uma solução 1 mol L^{-1} de sulfato de zinco.

Os elementos galvânicos I e II são ligados em série de tal forma que o eletrodo IA é conectado ao IIA, enquanto que o eletrodo IB é conectado ao IIB. As conexões são feitas através de fios de cobre. A respeito desta montagem

I. faça um desenho esquemático dos elementos galvânicos I e II ligados em série. Neste desenho indique:
II. quem é o elemento ativo (aquele que fornece energia elétrica) e quem é o elemento passivo (aquele que recebe energia elétrica),
III. o sentido do fluxo de elétrons,
IV. a polaridade de cada um dos eletrodos: IA, IB, IIA e IIB e
V. as meia-reações eletroquímicas balanceadas para cada um dos eletrodos.

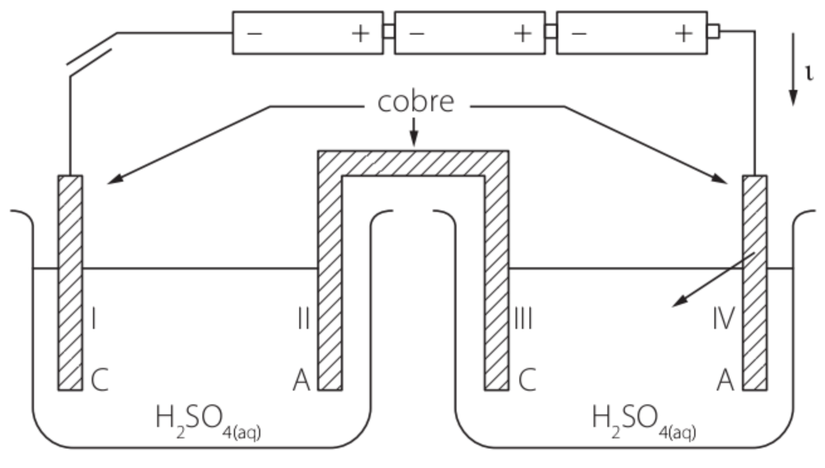
177 **ITA 2004** Considere os eletrodos representados pelas semi-equações químicas seguintes e seus respectivos potenciais na escala do eletrodo de hidrogênio (E°) e nas condições-padrão:

I. $In^+(aq) + e^-$ (CM) $\rightleftharpoons In(s)$; $E^0_I = -0{,}11$ V.
II. $In^{2+}(aq) + e^-$ (CM) $\rightleftharpoons In^+(aq)$; $E^0_{II} = -0{,}40$ V.
III. $In^{3+}(aq) + 2e^-$ (CM) $\rightleftharpoons In^+(aq)$; $E^0_{III} = -0{,}44$ V.
IV. $In^{3+}(aq) + e^-$ (CM) $\rightleftharpoons In^{2+}(aq)$; $E^0_{IV} = -0{,}49$ V.

Assinale a opção que contém o valor **CORRETO** do potencial-padrão do eletrodo representado pela semi-equação $In^{3+}(aq) + 3e^-$ (CM) $\rightleftharpoons In(s)$.

A –0,30 V. **C** –0,58 V. **E** –1,47 V.
B –0,34 V. **D** –1,03 V.

As questões **178** e **179** referem-se à montagem esquematizada abaixo:



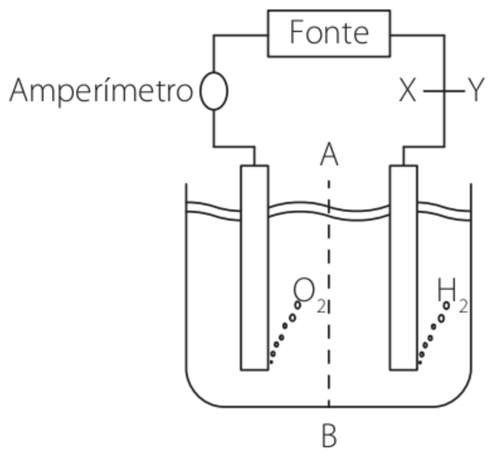
178 **ITA 1991** Ao se completar o circuito, ligando-se o interruptor, notar-se-á desprendimento de hidrogênio gasoso apenas no(s) eletrodo(s):

A I **C** I e II **E** II e IV
B IV **D** I e III

179 **ITA 1991** Durante a eletrólise, irá ocorrer desgaste de cobre metálico apenas no(s) eletrodo(s):

A I
B IV
C I e II
D I e III
E II e IV

180 **ITA 1996** A figura abaixo mostra o esquema da aparelhagem utilizada por um aluno para realizar a eletrólise de uma solução aquosa ácida, com eletrodos inertes. Durante a realização da eletrólise, pela seção tracejada (A---B), houve a seguinte movimentação de partículas eletricamente carregadas através da solução:



A Elétrons da esquerda para a direita.
B Elétrons da direita para a esquerda.
C Cátions da esquerda para a direita e ânions da direita para a esquerda.
D Cátions da direita para a esquerda e ânions da esquerda para a direita.
E Cátions e ânions da esquerda para a direita.

181 **ITA 1985**

I. Por eletrólise do cloreto de sódio em solução aquosa são obtidos cloro e hidrogênio gasosos e a solução torna-se alcalina.
II. Uma fração do cloro que se dissolve na solução converte-se em hipoclorito.

As reações químicas envolvidas nos processos I e II são representadas pelas seguintes duas equações, respectivamente:

A I. $Cl^- + H_2O \xrightarrow{\text{eletrólise}} OH^- + HCl$
II. $OH^- + HCl \rightarrow OCl^- + H_2$

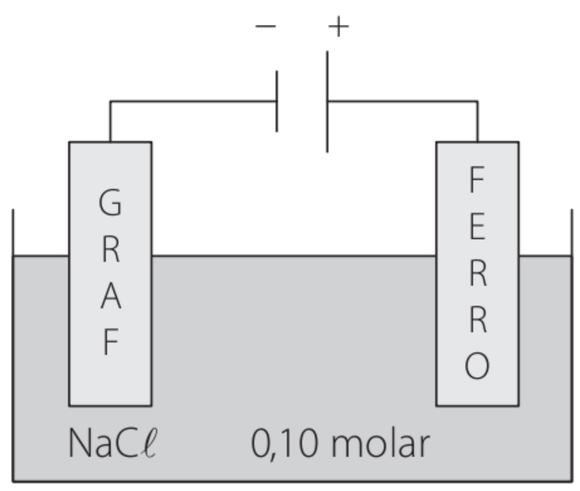
B I. $2NaCl + 2H_2O \xrightarrow{\text{eletrólise}} 2NaOH + Cl_2 + H_2$
II. $Cl_2 + 2NaOH \rightarrow NaOCl_2 + Na^+ + H_2O$

C I. $Cl^- + H_2O \xrightarrow{\text{eletrólise}} OH^- + Cl + H$
II. $Cl + OH^- \rightarrow \frac{1}{2}OCl^- + \frac{1}{2}Cl^- + \frac{1}{2}H_2O$

D I. $2Cl^- + 2H_2O \xrightarrow{\text{eletrólise}} 2OH^- + Cl_2 + H_2$
II. $Cl_2 + 2OH^- \rightarrow OCl^- + Cl^- + H_2O$

E I. $2NaCl + 2H_2O \xrightarrow{\text{eletrólise}} 2NaH + Cl_2O + H_2$
II. $Cl_2O + 2NaH \rightarrow NaOCl + NaCl + H_2O$

182 **ITA 1987** Assinale entre as opções aquela que contém a afirmação *incorreta* a respeito da célula eletrolítica, contendo uma solução aquosa 0,10 molar de NaCℓ, ligada a uma fonte externa conforme esquema a seguir.



A No eletrodo de grafite, ocorre uma redução.
B Uma semirreação catódica possível é:
$2H_2O_{(\ell)} + 2e^- \rightarrow H_{2(g)} + 2OH^-_{(aq.)}$
C A semirreação $Fe_{(s)} \rightarrow Fe^{2+}_{(aq.)} + 2e^-$ é uma das semirreações que podem ocorrer no eletrodo da direita.
D Em virtude da eletrólise, o pH da solução irá aumentar.
E O eletrodo de grafite irá perder peso e nele haverá formação de $CO_{2(g)}$.

183 **ITA 1993** Num copo contendo solução aquosa 0,10 molar de $AgNO_3$ são introduzidas duas chapas de prata. Uma das chapas (A) é ligada ao polo positivo de uma bateria e a outra (B) é ligada ao polo negativo desta bateria. Durante a eletrólise, não ocorre desprendimento gasoso. Assinale a afirmação *errada*:

A A massa da chapa A aumenta com o prosseguimento da eletrólise.
B Na chapa B, ocorre a reação: $Ag^+_{(aq)} + 1e^- \rightarrow Ag_{(c)}$.
C A quantidade de $Ag^+_{(aq)}$ na solução não se altera com a eletrólise.
D Os íons nitrato migram através da solução no sentido da chapa B para a chapa A.
E A massa de prata que deposita numa das chapas é proporcional à carga drenada da bateria.

184 **ITA 2001** Uma célula eletrolítica foi construída utilizando-se 200 mL de uma solução aquosa 1,0 mol/L em NaCℓ com pH igual a 7 a 25 °C, duas chapas de platina de mesmas dimensões e uma fonte estabilizada de corrente elétrica. Antes de iniciar a eletrólise, a temperatura da solução foi aumentada e mantida num valor constante igual a 60 °C. Nesta temperatura, foi permitido que corrente elétrica fluísse pelo circuito elétrico num certo intervalo de tempo. Decorrido esse intervalo de tempo, o pH da solução, ainda a 60 °C, foi medido novamente e um valor igual a 7 foi encontrado. Levando em consideração os fatos mencionados neste enunciado e sabendo que o valor numérico da constante de dissociação da água (K_w) para a temperatura de 60 °C é igual a $9{,}6 \times 10^{-14}$, é **CORRETO** afirmar que:

A o caráter ácido-base da solução eletrolítica após a eletrólise é neutro.

B o caráter ácido-base da solução eletrolítica após a eletrólise é alcalino.

C a reação anódica predominante é aquela representada pela meia-equação: $4OH^-_{(aq)} \rightarrow 2H_2O_{(\ell)} + O_{2(g)} + 4e^-$ (CM).

D a reação catódica, durante a eletrólise, é aquela representada pela meia-equação: $C\ell_{2(g)} + 2^-_e\,(CM) \rightarrow 2C\ell^-_{(aq)}$.

E a reação anódica, durante a eletrólise, é aquela representada pela meia-equação: $H_{2(g)} + 2OH^-_{(aq)} \rightarrow 2H_2O_{(\ell)} + 2e^-$ (CM).

185 **ITA 1985**

I. Por eletrólise do cloreto de sódio em solução aquosa são obtidos cloro e hidrogênio gasosos e a solução torna-se alcalina.

II. Uma fração do cloro que se dissolve na solução converte-se em hipoclorito.

Escreva as equações químicas iônicas corretas dos dois processos referidos nesta questão.

186 **ITA 1999** Considere a eletrólise de uma solução aquosa de cloreto de sódio. O ânodo consiste de um material eletroquimicamente inerte e o cátodo de uma camada de mercúrio no fundo da célula. Nessas condições, a(s) principal(is) ocorrência(s) no cátodo será(ão):

A a formação de amálgama de sódio.

B a formação e a liberação de gás cloro.

C o aparecimento de cristais de sódio metálico.

D a formação de cristais de cloreto mercuroso.

E a formação e liberação de hidrogênio gasoso.

187 **ITA 2006** São dadas as semi-equações químicas seguintes e seus respectivos potenciais elétricos na escala do eletrodo de hidrogênio nas condições-padrão:

I. $Cl_2(g) + 2e^- \rightleftharpoons 2Cl^-(aq)$; $E^\circ_I = +1{,}358$ V

II. $Fe^{2+}(aq) + 2e^- \rightleftharpoons Fe(s)$; $E^\circ_{II} = -0{,}447$ V

III. $Fe^{3+}(aq) + 3e^- \rightleftharpoons Fe(s)$; $E^\circ_{III} = -0{,}037$ V

IV. $Fe^{3+}(aq) + e^- \rightleftharpoons Fe^{2+}(aq)$; $E^\circ_{IV} = +0{,}771$ V

V. $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightleftharpoons 2H_2O(\ell)$; $E^\circ_V = +1{,}229$ V

Com base nestas informações, assinale a opção que contém a afirmação CORRETA, considerando as condições-padrão.

A A formação de $FeCl_2$ a partir de Fe fundido e Cl_2 gasoso apresenta $\Delta H > 0$

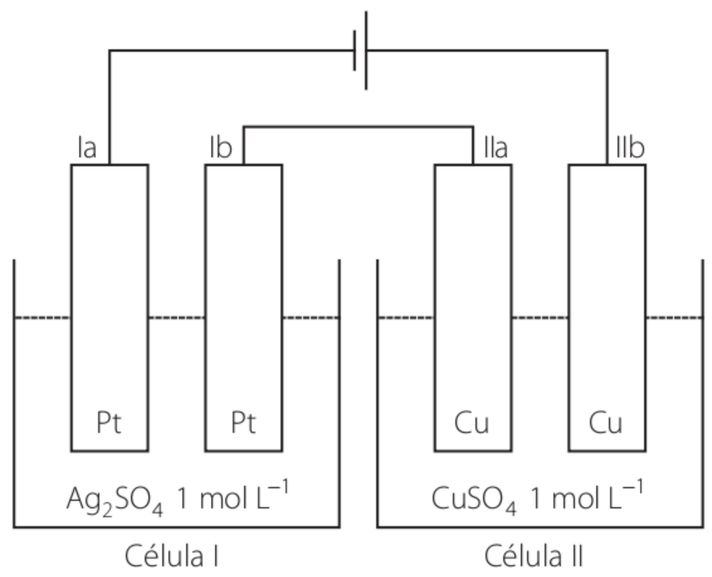
B Tanto a eletrólise ígnea do $FeCl_2(s)$ quanto a do $FeCl_3(s)$, quando realizadas nas mesmas condições experimentais, produzem as mesmas quantidades em massa de Fe(s).

C Uma solução aquosa de $FeCl_2$ reage com uma solução aquosa de ácido clorídrico, gerando $H_2(g)$.

D Borbulhando $Cl_2(g)$ em uma solução aquosa de Fe^{2+}, produz-se 1 mol de Fe^{3+} para cada mol de Cl^- em solução.

E Fe^{2+} tende a se oxidar em solução aquosa ácida quando o meio estiver aerado.

188 **ITA 2006** Duas células (I e II) são montadas como mostrado na figura. A célula I contém uma solução aquosa 1 mol L^{-1} em sulfato de prata e duas placas de platina. A célula II contém uma solução aquosa 1 mol L^{-1} em sulfato de cobre e duas placas de cobre. Uma bateria fornece uma diferença de potencial elétrico de 12 V entre os eletrodos Ia e IIb, por um certo intervalo de tempo. Assinale a opção que contém a afirmativa ERRADA em relação ao sistema descrito.



A Há formação de $O_2(g)$ no eletrodo Ib.

B Há um aumento da massa do eletrodo Ia.

C A concentração de íons Ag^+ permanece constante na célula I.

D Há um aumento de massa do eletrodo IIa.

E A concentração de íons Cu^{2+} permanece constante na célula II.

189 **ITA 1988** Por uma célula eletrolítica passa uma corrente constante e igual a 0,965 ampère. Num dos eletrodos, a reação que ocorre é a seguinte: $Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$

Qual é o tempo *certo* durante o qual essa corrente deve passar para que sejam produzidos 0,400 mol de íons Cr^{3+}?

A $\{(1/0{,}400)(2/6) \cdot 1{,}00 \cdot 10^5\}$ s

B $\{(1/0{,}400)(2 \cdot 6) \cdot 1{,}00 \cdot 10^5\}$ s

C $\{(0{,}400)(2) \cdot 1{,}00 \cdot 10^5\}$ s

D $\{(0{,}400)(6) \cdot 1{,}00 \cdot 10^5\}$ s

E $\{(0{,}400)(6/2) \cdot 1{,}00 \cdot 10^5\}$ s

190 **ITA 1989** Por uma célula eletrolítica passou uma carga correspondente a 0,20 Faraday. Num dos eletrodos, ocorreu a reação seguinte: $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$

A quantidade de água produzida neste eletrodo, em virtude desta reação de eletrodo, é:

A (0,20·4) mol

B (0,20·4/5) mol

C (0,20·5/4) mol

D (0,20·5) mol

E (0,20·4·5) mol

191 **ITA 1993** Calcule a variação da massa da chapa A, ligada ao polo positivo da bateria, da experiência descrita no enunciado da questão 183, se a carga que circula pela célula for igual a 4,83 Coulomb. Deixe claro na sua resposta se a massa da chapa aumenta ou diminui.

192 **ITA 1995** Uma fonte, que fornece uma corrente elétrica constante de 3,00 A, permaneceu ligada a uma célula eletrolítica contendo solução aquosa de H_2SO_4 e dois eletrodos inertes. Durante certo intervalo de tempo, formaram-se 0,200 mols de H_2 em um dos eletrodos e 0,100 mols de O_2 no outro. Para obter as quantidades de produtos indicadas acima, o intervalo de tempo, em segundos, necessário será:

A $(0{,}200 - 0{,}100) \cdot 9{,}65 \cdot 10^4 / 3{,}00$
B $0{,}200 \cdot 9{,}65 \cdot 10^4 / 3{,}00$
C $(0{,}400 - 0{,}200) \cdot 9{,}65 \cdot 10^4 / 3{,}00$
D $(0{,}400 + 0{,}200) \cdot 9{,}65 \cdot 10^4 / 3{,}00$
E $0{,}400 \cdot 9{,}65 \cdot 10^4 / 3{,}00$

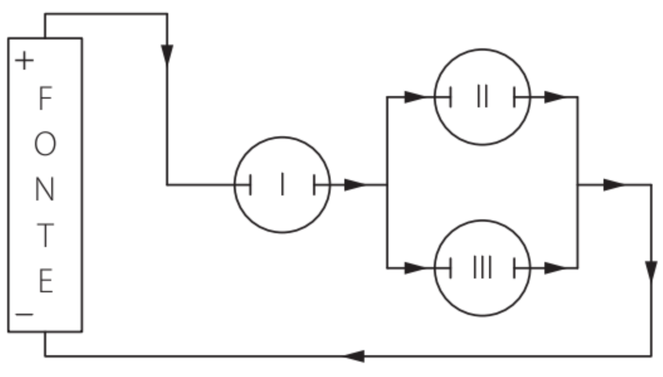
193 **ITA 1996** *Esta questão se refere à mesma experiência e à mesma figura* da questão 180. A corrente elétrica que passou através dos fios conectores de cobre do circuito durante a eletrólise foi igual a $1{,}6 \cdot 10^{-2}$ ampère. Qual das opções abaixo contém a conclusão correta sobre o número de elétrons que passou, por segundo, através da seção X–Y do fio de cobre, conforme assinalado na figura?

A $1{,}6 \cdot 10^{-2}$
B $1{,}0 \cdot 10^{12}$
C $1{,}0 \cdot 10^{17}$
D $6{,}0 \cdot 10^{20}$
E $9{,}7 \cdot 10^{21}$

194 **ITA 1987** Na eletrólise de uma solução ácida de permanganato, num dos eletrodos ocorre exclusivamente a semirreação seguinte: $MnO^-_{4\,(aq)} + 8\,H^+_{(aq)} + 5e^- \rightarrow Mn^{2+}_{(aq)} + 4\,H_2O_{(\ell)}$
Através da célula flui uma corrente constante de 9,65 A durante $1{,}00 \cdot 10^4$ s.
Em relação a esta eletrólise, assinale a única opção que contém a afirmação *incorreta*.

A Pelo circuito externo chega ao eletrodo em questão 1,00 mol de elétrons.
B São consumidos 0,20 mols de MnO^-_4.
C São produzidos 0,80 mols de água.
D A velocidade de consumo de H^+ é de $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ mol/s.
E Para compensar a perda de acidez decorrente da eletrólise, seria necessário acrescentar 8,0 mL de uma solução 0,200 molar de H_2SO_4.

195 **ITA 1989** Três células eletroquímicas, com todos os eletrodos inertes, permaneceram ligadas durante certo tempo, conforme esquema abaixo, onde as setas indicam o sentido convencional da corrente.



A *célula I* contém solução aquosa de ácido sulfúrico e no seu cátodo se desprendem 0,50 mol de $H_{2(g)}$.
A *célula II* contém solução aquosa de nitrato de prata e no seu cátodo se depositam 0,10 mol de $Ag_{(c)}$.
A *célula III* contém solução aquosa de cloreto de ferro (III) e no seu cátodo certa quantidade de $Fe^{3+}_{(aq)}$ é transformada em $Fe^{2+}_{(aq)}$.
A quantidade de $Fe^{2+}_{(aq)}$ produzida pela eletrólise na célula III é:

A 0,25 mol
B 0,40 mol
C 0,50 mol
D 0,90 mol
E 1,00 mol

196 **ITA 1992** Uma célula eletrolítica, com eletrodos inertes (platina), contém uma solução aquosa de nitrato de prata acidulada com ácido nítrico. Após o término da eletrólise, nota-se que:

1. Num dos eletrodos se formou, a partir da água, exclusivamente $O_{2(g)}$, num total de 2,0 milimol.
2. No outro eletrodo, se depositaram 6,0 milimol de $Ag_{(c)}$ e também se desprendeu $H_{2(g)}$.

Destas informações, dá para concluir que a quantidade de hidrogênio gasoso formada é igual a:

A 0,5 milimol
B 1,0 milimol
C 2,0 milimol
D 4,0 milimol
E 6,0 milimol

197 **ITA 1992** Uma célula eletrolítica, com eletrodos inertes (platina), contém uma solução aquosa de nitrato de prata acidulada com ácido nítrico. Após o término da eletrólise nota-se que:

1. Num dos eletrodos se formou, a partir da água, exclusivamente $O_{2(g)}$, num total de 2,0 milimol.
2. No outro eletrodo se depositaram 6,0 milimol de $Ag_{(c)}$ e também se desprendeu $H_{2(g)}$.

Qual é a quantidade total de carga (expressa em faradays) que circulou pela célula durante a eletrólise?

198 **ITA 1994** Uma cuba eletrolítica, com eletrodos de cobre e contendo solução aquosa de $Cu(NO_3)_2$, é ligada em série com outra provida de eletrodos de prata e contendo solução aquosa de $AgNO_3$. Este conjunto de cubas em série é ligado a uma fonte durante certo intervalo de tempo. Neste intervalo de tempo, um dos eletrodos de cobre teve um incremento de massa de 0,64 g. O incremento de massa em um dos eletrodos da outra célula deve ter sido:

A 0,32 g
B 0,54 g
C 0,64 g
D 1,08 g
E 2,16 g

199 **ITA 1996** Durante uma eletrólise, a única reação que ocorreu no cátodo foi a deposição de certo metal. Observou-se que a deposição de 8,81 gramas do metal correspondeu à passagem de 0,300 mols de elétrons pelo circuito. Qual das opções abaixo contém o metal que pode ter sido depositado?

A Ni
B Zn
C Ag
D Sn
E Pb

200 **ITA 1997** Uma fonte de corrente contínua fornece corrente elétrica a um sistema composto de duas células eletrolíticas, ligadas em série através de um fio condutor. Cada célula é dotada de eletrodos inertes. Uma das células contém somente uma solução aquosa 0,3 molar de $NiSO_4$ e a outra apenas uma solução aquosa 0,2 molar de $Au(C\ell)_3$. Se durante todo o período da eletrólise as únicas reações que ocorrem nos cátodos são as deposições dos metais, qual das opções corresponde ao valor da relação: massa de níquel depositado/massa de ouro depositado?

A 0,19 C 1,0 E 5,0
B 0,45 D 2,2

201 **ITA 1999** Uma solução aquosa de $NiSO_4$ é eletrolisada numa célula com eletrodos de platina, mediante a passagem de uma corrente elétrica constante de 268 mA, durante 1,0 hora. No cátodo, além da eletrodeposição de níquel, foi observada a formação de 11,2 mL (CNTP) de um certo gás. Assinale a opção que apresenta a razão percentual *CORRETA* entre a carga elétrica utilizada para a eletrodeposição de níquel e a carga elétrica total que circulou pelo sistema:

A 10 C 50 E 90
B 25 D 75

202 **ITA 2000** Dependendo da natureza do meio, alcalino ou ácido, a corrosão de alumínio em meio aquoso pode ser representada pelas seguintes semiequações químicas:

I. $A\ell_{(c)} \rightleftharpoons A\ell^{3+}_{(aq)} + 3e^-$ (CM)

II. $4OH^-_{(aq)} \rightleftharpoons O_{2(aq)} + 2H_2O_{(\ell)} + 4e^-$ (CM)

III. $H_{2(g)} \rightleftharpoons 2H^+_{(aq)} + 2e^-$ (CM)

Qual das opções abaixo contém a afirmação ERRADA a respeito do processo de corrosão do alumínio?

A A semiequação I representa a semirreação que ocorre em regiões da superfície de alumínio que funcionam como ânodos.
B A semiequação II ou III representa a semirreação que ocorre em regiões da superfície de alumínio que funcionam como cátodos.
C A quantidade de carga elétrica envolvida na corrosão de um mol de alumínio em meio alcalino é igual a 3/4 F.
D A massa de alumínio dissolvida na corrosão em meio ácido envolvendo quantidade de carga elétrica igual a 3/2 F é igual a 13 g.
E Nas CNTP, o volume de hidrogênio produzido na corrosão de 1 mol de alumínio em meio ácido é igual a 34 L.

203 **ITA 1986** O conjunto de duas células eletrolíticas em série é ligado a um gerador de corrente contínua. A primeira célula (I) contém uma solução de $AgNO_3$ entre dois eletrodos de prata; a segunda (II) contém uma solução de um único sal de ouro (onde o número de oxidação do ouro é desconhecido) entre dois eletrodos de ouro. Deixando a corrente passar durante certo tempo por este conjunto, observa-se que no catodo da célula (I) são depositados 1,079 g de prata, enquanto no catodo da célula (II) são depositados 0,657 g de ouro. Sabendo que no catodo de cada célula ocorre somente um tipo de reação, qual das opções a seguir contém a afirmação falsa em relação aos procedimentos e informações relacionados com a questão?

A A carga correspondente à eletrólise acima é igual a $1{,}00 \cdot 10^{-2}$ faradays.
B A deposição catódica de 1 mol de prata a partir de uma solução de $AgNO_3$ corresponde ao consumo, no catodo, de 1 mol de elétrons provenientes do circuito metálico.
C A deposição catódica de 1 mol de ouro a partir da solução da célula (II) corresponde ao consumo, no catodo, de 1 mol de elétrons provenientes do circuito metálico.
D O número de oxidação do ouro no sal contido na célula (II) é igual a 3^+.
E A perda de massa do anodo de ouro é de $\frac{1}{3} \cdot 10^{-2}$ mols.

204 **ITA 1986** O conjunto de duas células eletrolíticas em série é ligado a um gerador de corrente contínua. A primeira célula (I) contém uma solução de $AgNO_3$ entre dois eletrodos de prata; a segunda (II) contém uma solução de um único sal de ouro (onde o número de oxidação do ouro é desconhecido) entre dois eletrodos de ouro. Deixando a corrente passar durante certo tempo por este conjunto, observa-se que no catodo da célula (I) são depositados 1,079 g de prata, enquanto no catodo da célula (II) são depositados 0,657 g de ouro. Sabendo que no catodo de cada célula ocorre somente um tipo de reação, mostre detalhadamente como, das informações anteriores, pode ser deduzido o número de oxidação do ouro no sal contido na célula (II).

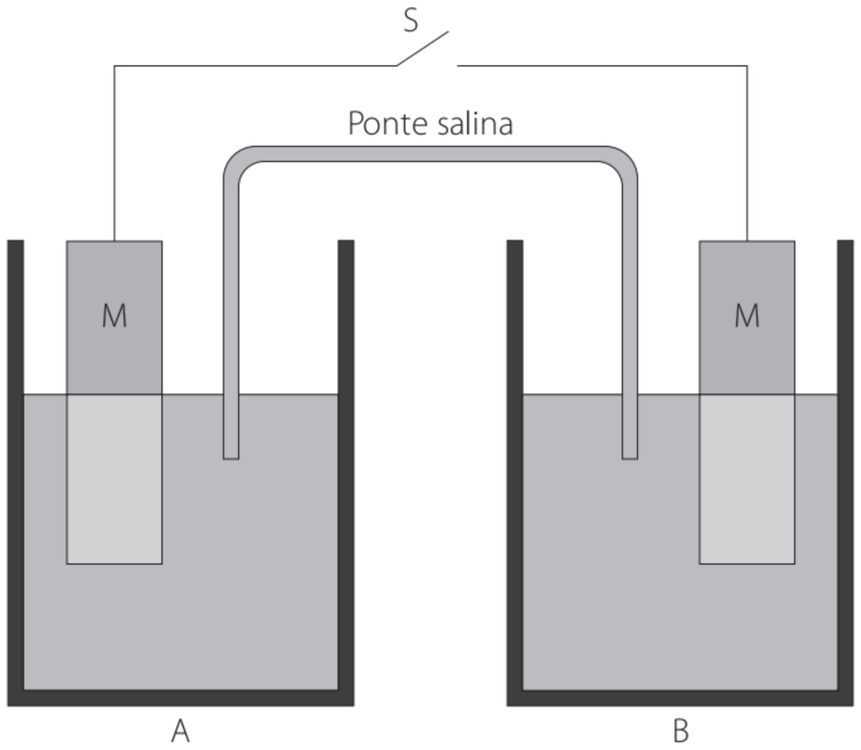
205 **ITA 1998** Para determinar o valor da constante de Faraday, empregou-se uma célula eletrolítica construída pela imersão de duas chapas de prata em uma solução aquosa de nitrato de prata. O conjunto é ligado a uma fonte de corrente contínua em série com um amperímetro. Durante certo intervalo de tempo "t", verificou-se que pelo circuito passou uma corrente elétrica constante de valor "i". Neste período de tempo "t", foi depositado no cátodo uma massa "m" de prata, cuja massa molar é representada por "M". Admite-se que a única reação eletroquímica que ocorre no cátodo é a redução dos cátions de prata à prata metálica. Denominando o número de Avogadro de "N_A" e a área do cátodo imersa na solução de "S", a constante de Faraday (F) calculada a partir deste experimento é igual a:

A $F = (i\ t\ M) / (m)$ D $F = (i\ t) / (S\ N_A)$
B $F = (i\ t\ N_A)$ E $F = (i\ m) / (M)$
C $F = (i\ t\ m) / (M\ S)$

206 **ITA 1999** Uma célula eletroquímica é composta de eletrodos de platina imersos em 1,0 L de uma solução aquosa 1,0 mol/L em Na_2SO_4. A solução que compõe esse sistema é mantida sob agitação constante e a corrente elétrica é mantida no valor 10 mA por 100 minutos. Decorrido esse tempo, o circuito elétrico é aberto, sendo então medido o valor da concentração de $H^+_{(aq)}$ da solução resultante. Admitindo que não haja variação no volume da solução, a variação da concentração (mol/L) de $H^+_{(aq)}$:

A é nula
B diminui de $6{,}2 \cdot 10^{-8}$ mol/L
C diminui de $12{,}5 \cdot 10^{-8}$ mol/L
D aumenta de $6{,}2 \cdot 10^{-4}$ mol/L
E aumenta de $12{,}5 \cdot 10^{-4}$ mol/L

207 **ITA 2003** Considere o elemento galvânico mostrado na figura a seguir. O semi-elemento A contém uma solução aquosa, isenta de oxigênio, 0,3 mol L^{-1} em Fe^{2+} e 0,2 mol L^{-1} em Fe^{3+}. O semi-elemento B contém uma solução aquosa, também isenta de oxigênio, 0,2 mol L^{-1} em Fe^{2+} e 0,3 mol L^{-1} em Fe^{3+}. M é um condutor metálico (platina). A temperatura do elemento galvânico é mantida constante num valor igual a 25 ºC. A partir do instante em que a chave "S" é fechada, considere as seguintes afirmações:



I. O sentido convencional de corrente elétrica ocorre do semi-elemento B para o semi-elemento A.
II. Quando a corrente elétrica for igual a zero, a relação de concentrações $[Fe^{3+}(aq)] / [Fe^{2+}(aq)]$ tem o mesmo valor tanto no semi-elemento A como no semi-elemento B.
III. Quando a corrente elétrica for igual a zero, a concentração de $Fe^{2+}(aq)$ no semi-elemento A será menor que 0,3 mol L^{-1}.
IV. Enquanto o valor da corrente elétrica for diferente de zero, a diferença de potencial entre os dois semi-elementos será maior do que 0,118 log (3/2).
V. Enquanto corrente elétrica fluir pelo circuito, a relação entre a concentrações $[Fe^{3+}(aq)] / [Fe^{2+}(aq)]$ permanece constante nos dois semi-elementos.

Das afirmações feitas, estão CORRETAS

A apenas I, II e III
B apenas I, II e IV
C apenas III e V
D apenas IV e V
E todas

208 **ITA 2006** Um elemento galvânico é constituído pelos eletrodos abaixo especificados, ligados por uma ponte salina e conectados a um multímetro de alta impedância.
Eletrodo a: Placa de chumbo metálico mergulhada em uma solução aquosa 1 mol L^{-1} de nitrato de chumbo.
Eletrodo b: Placa de níquel metálico mergulhada em uma solução aquosa 1 mol L^{-1} de sulfato de níquel.
Após estabelecido o equilíbrio químico nas condições-padrão, determina-se a polaridade dos eletrodos. A seguir, são adicionadas pequenas porções de KI sólido ao Eletrodo a, até que ocorra a inversão de polaridade do elemento galvânico.
Dados eventualmente necessários:
Produto de solubilidade de PbI_2: $Kps\ (PbI_2) = 8{,}5 \times 10^{-9}$
Potenciais de eletrodo em relação ao eletrodo padrão de hidrogênio nas condições-padrão:

$E^0_{Pb/Pb^{2+}} = -0{,}13$ V; $E^0_{Ni/Ni^{2+}} = -0{,}25$ V; $E^0_{I^-/I_2} = 0{,}53$ V

Assinale a opção que indica a concentração CORRETA de KI, em mol L^{-1}, a partir da qual se observa a inversão de polaridade dos eletrodos nas condições-padrão.

A 1×10^{-2}
B 1×10^{-3}
C 1×10^{-4}
D 1×10^{-5}
E 1×10^{-6}

209 **ITA 2002** Considere o elemento galvânico da **Questão 169**, mas substitua a solução aquosa de $Pb(NO_3)_2$ do ELETRODO I por uma solução aquosa $1{,}00 \times 10^{-5}$ mol/L de $Pb(NO_3)_2$, e a solução aquosa de H_2SO_4 do ELETRODO II por uma solução aquosa $1{,}00 \times 10^{-5}$ mol/L de H_2SO_4. Considere também que a temperatura permanece constante e igual a 25 °C.

a) Determine a força eletromotriz deste novo elemento galvânico. Mostre os cálculos realizados.
Agora, considerando que circula corrente elétrica no novo elemento galvânico, responda:
b) Qual dos eletrodos, ELETRODO I ou ELETRODO II, será o ânodo?
c) Qual dos eletrodos será o polo positivo do novo elemento galvânico?
d) Qual o sentido do fluxo de elétrons que circula no circuito externo?
e) Escreva a equação química balanceada da reação que ocorre neste novo elemento galvânico.

210 **ITA 2004** Descreva os procedimentos utilizados na determinação do potencial de um eletrodo de cobre $Cu(s) \mid Cu^{2+}(aq)$. De sua descrição devem constar:

a) A listagem de todo o material (soluções, medidores etc.) necessário para realizar a medição do potencial do eletrodo em questão.

b) O desenho esquemático do elemento galvânico montado para realizar a medição em questão. Deixe claro nesse desenho quais são os pólos positivo e negativo e qual dos eletrodos será o anodo e qual será o catodo, quando corrente elétrica circular por esse elemento galvânico. Neste último caso, escreva as equações químicas que representam as reações anódicas e catódicas, respectivamente.

c) A explicação de como um aumento do valor das grandezas seguintes afeta o potencial do eletrodo de cobre (Aumenta? Diminui? Não altera?): área do eletrodo, concentração de cobre no condutor metálico, concentração de íons cobre no condutor eletrolítico e temperatura.

211 **ITA 2005** Considere o elemento galvânico representado por:

$$Hg_{(\ell)} \mid \text{eletrólito} \parallel C\ell^{-}(\text{solução aquosa saturada em } KC\ell) \mid Hg_2C\ell_{2(s)} \mid Hg_{(\ell)}$$

a) Preveja se o potencial do eletrodo representado no lado direito do elemento galvânico será maior, menor ou igual ao potencial desse mesmo eletrodo nas condições-padrão. Justifique sua resposta.

b) Se o eletrólito no eletrodo à esquerda do elemento galvânico for uma solução 0,002 mol L^{-1} em $Hg^{2+}(aq)$, preveja se o potencial desse eletrodo será maior, menor ou igual ao potencial desse mesmo eletrodo nas condições-padrão. Justifique sua resposta.

c) Faça um esboço gráfico da forma como a força eletromotriz do elemento galvânico (ordenada) deve variar com a temperatura (abscissa), no caso em que o eletrodo do lado esquerdo do elemento galvânico seja igual ao eletrodo do lado direito nas condições-padrão.

212 **ITA 2006** Calcule o valor do potencial elétrico na escala do eletrodo de hidrogênio nas condições-padrão (E^0) da semi-equação química $CuI(s) + e^{-}(CM) \rightleftharpoons Cu(s) + I^{-}(aq)$.

Dados eventualmente necessários: Produto de solubilidade do CuI(s):

$K_{ps}(CuI) = 1{,}0 \times 10^{-12}$

Semi-equações químicas e seus respectivos potenciais elétricos na escala do eletrodo de hidrogênio nas condições-padrão (E^0) :

I. $Cu^{2+}(aq) + e^{-}(CM) \rightleftharpoons Cu^{+}(aq)$; $E_I^0 = 0{,}15$ V

II. $Cu^{2+}(aq) + 2e^{-}(CM) \rightleftharpoons Cu(s)$; $E_{II}^0 = 0{,}34$ V

III. $Cu^{+}(aq) + e^{-}(CM) \rightleftharpoons Cu(s)$; $E_{III}^0 = 0{,}52$ V

IV. $I_2(s) + 2e^{-}(CM) \rightleftharpoons 2I^{-}(aq)$; $E_{IV}^0 = 0{,}54$ V

213 **ITA 2007** Considere a reação química representada pela equação abaixo e sua respectiva força eletromotriz nas condições-padrão:

$$O_2(g) + 4H^{+}(aq) + 4Br^{-}(aq) \rightleftharpoons 2Br_2(g) + 2H_2O(l), \ \Delta E^{\circ} = 0{,}20 \text{ V}.$$

Agora, considere que um recipiente contenha todas as espécies químicas dessa equação, de forma que todas as concentrações sejam iguais às das condições-padrão, exceto a de H^{+}. Assinale a opção que indica a faixa de pH na qual a reação química ocorrerá espontaneamente.

A 2,8 < pH < 3, 4
B 3,8 < pH < 4,4
C 4,8 < pH < 5,4
D 5,8 < pH < 6, 4
E 6,8 < pH < 7,4

214 **ITA 1992** Considere um nuclídeo instável emissor de partículas beta negativas. Esta emissão terá o seguinte efeito:

	Número atômico do nuclídeo	Número de massa do nuclídeo
A	aumenta de um	permanece inalterado
B	permanece inalterado	diminui de um
C	diminui de um	diminui de um
D	aumenta de um	aumenta de um
E	diminui de um	permanece inalterado

215 **ITA 1999** Considere as seguintes equações relativas a processos nucleares:

I. $^{8}_{3}Li \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He + x$.

II. $^{7}_{4}Be + y \rightarrow {}^{7}_{3}Li$.

III. $^{8}_{5}B \rightarrow {}^{8}_{4}Be + z$.

IV. $^{3}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He + w$.

Ao completar as equações dadas acima, as partículas x, y, z e w são, respectivamente:

A pósitron, alfa, elétron e elétron.
B elétron, alfa, elétron e pósitron.
C alfa, elétron, elétron e pósitron.
D elétron, elétron, pósitron e elétron.
E elétron, elétron, pósitron e elétron.

216 **ITA 2000** Considere as seguintes afirmações:

I. A radioatividade foi descoberta por Marie Curie.

II. A perda de uma partícula beta de um átomo de $^{75}_{33}As$ forma um átomo de número atômico maior.

III. A emissão de radiação gama a partir do núcleo de um átomo não altera o número atômico e o número de massa do átomo.

IV. A desintegração de $^{226}_{88}Ra$ a $^{214}_{83}Po$ envolve a perda de 3 partículas alfa e de duas partículas beta.

Das afirmações feitas, estão **CORRETAS**:

A apenas I e II.
B apenas I e III.
C apenas I e IV.
D apenas II e III.
E apenas II e IV.

217 **ITA 1989** Em relação ao tempo de meia-vida do Césio 137, livre ou combinado, são feitas as afirmações seguintes.

Ia. Ele decresce com o aumento da temperatura.
Ib. Ele independe da temperatura.
Ic. Ele cresce com o aumento da temperatura.
IIa. Ele decresce com o aumento da pressão.
IIb. Ele independe da pressão.
IIc. Ele cresce com o aumento da pressão.
IIIa. Ele é o mesmo tanto no Césio elementar como em todos os compostos de Césio.
IIIb. Ele varia se são mudados os outros átomos ligados ao átomo de Césio.

Destas afirmações, são corretas:

A Ib; IIc; IIIa.
B Ic; IIa; IIIa.
C Ia; IIb; IIIb.
D Ic; IIc; IIIb.
E Ib; IIb; IIIa.

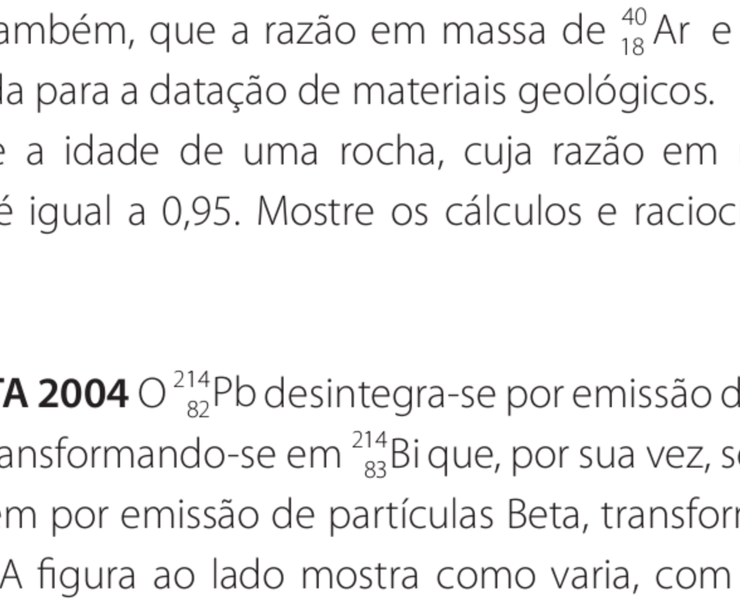
218 **ITA 2003** O tempo de meia-vida ($t_{1/2}$) do decaimento radioativo do potássio $40\left({}^{40}_{19}K\right)$ é igual a $1{,}27 \times 10^9$ anos. Seu decaimento envolve os dois processos representados pelas equações seguintes:

I. ${}^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{20}Ca + {}^{0}_{-1}e$
II. ${}^{40}_{19}K + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{40}_{18}Ar$

O processo representado pela equação I é responsável por 89,3% do decaimento radioativo do ${}^{40}_{19}K$, enquanto que o representado pela equação II contribui com os 10,7% restantes. Sabe-se, também, que a razão em massa de ${}^{40}_{18}Ar$ e ${}^{40}_{19}K$ pode ser utilizada para a datação de materiais geológicos.

Determine a idade de uma rocha, cuja razão em massa de ${}^{40}_{18}Ar / {}^{40}_{19}K$ é igual a 0,95. Mostre os cálculos e raciocínios utilizados.

219 **ITA 2004** O ${}^{214}_{82}Pb$ desintegra-se por emissão de partículas Beta, transformando-se em ${}^{214}_{83}Bi$ que, por sua vez, se desintegra também por emissão de partículas Beta, transformando-se em ${}^{214}_{84}Po$. A figura ao lado mostra como varia, com o tempo, o número de átomos, em porcentagem de partículas, envolvidos nestes processos de desintegração. Admita $\ell n\ 2 = 0{,}69$. Considere que, para estes processos, sejam feitas as seguintes afirmações:



I. O tempo de meia-vida do chumbo é de aproximadamente 27 min.
II. A constante de velocidade da desintegração do chumbo é de aproximadamente $3 \times 10^{-2}\ min^{-1}$.
III. A velocidade de formação de polônio é igual à velocidade de desintegração do bismuto.
IV. O tempo de meia-vida do bismuto é maior que o do chumbo.
V. A constante de velocidade de decaimento do bismuto é de aproximadamente $1 \times 10^{-2}\ min^{-1}$.

Das informações acima, estão CORRETAS

A apenas I, II e III.
B apenas I e IV.
C apenas II, III e V.
D apenas III e IV.
E apenas IV e V.

Frente 3 – IME

220 **IME 2005** Certo metal, em um determinado estado de oxidação, é muito usado na forma de acetato, no qual 1/3 da massa é constituído pelo metal em questão. O cloreto deste metal, no mesmo estado de oxidação, é também muito usado e apresenta peso-fórmula 130. Baseado nestas informações, determine:

a) o equivalente-grama deste metal e seu número de oxidação nos compostos mencionados;
b) o equivalente-grama do óxido deste metal, neste estado de oxidação;
c) a massa de H_2SO_4 que reage com 183 g do nitrato do metal, neste estado de oxidação;
d) a massa atômica deste metal;
e) a equação estequiométrica da reação do óxido salino deste metal com $HC\ell$.

221 **IME 1992** Faça o balanceamento da seguinte equação, cuja reação ocorre em meio ácido:

$$Cr_2O_7^{2-} + Fe^{2+} \rightarrow Cr^{3+} + Fe^{3+}$$

222 **IME 1991** Sulfeto de arsênio, ácido nítrico e água foram misturados e reagiram em um béquer. A análise da mistura reacionol revelou que os produtos de tal reação são ácido sulfúrico, ácido arsênico e gás nítrico. Calcule qual é a massa de sulfeto de arsênio, estequiometricamente necessária, para obtermos 8,52 kg de ácido arsênico, por meio dessa reação.

223 **IME 1996** São dadas as equações químicas, não ajustadas, a seguir:

I. $KC\ell O_3 + H_2SO_4 \rightarrow HC\ell O_4 + C\ell O_2 + K_2SO_4 + H_2O$
II. $KMnO_4 + HC\ell \rightarrow KC\ell + MnC\ell_2 + H_2O + C\ell_2$

Para cada uma das equações, determine:

c) os seus coeficientes, considerando os menores números inteiros possíveis;
d) o agente redutor;
e) o agente oxidante.

224 **IME 1989** O cloro, em meio alcalino, oxida o iodeto de cromo (III) a cromato e periodato, passando a cloreto. Determine o volume mínimo de cloro gasoso, medido a 27,0 ºC e 1,00 atm, necessário para converter integralmente 4,00 x 10^{-3} moles do iodeto.

225 **IME 1997** Uma substância química A reage com permanganato de potássio, em presença de ácido sulfúrico, gerando como produtos da reação sulfato de potássio, sulfato de manganês II, nitrato de sódio e água. Sabendo-se que a substância A é composta por 33,33% de sódio, 20,28% de nitrogênio e 46,39% de oxigênio, determine:

a) A fórmula molecular, nomenclatura e função química da substância A;
b) A massa de substância A necessária para se obter 170 g de nitrato de sódio.

226 **IME 1999** Permanganato de potássio reage com cloreto de sódio em presença de ácido sulfúrico, resultando em sulfato de manganês II, sulfato de potássio, sulfato de sódio, água e cloro gasoso. Calcule o rendimento da reação quando 58,5 g de cloreto de sódio e 32,6 g do permanganato forem adicionados a 80,4 g de ácido sulfúrico, produzindo 34,4 g de gás.

227 **IME 2004** Uma forma de sintetizar óxido nítrico em meio aquoso é reagir nitrito de sódio com sulfato ferroso e ácido sulfúrico, produzindo, além do óxido nítrico, sulfato férrico e bissulfato de sódio. Partindo de 75,0 g de nitrito de sódio, 150,0 g de ácido sulfúrico e 152,0 g de sulfato ferroso e tendo a reação 90 % de rendimento, determine a massa de óxido nítrico obtida.

228 **IME 1992** Dadas as reações de meia-célula:

$Cu^{2+} + e^- \rightarrow Cu^+$ $\quad E^0 = 0{,}153\ V$

$I_2 + 2e^- \rightarrow 2\ I^-$ $\quad E^0 = 0{,}153\ V$

pede-se:

a) escrever a equação que representa a reação global da célula;
b) calcular o potencial de eletrodo global (E^0); e
c) calcular a energia livre para a reação (ΔG^0), considerando que 1 mol de elétrons percorreu a célula eletroquímica.

229 **IME 1999** Em uma pilha, Ni^0/Ni^{2+} // Ag^+/Ag^0 os metais estão mergulhados em soluções aquosas 1,0 M de seus respectivos sulfatos, a 25°C.

Determine:

a) a equação global da pilha;
b) o sentido do fluxo de elétrons;
c) o valor da força eletromotriz (fem) da pilha.

Dados:

Reação	$E^0_{redução}$ (volts)
$Ni^{2+} + 2\,e^- \rightleftarrows Ni^0$	– 0,25
$Ag^+ + 1\,e^- \rightleftarrows Ag^0$	+ 0,80

230 **IME 1993** Para se recuperar o níquel, em sua forma metálica, de uma solução contendo íons Ni^{+2}, introduziu-se na mesma uma barra de estanho metálico. Responda:

a) o processo descrito pode ocorrer sem a participação de um agente externo ao meio reacional? Justifique e
b) qual a ordem de grandeza da constante de equilíbrio para a reação descrita no problema (a 27 °C)?

231 **IME 2004** Uma pilha de combustível utiliza uma solução de KOH e dois eletrodos porosos de carbono, por onde são admitidos, respectivamente, hidrogênio e oxigênio. Este processo resulta numa reação global de combustão que gera eletricidade. Considerando que a pilha opera nas condições padrão:

a) calcule a entropia padrão de formação da água líquida;
b) justifique por que a reação da pilha é espontânea;
c) avalie a variação da entropia nas vizinhanças do sistema.

Dados: Calor de formação da água líquida: –285,9 kJ/mol

Potenciais de redução nas condições padrão (E^0):

Calor de formação da água líquida: –285,9 kJ/mol

Potenciais de redução nas condições padrão (E^0):

Reação	E^0 (V)
$K^+ + e^- \Leftrightarrow K$	–2,90
$2\ H_2O + 2e^- \Leftrightarrow H_2 + 2\ OH^-$	–0,80
$2\ H^+ + 2e- \Leftrightarrow H_2$	0,00
$O_2 + 2\ H_2O + 4\ e^- \Leftrightarrow 4\ OH^-$	0,40
$O_2 + 4\ H^+ + 4e^-\ \ 2\ H_2O$	1,20

232 **IME 1991** Calcule a intensidade da corrente elétrica que deve ser utilizada para depositar 2,54 · 10^{-4} kg de cobre, de uma solução de sulfato de cobre, no tempo de 3 minutos e 20 segundos.

233 **IME 1988** A análise do gás que é retirado do anodo de uma célula para produção de cloro, a partir de uma solução aquosa de NaCl, contém 97,5 % de Cl_2 e 2,5 % de O_2 por mol. Calcule o rendimento do processo para a produção de cloro.

234 **IME 1996** Em duas cubas eletrolíticas, ligadas em série, ocorrem as reações, cujas equações são mostradas a seguir, pela passagem de uma corrente elétrica de 1 ampère:

cuba A: $Ag^+_{(aq)} + e^- \rightarrow Ag^0_{(s)}$

cuba B: $2H^+_{(aq)} + 2e^- \rightarrow H_{2(g)}$

Pede-se:

a) o tipo de reação que está ocorrendo;
b) a denominação do eletrodo onde ocorrem essas reações;
c) o tempo necessário para que ocorra a deposição de 1,08 g de prata;
d) o volume, em litros, nas CNTP, do hidrogênio produzido durante o tempo determinado na letra c.

235 **IME 1998** A eletrólise de uma solução aquosa gera uma mistura gasosa hidrogênio-oxigênio para alimentar um maçarico. A mistura gasosa é armazenada em um recipiente com volume constante e igual a 500 cm^3 e o ar contido inicialmente no recipiente é totalmente removido antes de se iniciar a eletrólise. Por medida de segurança o maçarico só pode ser operado quando a pressão no recipiente for de pelo menos 1,2 atm. Sabendo-se que a temperatura é de 27 °C e que a corrente da eletrólise é de 5 A, determine o tempo para que a pressão no recipiente atinja o valor mínimo de operação.

Dados: Constante universal dos gases – R = 0,082 atm.l/mol.K;
1 Faraday = 1.608 A.min

236 **IME 2002** Um certo fabricante produz pilhas comuns, nas quais o invólucro de zinco funciona como anodo, enquanto que o catodo é inerte. Em cada uma, utilizam-se 5,87 g de dióxido de manganês, 9,2 g de cloreto de amônio e um invólucro de zinco de 80 g. As semi-reações dos eletrodos são:

$$Zn \longrightarrow Zn^{+2} + 2\,e^-$$
$$NH_4^+ + MnO_2 + e^- \longrightarrow 1/2\,Mn_2O_3 + NH_3 + 1/2\,H_2O$$

Determine o tempo que uma destas pilhas leva para perder 50% de sua carga, fornecendo uma corrente constante de 0,08 A.

Dado: Constante de Faraday: F = 96.500 C

237 **IME 2006** Os eletrodos de uma bateria de chumbo são de Pb e PbO_2. A reação global de descarga é $Pb + PbO_2 + 2H_2SO_4 \rightarrow 2PbSO_4 + 2H_2O$. Admita que o "coeficiente de uso" seja de 25,0%. Este coeficiente representa a fração de Pb e PbO_2 presentes na bateria que são realmente usados nas reações dos eletrodos. Calcule:

a) a massa mínima de chumbo em quilogramas (incluindo todas as formas em que se encontra esse elemento) que deve existir numa bateria para que ela possa fornecer uma carga de $38{,}6 \times 10^4$ C;
b) o valor aproximado da variação da energia livre da reação, sendo de 2,00 V a voltagem média da bateria quando fora de uso.

238 **IME 1986** Dada a reação global para a descarga de um acumulador de chumbo, que pode ser representada pela equação:

$Pb_{(s)} + PbO_{2(s)} + 4H^+_{(aq)} + 2SO^{2-}_{4(aq)} \rightarrow 2PbSO_{4(s)} + 2H_2O_{(\ell)}$, com $\Delta G = -88{,}5$ kcal, pede-se:

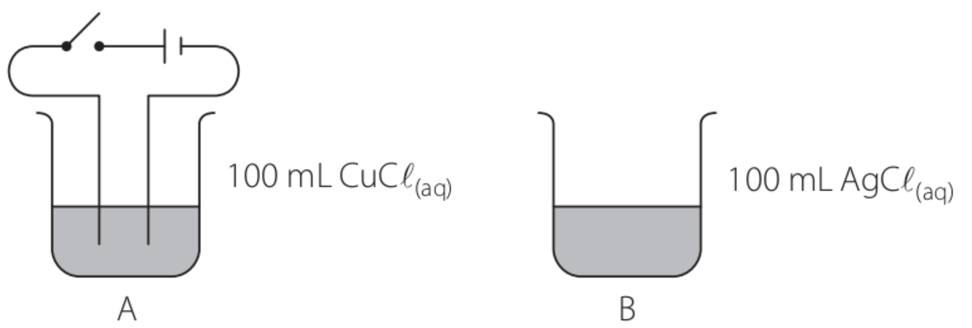
1. a f.e.m (E) da célula;
2. a equação da meia-célula de redução e calcular a sua f.e.m (ε);
3. a massa de chumbo consumida durante uma descarga de 1 hora, com corrente média de 1,000 A.

Dados: $Pb^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Pb(s)$ $E = -0{,}1270$ V
$PbSO_4 + 2e^- \rightarrow Pb(s) + SO_4^{2-}$ $E = -0{,}3510$ V

239 **IME 1997** Uma bateria de automóvel apresenta as seguintes reações nos eletrodos durante a descarga:
no ânodo: $Pb_{(s)} + SO^{2-}_{4(aq)} \rightarrow PbSO_{4(s)} + 2e^-$
no cátodo: $PbO_{2(s)} + 4\,H^+_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)} + 2e^- \rightarrow PbSO_{4(s)} + 2e^-$
A solução inicial de ácido sulfúrico contido na bateria tem uma concentração de 40%, em peso, de ácido sulfúrico e massa específica de 1,3 g/cm^3.
Após a bateria ter sido utilizada, a solução foi analisada e apresentou uma concentração de 28%, em peso, de ácido sulfúrico com uma massa específica de 1,2 g/cm^3.
Considerando fixo o volume da solução ácida na bateria em 2,0 litros, determine o valor da carga fornecida pela bateria em ampères-hora.

240 **IME 2003** Uma célula eletrolítica de eletrodos inertes, contendo 1,0 L de solução de ácido sulfúrico 30% em peso, operou sob corrente constante durante 965 minutos. Ao final da operação, retirou-se uma alíquota de 2,0 mL do eletrólito, a qual foi diluída a 50,0 mL e titulada com solução padrão 0,40 mol/L de hidróxido de sódio. Sabendo-se que a titulação consumiu 41,8 mL da solução da base, determine a corrente que circulou pela célula. Considere que a massa específica da solução de ácido sulfúrico 30% em peso é 1,22 g/cm^3 e a massa específica da água é 1,00 g/cm^3.

241 **IME 1995** Considere os dois béqueres de 500 mL, A e B, a seguir:



Em A, temos uma pilha eletrolítica cujo eletrólito é uma solução aquosa de $CuC\ell$, totalmente dissociada, com concentração igual a $6{,}0 \cdot 10^{-4}$ mol/L e em B, temos uma solução aquosa de $AgC\ell$, totalmente dissociada, de concentração igual a $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ mol/L. Sabendo-se que os produtos de solubilidade do $CuC\ell$ e do $AgC\ell$, a 25 °C, são, respectivamente, $3{,}2 \cdot 10^{-7}$ e $1{,}6 \cdot 10^{-10}$, determine:

a) a solubilidade dos sais, em uma solução obtida pela adição do conteúdo do béquer A ao do béquer B;
b) o que ocorre qualitativamente com os íons Cu^+ e Ag^+ na nova solução; e
c) o tempo que uma corrente de $5 \cdot 10^{-2}$ ampères deve passar através da solução inicial do béquer A, antes de misturar o conteúdo dos dois béqueres, para evitar uma possível precipitação, quando se adiciona a solução do béquer A à solução do béquer B. Sabe-se que a passagem da corrente elétrica provoca a evolução de H_2 no cátodo e a deposição de cobre no ânodo.

242 **IME 2001** Construiu-se uma célula eletrolítica de eletrodos de platina, tendo como eletrólito uma solução aquosa de iodeto de potássio. A célula operou durante um certo intervalo de tempo sob corrente constante de 0,2 A. Ao final da operação, o eletrólito foi completamente transferido para um outro recipiente e titulado com solução 0,1 M de tiossulfato de sódio. Sabendo-se que foram consumidos 25 mL da solução de tiossulfato na titulação, determine o tempo durante o qual a célula operou.

Dados: constante de Faraday, F = 96.500 C

$S_4O_6^{-2} + 2e^- \rightleftarrows 2\ S_2O_3^{-2}$ $\quad \varepsilon^0 = 0{,}08$ V

$I_2 + 2e^- \rightleftarrows 2\ I^-$ $\quad \varepsilon^0 = 0{,}54$ V

243 **IME 1992** Dada a reação nuclear

$$^{235}_{92}U + 1\ ^{1}_{0}n \rightarrow\ ^{x}_{a}A + ^{y}_{b}B + 3\ ^{1}_{0}n$$

e utilizando os dados abaixo, pede-se:

a) identificar os isótopos A e B, justificando mediante cálculo; e

b) calcular a energia liberada pela fissão de 1 mol de $^{235}_{92}U$.

Dados: $c = 3{,}000 \cdot 10^8 \cdot m \cdot s^{-1}$; 1 J = 1 kg · m² · s⁻²

Partícula	Massa (u.m.a.)
$^{235}_{92}U$	235,0439
$^{94}_{38}Sr$	93,9154
$^{139}_{56}Ba$	138,9086
$^{139}_{54}X_e$	138,9178
$^{1}_{0}n$	1,0087

244 **IME 1994** Reescreva, na folha de resposta, as equações nucleares a seguir, completando as lacunas I, II, III, IV e V.

a) $^{238}_{92}U \longrightarrow\ ^{234}_{90}Th + \underline{\quad}_{(I)}$

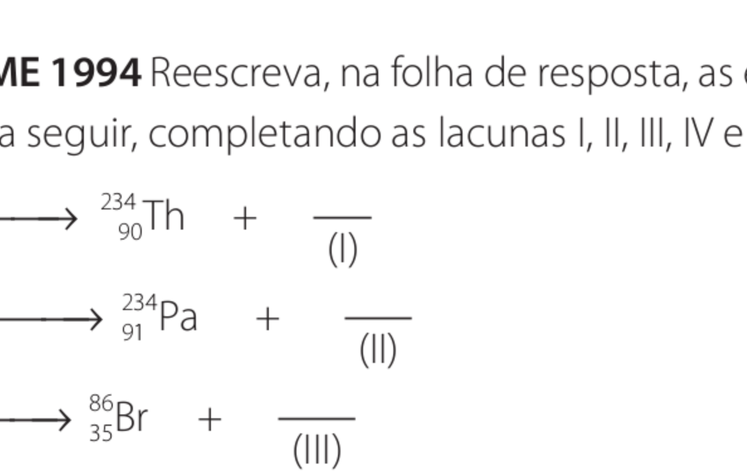
b) $^{234}_{90}Th \longrightarrow\ ^{234}_{91}Pa + \underline{\quad}_{(II)}$

c) $^{87}_{35}Br \longrightarrow\ ^{86}_{35}Br + \underline{\quad}_{(III)}$

d) $^{13}_{7}N \longrightarrow\ ^{13}_{6}C + \underline{\quad}_{(IV)}$

e) $^{40}_{19}K + \underline{\quad}_{(V)} \longrightarrow\ ^{40}_{18}Ar$

245 **IME 2006** Uma amostra de um determinado elemento Y tem seu decaimento radioativo representado pelo gráfico a seguir:



Determine o número de átomos não desintegrados quando a atividade do material radioativo for igual a 2,50 μCi.

246 **IME 1990** A desintegração radioativa do $^{288}_{Th}$ ocorre de acordo com o seguinte esquema de reação:

$$^{228}_{Th} \xrightarrow[t_{1/2} = 1{,}90\ anos]{\alpha} X_1 \xrightarrow[t_{1/2} = 3{,}60\ anos]{\alpha} X_2$$

$$\rightarrow X_2 \xrightarrow[t_{1/2} = 54{,}0\ s]{\alpha} X_3 \xrightarrow[t_{1/2} = 0{,}200\ s]{\alpha} X_4$$

$$\rightarrow X_4 \xrightarrow[t_{1/2} = 11{,}0\ h]{\beta} X_5 \xrightarrow[t_{1/2} = 61{,}0\ min]{\beta} X_6$$

$$\rightarrow X_6 \xrightarrow[t_{1/2} = 3{,}00.10^{-7}\ s]{\alpha} X_7$$

Calcule a percentagem de massa de $^{228}_{Th}$ restante quando uma amostra pura de 9,12 g deste metal é armazenada por 5,70 anos.

247 **IME 1995** O elemento artificial $^{60}_{27}Co$, que é utilizado em radioterapia, tem uma meia-vida de 5,25 anos, pois sofre um processo espontâneo de desintegração radioativa, por emissão de uma partícula β. Uma amostra de 100 g do isótopo natural estável $^{59}_{27}Co$, contendo 5% de $^{60}_{27}Co$, ficou armazenada por vários anos. Calcule a porcentagem de cada isótopo constituinte da amostra após 21 anos.

248 **IME 2003** A abundância natural do U-235 é 0,72% e sua meia vida é de 7,07 x 10^8 anos. Supondo que a idade do nosso planeta seja $4{,}50 \cdot 10^9$ anos, exatamente igual à meia vida do outro isótopo natural do urânio, determine a abundância do U-235 por ocasião da formação da Terra. Considere como isótopos naturais do urânio apenas o U-235 e o U-238.

249 **IME 2004** Inicia-se um determinado experimento colocando-se uma massa m_x (g) de um radionuclídeo X de meia vida $\tau_{1/2}$ (s) dentro de um balão de volume V_b (m^3), que se encontra à pressão atmosférica, como mostrado na figura 1. Este experimento é conduzido isotermicamente à temperatura T_b (K).

O elemento X é um alfa emissor e gera Y, sendo esta estável, de acordo com a seguinte equação:

$$X \rightarrow Y + ^{4}_{2}He$$

Considerando que apenas uma percentagem p do hélio formado difunde-se para fora da mistura dos sólidos X e Y, determine a altura h (em metros) da coluna de mercúrio apresentada na figura 2, depois de decorrido um tempo t (em segundos) do início do experimento.

Utilize a seguinte notação:

massa molecular de X = M_x (g)

densidade do mercúrio = ρ (kg/m^3)

aceleração da gravidade = g (m/s^2)

constante dos gases perfeitos = R (Pa.m^3/mol.K)

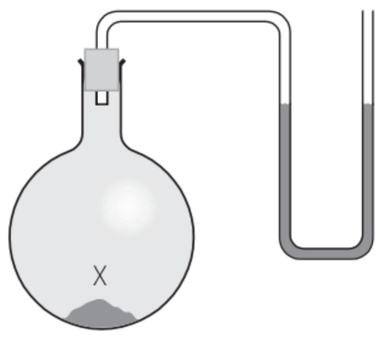


figura 1

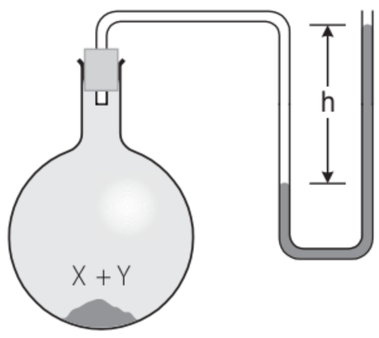


figura 2

250 **IME 2005** Suponha que se deseja estimar o volume de água de um pequeno lago. Para isso, dilui-se neste lago V_s litros de uma solução de um sal, sendo que a atividade radioativa dessa solução é A_s bequerel (Bq). Após decorridos D dias, tempo necessário para uma diluição homogênea da solução radioativa em todo o lago, é recolhida uma amostra de volume V_A litros, com atividade A_A Bq acima da atividade original da água do lago.
Considerando essas informações e sabendo que a meia-vida do sal radioativo é igual a $t_{1/2}$, determine uma expressão para o cálculo do volume do lago nas seguintes situações:

a) $t_{1/2}$ e D são da mesma ordem de grandeza;
b) $t_{1/2}$ é muito maior do que D.

251 **IME 2007** Uma massa m (em g) de um radionuclídeo X de vida média τ (em s) e massa atômica M (em u.m.a.), é colocada no interior de um balão feito de material flexível de volume inicial V, e preenchido apenas por gás hélio. O elemento X emite partículas α gerando um elemento Y estável. O balão é suficientemente flexível para garantir que a pressão em seu interior seja sempre igual à pressão no exterior. Considere que, no local do experimento, a pressão seja P (em atm), que o ar seja um gás de peso molecular M_{ar} e que o sistema possa ser mantido a uma temperatura constante T (em K).
Determine quanto tempo transcorrerá, desde o início do experimento, até que o balão comece a perder o contato com o chão.

Frente 3 – IME 1ª Fase

252 **IME 1ª Fase 2007** Dada a reação $Cu + 2HC\ell \rightarrow CuC\ell_2 + H_2$, assinale a afirmativa correta sabendo-se que os potenciais-padrão de redução do cobre e do hidrogênio são respectivamente 0,34 V e 0,00 V.

A A reação produz corrente elétrica.
B A reação não ocorre espontaneamente.
C A reação ocorre nas pilhas de Daniell.
D O cobre é o agente oxidante.
E O hidrogênio sofre oxidação.

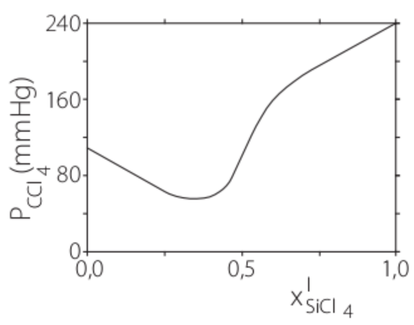
Frente 4 – ITA

253 **ITA 2003** Uma solução líquida é constituída de 1,2-dibromo etileno ($C_2H_2Br_2$) e 2,3-dibromo propeno ($C_3H_4Br_2$). A 85 °C, a concentração do 1,2-dibromo etileno nesta solução é igual a 0,40 (mol/mol). Nessa temperatura as pressões de vapor saturantes do 1,2-dibromo etileno e do 2,3-dibromo propeno puros são, respectivamente, iguais a 173 mmHg e 127 mmHg. Admitindo que a solução tem comportamento ideal, é CORRETO afirmar que a concentração (em mol/mol) de 2,3-dibromo propeno na fase gasosa é igual a

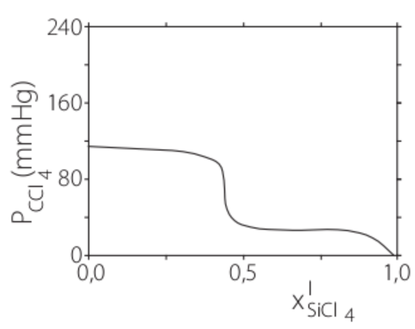
A 0,40
B 0,42
C 0,48
D 0,52
E 0,60

254 **ITA 2006** Considere soluções de $SiCl_4/CCl_4$ de frações molares variáveis, todas a 25 °C. Sabendo que a pressão de vapor do CCl_4 a 25 °C é igual a 114,9 mmHg, assinale a opção que mostra o gráfico que melhor representa a pressão de vapor de CCl_4 (P_{CCl_4}) em função da fração molar de $SiCl_4$ no líquido ($x^1_{SiCl_4}$).

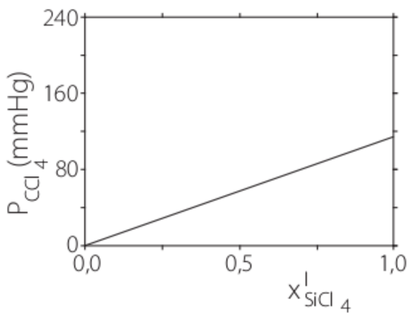
A



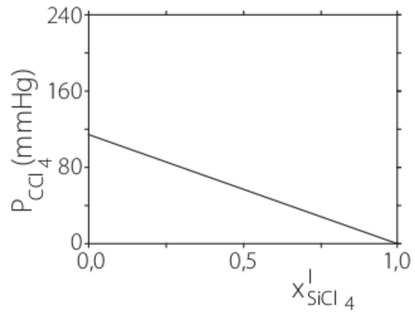
D



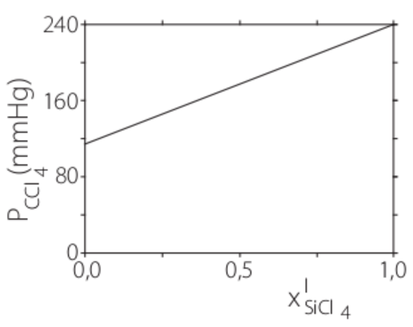
B



E



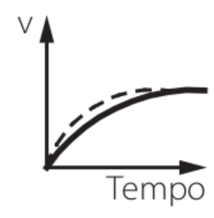
C

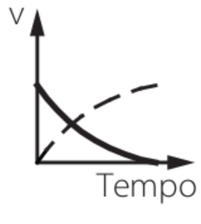


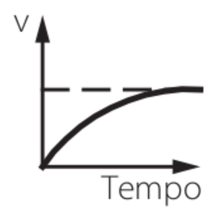
255 **ITA 2007** Prepara-se, a 25 °C, uma solução por meio da mistura de 25 mL de n-pentano e 45 mL de n-hexano.
Dados: massa específica do n-pentano = 0,63 g/mL;
massa específica do n-hexano = 0,66 g/mL;
pressão de vapor do n-pentano = 511 torr;
pressão de vapor do n-hexano = 150 torr.
Determine os seguintes valores, mostrando os cálculos efetuados:

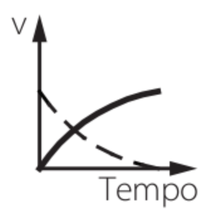
a) Fração molar do n-pentano na solução.
b) Pressão de vapor da solução.
c) Fração molar do n-pentano no vapor em equilíbrio com a solução.

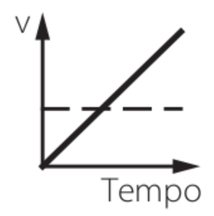
256 **ITA 1991** Um balão fechado, previamente evacuado, contém uma ampola cheia de água. Quebrando-se a ampola, nota-se que no equilíbrio ainda sobra água líquida. O sistema é mantido na temperatura ambiente constante. Assinale a opção que mostra, corretamente, como variam com o tempo (t) as taxas (v) de evaporação (linha tracejada) e de condensação (linha cheia). Estas taxas são expressas em quantidade de substância que passa de uma fase para outra, por unidade de tempo e por unidade de área de contato entre as duas fases.

A 

D 

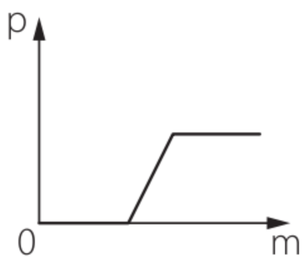
B 

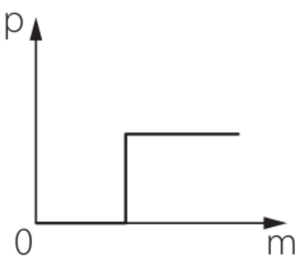
E 

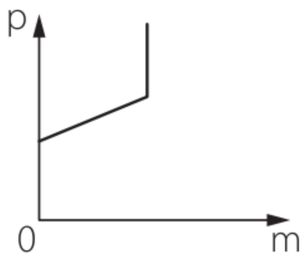
C 

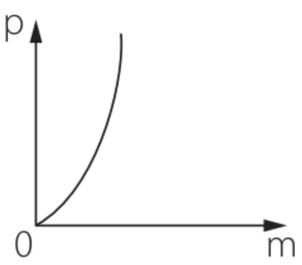
257 **ITA 1988** Consideremos um recipiente de paredes inertes e indeformáveis. A capacidade desse recipiente é de aproximadamente 25 litros. Ele é provido de um manômetro absoluto e é mantido em uma sala termostatada a 20 °C. A única comunicação do recipiente com o exterior é feita através de um tubo provido de torneira. Inicialmente, extraímos todo o ar contido no recipiente com o auxílio de uma bomba de vácuo. Feito isso, introduzimos no recipiente, contínua e lentamente, água pura (isenta de ar) até um total de 40 g de água.

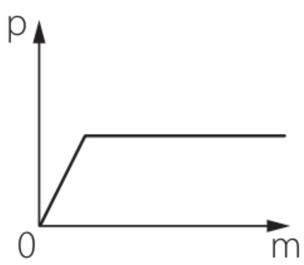
Qual dos gráficos abaixo descreve corretamente a variação da pressão no recipiente *versus* massa de água introduzida após evacuação prévia do recipiente?

A 

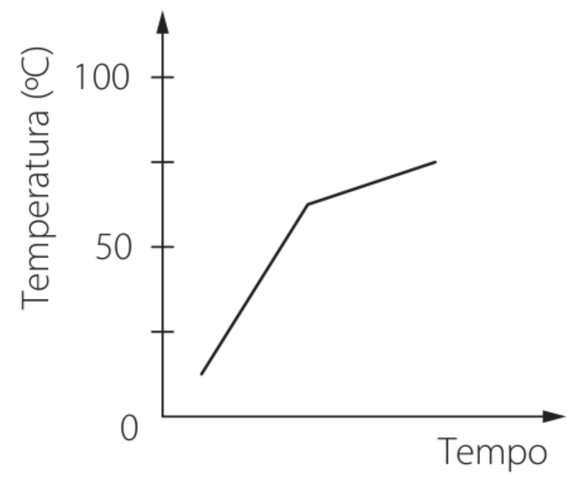
D 

B 

E 

C 

258 **ITA 1995** Uma porção de certo líquido, contido numa garrafa térmica sem tampa, é aquecido por uma resistência elétrica submersa no líquido e ligada a uma fonte de potência constante. O que se nota é mostrado no gráfico abaixo. Considerando o local onde a experiência é realizada, este líquido poderia ser:



A Água pura e a experiência realizada acima do nível do mar.
B Uma solução aquosa de um sal e a experiência realizada ao nível do mar.
C Uma solução de água e acetona e a experiência realizada ao nível do mar.
D Acetona pura e a experiência realizada ao nível do mar.
E Água pura e a experiência realizada abaixo do nível do mar.

259 **ITA 1995** Um cilindro provido de um pistão móvel e mantido em temperatura constante contém éter etílico no estado líquido em equilíbrio com seu vapor. O pistão é movido lentamente de modo a aumentar o volume da câmara. Com relação a este sistema são feitas as seguintes afirmações:

I. Atingido o novo equilíbrio entre o líquido e o vapor, a pressão dentro do cilindro diminui.
II. Atingido o novo equilíbrio entre o líquido e o vapor, o produto da pressão dentro do cilindro pelo volume da fase gasosa aumenta.
III. Quando não existir mais líquido dentro do cilindro, o produto da pressão pelo volume dentro do cilindro aumenta com o aumento do volume.

Destas afirmações estão corretas:

A Apenas I.
B Apenas II.
C Apenas III.
D Apenas I e III.
E Apenas II e III.

260 **ITA 1999** Considere que sejam feitas as seguintes afirmações em relação à pressão de vapor saturante de líquidos e/ou sólidos:

I. As pressões de vapor da água líquida e do gelo têm o mesmo valor a –10 ºC.
II. Tanto a pressão de vapor de líquidos como a de sólidos aumentam com o aumento da temperatura.

III. A pressão de vapor de um líquido depende das forças de interação intermoleculares.
IV. No ponto triplo da água pura, a pressão de vapor do gelo tem o mesmo valor que a pressão de vapor da água líquida.
V. A pressão de um vapor em equilíbrio com o respectivo líquido independe da extensão das fases gasosa e líquida.

Qual das opções abaixo se refere a todas as afirmações corretas?

A I e II
B I e IV
C I, II, III e V
D II, III, IV e V
E I, II, III, IV e V

261 **ITA 2001** Um copo aberto, exposto à atmosfera, contém água sólida em contato com água líquida em equilíbrio termodinâmico. A temperatura e a pressão ambientes são mantidas constantes e iguais, respectivamente a 25 °C e 1 atm. Com o decorrer do tempo, e enquanto as duas fases estiverem presentes, é errado afirmar que:

A a temperatura do conteúdo do corpo permanecerá constante e igual a aproximadamente 0 °C.
B a massa da fase sólida diminuirá.
C a pressão de vapor da fase líquida permanecerá constante.
D a concentração (mol/L) de água na fase líquida será igual à da fase sólida.
E a massa do conteúdo do copo diminuirá.

262 **ITA 2002** Considere as seguintes afirmações relativas aos sistemas descritos abaixo, sob pressão de 1 atm:

I. A pressão de vapor de uma solução aquosa de glicose 0,1 mol/L é menor do que a pressão de vapor de uma solução de cloreto de sódio 0,1 mol/L a 25 ºC.
II. A pressão de vapor n-pentano é maior do que a pressão de vapor do n-hexano a 25 ºC.
III. A pressão de vapor de substâncias puras como: acetona, éter etílico, etanol e água, todas em ebulição, tem o mesmo valor.
IV. Quanto maior for a temperatura, maior será a pressão de vapor de uma substância.
V. Quanto maior for o volume de um líquido, maior será a sua pressão de vapor.

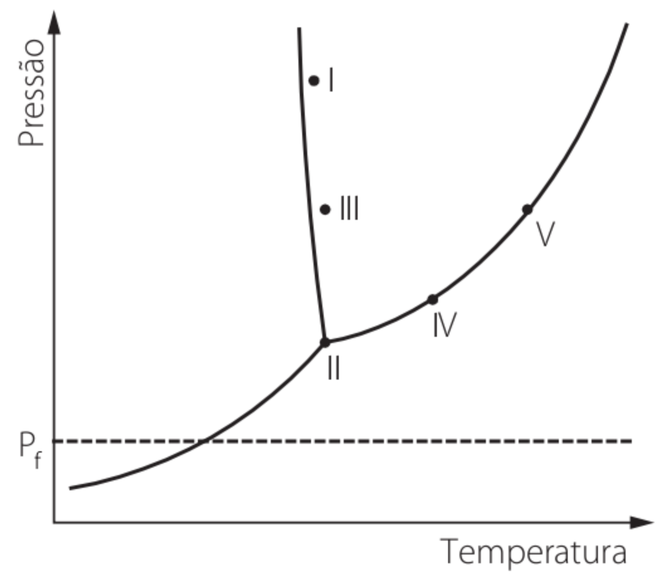
Destas afirmações, estão corretas:

A apenas I, II, III e IV.
B apenas I, II e V.
C apenas I, IV e V.
D apenas II, III e IV.
E apenas III, IV e V.

263 **ITA 2003** Na pressão de 1 atm, a temperatura de sublimação do CO_2 é igual a 195 K. Na pressão de 67 atm, a temperatura de ebulição é igual a 298 K. Assinale a opção que contém a afirmação CORRETA sobre as propriedades do CO_2.

A A pressão do ponto triplo está acima de 1 atm.
B A temperatura do ponto triplo está acima de 298 K.
C A uma temperatura acima de 298 K e na pressão de 67 atm, tem-se que o estado mais estável do CO_2 é o líquido.
D Na temperatura de 195 K e pressões menores do que 1 atm, tem-se que o estado mais estável do CO_2 é o sólido.
E Na temperatura de 298 K e pressões maiores do que 67 atm, tem-se que o estado mais estável do CO_2 é o gasoso.

264 **ITA 2006** O diagrama de fases da água está representado na figura. Os pontos indicados (I, II, III, IV e V) referem-se a sistemas contendo uma mesma massa de água líquida pura em equilíbrio com a(s) eventual(ais) fase(s) termodinamicamente estável(eis) em cada situação. Considere, quando for o caso, que os volumes iniciais da fase vapor são iguais. A seguir, mantendo-se as temperaturas de cada sistema constantes, a pressão é reduzida até P_f. Com base nestas informações, assinale a opção que apresenta a relação ERRADA entre os números de mol de vapor de água (n) presentes nos sistemas, quando a pressão é igual a P_f.

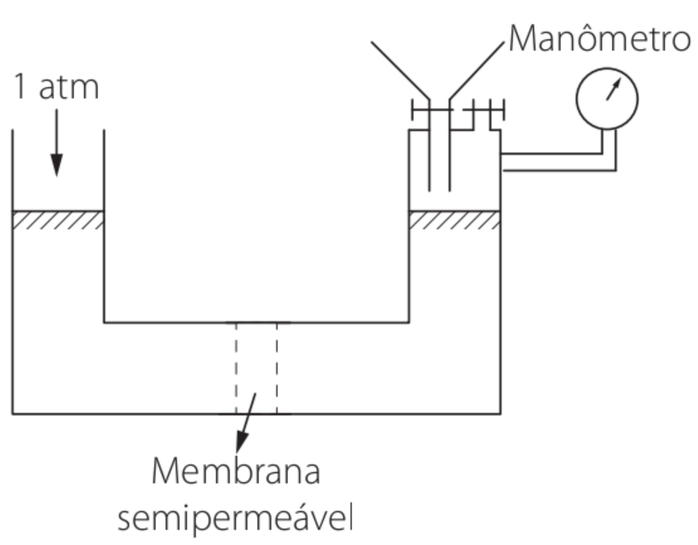


A $n_I < n_{III}$
B $n_I < n_{IV}$
C $n_{III} < n_{II}$
D $n_{III} < n_V$
E $n_{IV} < n_V$

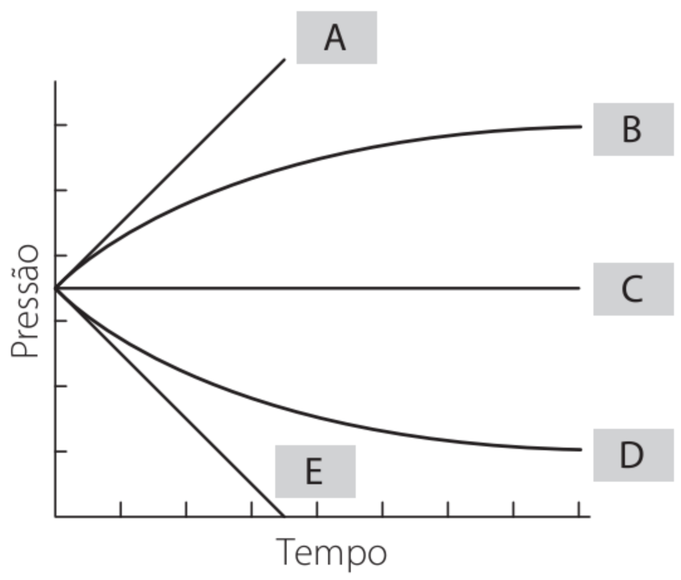
265 **ITA 2006** Esboce graficamente o diagrama de fases (pressão versus temperatura) da água pura (linhas cheias). Neste mesmo gráfico, esboce o diagrama de fases de uma solução aquosa 1 mol kg^{-1} em etilenoglicol (linhas tracejadas).

266 **ITA 1994** Descreva como se poderia determinar, experimentalmente, a pressão de vapor do etanol na temperatura de 30 °C. Sua descrição deve incluir um esquema da aparelhagem que poderia ser utilizada.

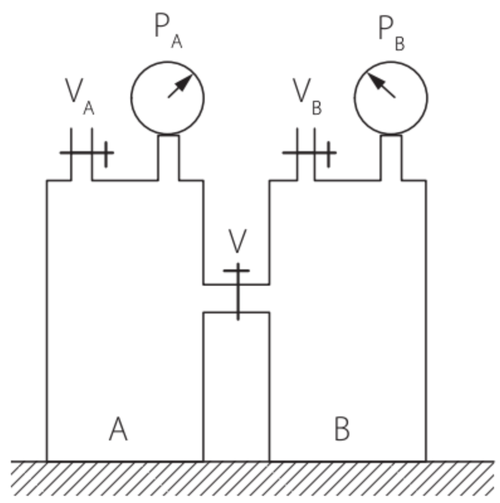
267 **ITA 1996** A aparelhagem esquematizada abaixo é mantida a 25 ºC. Inicialmente, o lado direito contém uma solução aquosa um molar em cloreto de cálcio, enquanto que o lado esquerdo contém uma solução aquosa um décimo molar do mesmo sal. Observe que a parte superior do lado direito é fechada depois da introdução da solução e é provida de um manômetro. No início de uma experiência as alturas dos níveis dos líquidos nos dois ramos são iguais, conforme indicados na figura, e a pressão inicial no lado direito é igual a uma atmosfera.



Mantendo a temperatura constante, à medida que passa o tempo, a pressão do ar confinado no lado direito irá se comportar de acordo com qual das curvas representadas na figura seguinte?



268 **ITA 2002** A figura abaixo representa um sistema constituído por dois recipientes, A e B, de igual volume, que se comunicam através da válvula V. Água pura é adicionada ao recipiente A através da válvula V_A, que é fechada logo a seguir. Uma solução aquosa 1,0 mol/L de NaCℓ é adicionada ao recipiente B através da válvula V_B, que também é fechada a seguir. Após o equilíbrio ter sido atingido, o volume de água líquida no recipiente A é igual a 5,0 mL, sendo a pressão igual a P_A; e o volume de solução aquosa de NaCℓ no recipiente B é igual a 1,0 L, sendo a pressão igual a P_B. A seguir, a válvula V é aberta (tempo t = zero), sendo a temperatura mantida constante durante todo o experimento.



a) Em um mesmo gráfico de pressão (ordenada) *versus* tempo (abscissa), mostre como varia a pressão em cada um dos recipientes, desde o tempo t = zero até um tempo t = ∞.
b) Descreva o que se observa nesse experimento, desde tempo t = 0 até t = ∞, em termos dos valores das pressões indicadas nos medidores e dos volumes das fases líquidas em cada recipiente.

269 **ITA 2003** Para minimizar a possibilidade de ocorrência de superaquecimento da água durante o processo de aquecimento, na pressão ambiente, uma prática comum é adicionar pedaços de cerâmica porosa ao recipiente que contém a água a ser aquecida. Os poros da cerâmica são preenchidos com ar atmosférico, que é vagarosamente substituído por água antes e durante o aquecimento. A respeito do papel desempenhado pelos pedaços de cerâmica porosa no processo de aquecimento da água são feitas as seguintes afirmações:

I. a temperatura de ebulição da água é aumentada.
II. a energia de ativação para o processo de formação de bolhas de vapor de água é diminuída.
III. a pressão de vapor da água não é aumentada.
IV. o valor da variação de entalpia de vaporização da água é diminuído.

Das afirmações acima está(ão) ERRADA(S)

A apenas I e III
B apenas I, III e IV
C apenas II
D apenas II e IV
E todas

270 **ITA 2005** Sob pressão de 1 atm, adiciona-se água pura em um cilindro provido de termômetro, de manômetro e de pistão móvel que se desloca sem atrito. No instante inicial (t_0), à temperatura de 25 °C, todo o espaço interno do cilindro é ocupado por água pura. A partir do instante (t_1), mantendo a temperatura constante (25 °C), o pistão é deslocado e o manômetro indica uma nova pressão. A partir do instante (t_2), todo o conjunto é resfriado muito lentamente a –10 °C, mantendo-se-o em repouso por 3 horas. No instante (t_3), o cilindro é agitado, observando-se uma queda brusca da pressão. Faça um esboço do diagrama de fases da água e assinale, neste esboço, a(s) fase(s) (co)existente(s) no cilindro nos instantes t_0, t_1, t_2 e t_3.

271 **ITA 2000** Considere um copo contendo 50 mL de água pura em ebulição, sob pressão ambiente. A temperatura de ebulição da água diminuirá significativamente quando a este copo for(em) acrescentado(s):

A 50 mL de água pura.
B 50 mL de acetona.
C 1 colher das de chá de isopor picado.
D 1 colher das de chá de sal de cozinha.
E 4 cubos de água pura no estado sólido.

272 **ITA 2002** Explique por que água pura exposta à atmosfera e sob pressão de 1,0 atm entra em ebulição em uma temperatura de 100 ºC, enquanto água pura exposta à pressão atmosférica de 0,7 atm entra em ebulição em uma temperatura de 90 ºC.

273 **ITA 2005** Considere as afirmações abaixo, todas relativas à pressão de 1 atm:

I. A temperatura de fusão do ácido benzóico puro é 122 °C, enquanto que a da água pura é 0 °C.
II. A temperatura de ebulição de uma solução aquosa 1,00 mol L^{-1} de sulfato de cobre é maior do que a de uma solução aquosa 0,10 mol L^{-1} deste mesmo sal.
III. A temperatura de ebulição de uma solução aquosa saturada em cloreto de sódio é maior do que a da água pura.
IV. A temperatura de ebulição do etanol puro é 78,4 °C, enquanto que a de uma solução alcoólica 10% (m/m) em água é 78,2 °C.

Das diferenças apresentadas em cada uma das afirmações acima, está(ão) relacionada(s) com propriedades coligativas

A apenas I e III.
B apenas I.
C apenas II e III.
D apenas II e IV.
E apenas III e IV.

274 **ITA 1985** Considere a seguinte solução A: A contém 17,0 g de nitrato de prata dissolvido em 100 cm^3 de água. Considere 1,00 g/cm^3 a densidade de água a qualquer temperatura envolvida nesta questão e que a constante crioscópica da água seja 1,86 °C · kg · mol^{-1}. Qual é a temperatura de início do congelamento para a solução A?

275 **ITA 1985** Considere duas soluções A e B nas condições ambiente. A contém 17,0 g de nitrato de prata dissolvido em 100 cm^3 de água. B contém 18,0 g de glicose ($C_6H_{12}O_6$) dissolvidos em 100 cm^3 de água. Considere 1,00 g/cm^3 a densidade de água a qualquer temperatura envolvida nesta questão e que a constante crioscópica da água seja 1,86 °C · kg · mol^{-1}. Qual das opções abaixo é falsa?

A Na solução B, a fração molar do soluto é $1{,}77 \cdot 10^{-2}$.
B O volume total da solução B deverá ser diluído com água até 500 cm^3 para se obter uma solução 0,200 molar em soluto.
C A solução A apresentará um abaixamento da temperatura de início de congelamento da água de 1,86 °C.
D Somente a solução A sofre turvação se a ambas as soluções forem acrescentadas gotas de ácido clorídrico.
E Da solução A separa-se prata metálica se a ela for acrescenta solução B.

276 **ITA 1986** A tabela abaixo refere-se a quatro substâncias líquidas pouco voláteis e muito solúveis em água, utilizáveis como anticongelantes para água empregada em radiadores de automóveis em regiões muito frias. Em relação à produção de um mesmo abaixamento de temperatura do início de solidificação, qual das opções abaixo contém a afirmação falsa?

Líquidos	Massa molar (g/mol)
I – $C_3H_5(OH)_3$	92
II – $CH_3O(CH_2)_2OCH_3$	90
III – $C_2H_5O(CH_2)_2OH$	90
IV – $C_2H_4(OH)_2$	62

A Soluções aquosas de mesma molalidade de I e de IV apresentam praticamente a mesma temperatura de início de solidificação.
B O abaixamento da temperatura de início de solidificação, pela adição de 1 mol de I é duas vezes maior do que aquele provocado pela adição de 1 mol de III, a um mesmo volume de água.
C A mesma massa, para um mesmo volume de água, só teria praticamente o mesmo efeito para II e III.
D A substância IV resulta mais econômica se o preço, por quilograma, for o mesmo para as quatro substâncias.
E O abaixamento de temperatura de início de solidificação do solvente, pela adição do soluto, em princípio independe do número de átomos e de sua posição relativa na molécula do soluto.

277 **ITA 2003** O abaixamento da temperatura de congelamento da água numa solução aquosa com concentração molal de soluto igual a 0,100 mol kg^{-1} é 0,55 °C. Sabe-se que a constante crioscópica da água é igual a 1,86 °C kg mol^{-1}. Qual das opções abaixo contém a fórmula molecular CORRETA do soluto?

A $[Ag(NH_3)]Cl$
B $[Pt(NH_3)_4Cl_2]Cl_2$
C $Na[Al(OH)_4]$
D $K_3[Fe(CN)_6]$
E $K_4[Fe(CN)_6]$

278 **ITA 1999** Algumas gotas de uma solução concentrada de ácido clorídrico foram adicionadas a 100 mL de uma solução aquosa de sacarose 0,10 mol/L. A solução resultante foi dividida em duas partes. A primeira foi imediatamente resfriada, anotando-se a temperatura T_1 de início de solidificação. A segunda foi imediatamente colocada em banho-maria a 90 °C, por um período de 24 horas. Após esse período, a segunda solução foi resfriada, anotando-se a temperatura T_2 de início de solidificação. Considerando-se T_0 a temperatura de solidificação da água pura, qual das opções abaixo está correta?

A $(T_0 - T_1) \cong (T_0 - T_2)$
B $(T_0 - T_1) \cong 2\,(T_0 - T_2)$
C $2\,(T_0 - T_1) \cong (T_0 - T_2)$
D $T_1 \cong 2\,(T_2)$
E $2(T_1) \cong T_2$

279 **ITA 1985** Num copo aberto que contém 0,25 litros de solução 1,00 molar de HCl são colocadas raspas de zinco metálico de massa total igual a 6,5 g. Um observador constata a ocorrência de uma reação que em pouco tempo cessa e constata ainda que o volume da solução final é praticamente igual ao volume da solução inicial. A partir desses dados ele demonstra que:

I. a massa da solução final deve ser menor do que a soma das massas da solução inicial e do zinco apresentado;
II. a pressão osmótica da solução final deve ser menor do que a pressão osmótica da solução inicial;
III. a concentração de Cl^- da solução final deve ser a mesma que a da solução inicial; e
IV. a solução final deve ter 1/10 da concentração de HCl da solução inicial.

Dessas, estão certas as demonstrações:

A I e II somente
B II e III somente
C I, II e III somente
D I, III e IV somente
E I, II, III e IV

280 **ITA 1986** Assinale a única opção que contém a afirmação falsa dentre as seguintes:

A Em medidas de pressão osmótica deve ser empregada uma membrana permeável apenas ao solvente.
B Em experiências de purificação por diálise costumam ser usadas membranas permeáveis a íons e/ou moléculas relativamente pequenos, mas impermeáveis a íons e/ou moléculas muito grandes.
C O fenômeno da osmose só é observado para soluções moleculares, não ocorrendo para soluções iônicas.
D Numa dada pressão, a temperatura do início de ebulição de uma solução aquosa 0,10 M de $CaCl_2$ é praticamente igual à de uma solução 0,10 M de Na_2SO_4.
E Se duas soluções aquosas, no resfriamento, têm a mesma temperatura de início de solidificação, elas serão muito provavelmente isotônicas.

281 **ITA 1994** Considere três frascos contendo, respectivamente, soluções aquosas com concentração $1 \cdot 10^{-3}$ mol/L de:

I. KCℓ
II. $NaNO_3$
III. $AgNO_3$

Com relação à informação acima, qual das seguintes opções contém a afirmação correta?

A 100 mL da solução I apresenta o dobro da condutividade elétrica específica do que 50 mL desta mesma solução;
B O líquido obtido misturando volumes iguais de I com II apresenta o mesmo "abaixamento de temperatura inicial de solidificação" do que o obtido misturando volumes iguais de I com III;
C Aparece precipitado tanto misturando volumes iguais de I com II, como misturando volumes iguais de II com III;
D Misturando volumes iguais de I e II, a pressão osmótica da mistura final é a metade da pressão osmótica das soluções de partida;
E Misturando volumes iguais de I e III, a condutividade elétrica específica cai a aproximadamente metade da condutividade elétrica específica das soluções de partida;

282 **ITA 2005** Dois frascos abertos, um contendo água pura líquida (frasco A) e o outro contendo o mesmo volume de uma solução aquosa concentrada em sacarose (frasco B), são colocados em um recipiente que, a seguir, é devidamente fechado. É CORRETO afirmar, então, que, decorrido um longo período de tempo:

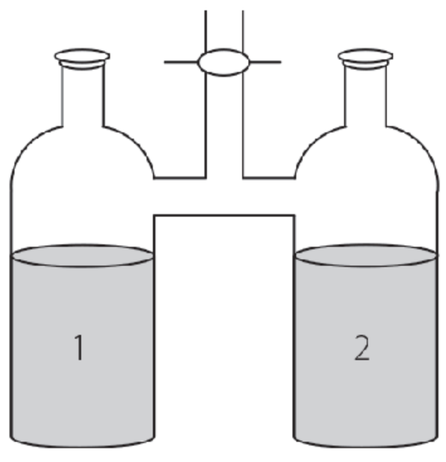
A os volumes dos líquidos nos frascos A e B não apresentam alterações visíveis.
B o volume do líquido no frasco A aumenta, enquanto que o do frasco B diminui.
C o volume do líquido no frasco A diminui, enquanto que o do frasco B aumenta.
D o volume do líquido no frasco A permanece o mesmo, enquanto que o do frasco B diminui.
E o volume do líquido no frasco A diminui, enquanto que o do frasco B permanece o mesmo.

283 **ITA 2007** Dois béqueres, X e Y, contêm, respectivamente, volumes iguais de soluções aquosas: concentrada e diluída de cloreto de sódio na mesma temperatura. Dois recipientes hermeticamente fechados, mantidos à mesma temperatura constante, são interconectados por uma válvula, inicialmente fechada, cada qual contendo um dos béqueres. Aberta a válvula, após o restabelecimento do equilíbrio químico, verifica-se que a pressão de vapor nos dois recipientes é P_f. Assinale a opção que indica, respectivamente, as comparações CORRETAS entre os volumes inicial (VX_i) e final (VX_f), da solução no béquer X e entre as pressões de vapor inicial (PY_i) e final (P_f) no recipiente que contém o béquer Y.

A $VX_i < VX_f$ e $PY_i = P_f$
B $VX_i < VX_f$ e $PY_i > P_f$
C $VX_i < VX_f$ e $PY_i < P_f$
D $VX_i > VX_f$ e $PY_i > P_f$
E $VX_i > VX_f$ e $PY_i < P_f$

284 **ITA 1986** Deseja-se desdobrar 2 litros de uma solução aquosa 0,15 M de NaCl em: 1 litro de água pura e 1 litro de solução 0,30 M de NaCl, isto sem haver afastamento da temperatura ambiente e sem usar destilação, mas utilizando apenas os princípios envolvidos no fenômeno da osmose. Explique como isto poderia ser feito e que tipo de trabalho estaria em jogo. Ilustre sua resposta com uma figura que deixe claro a aparelhagem a ser utilizada.

285 **ITA 1987** Em dois recipientes ligados entre si, são colocadas as substâncias conforme indicado ao lado da figura abaixo:



Lado 1:
10,0 milimols de $MgC\ell_2$
180 gramas de água

Lado 2:
5,0 milimols de sacarose
5,0 milimols de $NaC\ell$
180 gramas de água

Após a introdução dos solutos e das porções de solvente indicadas, são fechadas as duas tampas e o ar é removido por sucção através da torneira. Uma vez removido o ar, a torneira é fechada. Desta forma, o espaço dentro do recipiente acima das soluções contém apenas vapor de água. O recipiente carregado e fechado é mantido sob temperatura constante. Em face dos princípios físico-químicos em questão, num dos lados o volume da solução aumenta e no outro ele diminui até que seja atingido o equilíbrio. Vamos supor que $MgC\ell_2$ e $NaC\ell$ estejam 100% dissociados e que a quantidade de água na forma de vapor é desprezível em relação aos (180 + 180) gramas postos.
Dadas estas informações pedem-se respostas justificadas para as seguintes perguntas:

a) Em que lado a quantidade de água vai aumentar?
b) Quais serão as massas de água no lado 1 e no lado 2 quando o equilíbrio for atingido?
c) Discuta que princípios, leis e tipo de equilíbrio estão em jogo.
d) Discuta: faz diferença, ou não, se a temperatura constante for 70 °C ao invés de 20 °C?

286 **ITA 1988** A sacarose dissolvida em certo volume de água com traços de ácido é completamente hidrolisada. Chamemos de I a solução antes da hidrólise e de II a solução depois da hidrólise. Admite-se que o volume da solução não varia com a hidrólise. A afirmação certa a respeito das soluções I e II é:

A A pressão osmótica das duas soluções é a mesma.
B A elevação da temperatura de início de ebulição da solução II é maior que a da solução I.
C O valor da pressão de vapor da água da solução I é a metade do da solução II.
D A fração molar da água na solução II é igual à fração molar da água na solução I.
E A temperatura de início de solidificação da água na solução I é mais baixa do que na solução II.

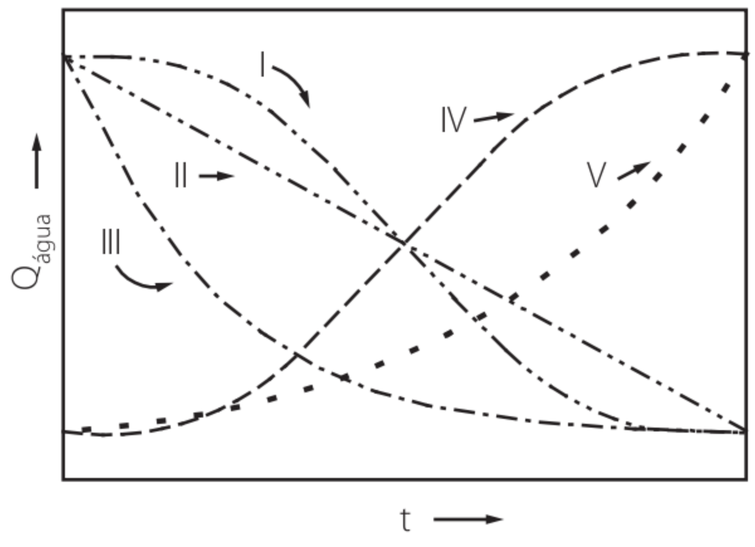
287 **ITA 1995** Em uma amostra de água do mar dissolve-se um pouco de sacarose. Em relação à consequência deste acréscimo de sacarose, são feitas as seguintes afirmações:

I. A pressão de vapor da água diminui.
II. A pressão osmótica da solução aumenta.
III. A condutividade elétrica da solução permanece praticamente a mesma.
IV. A temperatura precisará descer mais para que possa começar a solidificação.
V. O grau de dissociação dos sais presentes na água do mar permanecerá praticamente o mesmo.

Das afirmações anteriores estão corretas:

A Apenas I, II e III
B Apenas II, III e IV
C Apenas III, IV e V
D Apenas II, III, IV e V
E Todas

288 **ITA 2007** Utilizando o enunciado da questão 283, assinale a opção que indica a curva no gráfico abaixo que melhor representa a quantidade de massa de água transferida ($Q_{água}$) ao longo do tempo (t) de um recipiente para o outro desde o instante em que a válvula é aberta até o restabelecimento do equilíbrio químico.



A I
B II
C III
D IV
E V

289 **ITA 1991** Considere as seguintes soluções diluídas:

I. x mol de sacarose / quilograma de água.
II. y mol de cloreto de sódio / quilograma de água.
III. z mol de sulfato de magnésio / quilograma de água.
IV. w mol de cloreto de magnésio / quilograma de água.

Para que nestas quatro soluções, durante o resfriamento, possa começar a aparecer gelo na mesma temperatura, digamos a – 1,3 °C, é necessário que, em primeira aproximação, tenhamos:

A $x = y = z = w$
B $1\,x = 2\,y = 4\,z = 4\,w$
C $1\,x = 2\,y = 2\,z = 3\,w$
D $x/1 = y/2 = z/2 = w/3$
E $x/1 = y/2 = z/4 = w/4$

290 **ITA 2000** Qual das opções a seguir contém a substância no estado sólido que, adicionada a 100 mL de água pura na temperatura de 25 °C e em quantidade igual a 0,10 mol, produzirá uma solução aquosa com maior pressão osmótica?

A Ag_2O
B Na_2O_2
C MgO
D $Ba(OH)_2$
E $A\ell(OH)_3$

291 **ITA 1989** Considere as duas soluções aquosas seguintes, ambas na mesma temperatura.

Solução I: contém 1,0 milimol de glicose e 2,0 milimols de cloreto de cálcio, $CaC\ell_2$, por quilograma de água.

Solução II: contém apenas sulfato férrico dissolvido em água.

Supondo soluções ideais e eletrólitos completamente dissociados, as duas soluções terão os mesmos valores para suas propriedades coligativas se a solução II contiver, por quilograma de água, a seguinte quantidade de $Fe_2(SO_4)_3$:

A (6,0/5) milimol
B (3,0/1) milimol
C (4,0·5) milimol
D (7,0/5) milimol
E (5,0·7) milimol

292 **ITA 1993** Considere as seguintes soluções aquosas:

I. 0,030 molar de glicose;
II. 0,030 molar de ácido acético; e
III. 0,010 molar de cloreto de cálcio.

Em relação a essas soluções são feitas as seguintes afirmações:

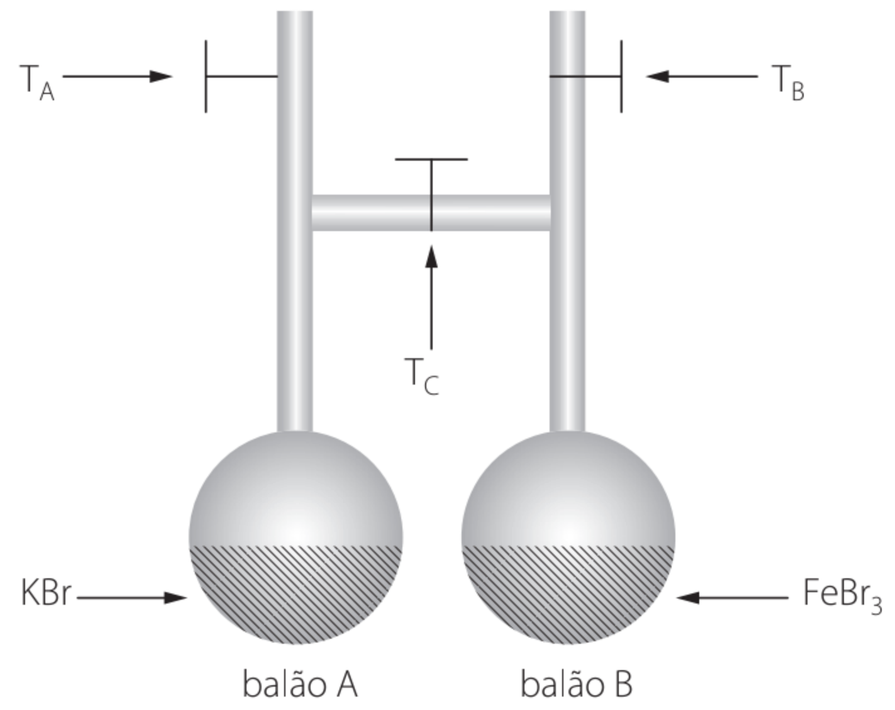
a) A pressão de vapor da água nessas soluções obedece à ordem: $p_{II} < p_I \cong p_{III}$.
b) A pressão osmótica nessas soluções obedece à ordem: $\pi_I < \pi_{II} < \pi_{III}$.
c) A elevação da temperatura de ebulição nessas soluções está na ordem: $\Delta T_{III} < \Delta T_{II} \cong \Delta T_I$.

Dentre as afirmações acima está(estão) certa(s):

A apenas a.
B apenas a e b.
C apenas a e c.
D apenas b e c.
E todas.

293 **ITA 1998** Na figura abaixo, o balão A contém 1 litro de solução aquosa 0,2 mol/L em KBr, enquanto o balão B contém 1 litro de solução aquosa 0,1 mol/L de $FeBr_3$. Os dois balões são mantidos na temperatura de 25 °C. Após a introdução das soluções aquosa de KBr e de $FeBr_3$ as torneiras T_A e T_B são fechadas, sendo aberta a seguir a torneira T_C.

As seguintes afirmações são feitas a respeito do que será observado após o estabelecimento do equilíbrio.



I. A pressão osmótica das duas soluções será a mesma.
II. A pressão de vapor da água será igual nos dois balões.
III. O nível do líquido no balão A será maior do que o inicial.
IV. A concentração da solução aquosa de $FeBr_3$ no balão B será maior do que a inicial.
V. A molaridade do KBr na solução do balão A será igual à molaridade do $FeBr_3$ no balão B.

Qual das opções abaixo contém apenas as afirmações corretas?

A I e II
B I, III e IV
C I, IV e V
D II e III
E II, III, IV e V

294 **ITA 1998** Motores de automóveis refrigerados a água normalmente apresentam problemas de funcionamento em regiões muito frias. Um desses problemas está relacionado ao congelamento da água de refrigeração do motor. Admitindo que não ocorra corrosão, qual das ações abaixo garantiria o maior abaixamento de temperatura do início do congelamento da água utilizada num sistema de refrigeração com capacidade de 4 (quatro) litros de água? Justifique.

a) Adição de 1 mol de glicerina na água.
b) Adição de 1 mol de sulfato de sódio na água.
c) Adição de 1 mol de nitrato de sódio na água.

295 **ITA 2002** Considere os valores da temperatura de congelação de soluções 1 milimol/L das seguintes substâncias:

I. $A\ell_2(SO_4)_3$
II. $Na_2B_4O_7$
III. $K_2Cr_2O_7$
IV. Na_2CrO_4
V. $A\ell(NO_3)_3 \cdot 9H_2O$

Assinale a alternativa correta relativa à comparação dos valores dessas temperaturas.

A) I < II < V < III < IV
B) I < V < II ≅ III ≅ IV
C) II < III < IV < I < V
D) V < II < III < IV < I
E) V ≅ II < III < IV < I

Frente 4 – IME

296 **IME 2005** Determine o abaixamento relativo da pressão de vapor do solvente quando 3,04 g de cânfora ($C_{10}H_{16}O$) são dissolvidos em 117,2 mL de etanol a 25 °C.

297 **IME 2002** Uma solução foi preparada dissolvendo-se 2,76 g de um álcool puro em 100,00 g de acetona. O ponto de ebulição da acetona pura é 56,13 °C e o da solução é 57,16 °C. Determine:

a) o peso molecular do álcool,
b) a fórmula molecular do álcool.

Dado: Keb = 1,72 °C.kg/mol (constante molal de elevação do ponto de ebulição da acetona)

298 **IME 2004** Na produção de uma solução de cloreto de sódio em água a 0,90% (p/p), as quantidades de solvente e soluto são pesadas separadamente e, posteriormente, promove-se a solubilização. Certo dia, suspeitou-se que a balança de soluto estivesse descalibrada. Por este motivo, a temperatura de ebulição de uma amostra da solução foi medida, obtendo-se 100,14 °C. Considerando o sal totalmente dissociado, determine a massa de soluto a ser acrescentada de modo a produzir um lote de 1 000 kg com a concentração correta.

299 **IME 1989** Qual o volume de metanol, de massa específica 0,800 g/mℓ, que deve ser adicionado ao radiador de um veículo, contendo 9,00ℓ d'água, para que o congelamento não ocorra antes da temperatura ambiente cair abaixo de –10,3 °C.

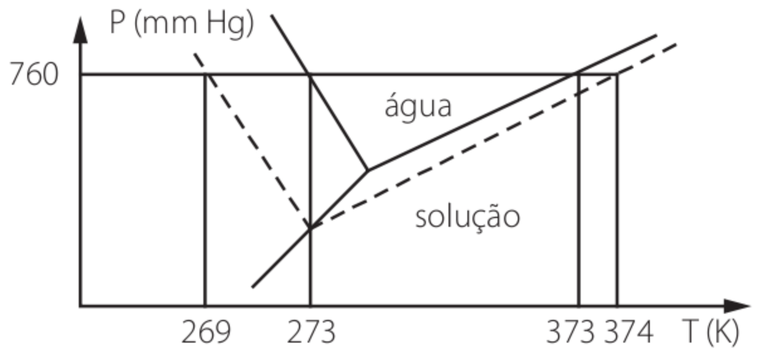
300 **IME 2001** Uma solução contendo 0,994 g de um polímero, de fórmula geral $(C_2H_4)_n$, em 5,00 g de benzeno, tem ponto de congelamento 0,51 °C mais baixo que o do solvente puro. Determine o valor de n.

Dado: constante crioscópica do benzeno = 5,10 °C/molal.

301 **IME 1987** Uma solução, contendo 16,9 g de uma substância não dissociativa em 250 g de água, tem um ponto de solidificação de –0,744 ºC. A substância é composta de 57,2% de carbono, 4,70% de hidrogênio e 38,1% de oxigênio. Qual é a fórmula molecular do composto?

Dado: Constante molal de diminuição do ponto de congelamento da água: K_C = 1,86 ºC/m.

302 **IME 1998** Uma solução com 102,6 g de sacarose ($C_{12}H_{22}O_{11}$) em água apresenta concentração de 1,2 molar e densidade 1,0104 g/cm³. Os diagramas de fase dessa solução e da água pura estão representados abaixo.



Com base nos efeitos coligativos observados nesses diagramas, calcule as constantes molal ebuliométrica (K_e) e criométrica (K_c) da água.

303 **IME 1999** A maioria dos vegetais sintetiza hidrato de carbono conforme a reação:

$$CO_2 + H_2O \rightarrow \text{hidrato de carbono} + O_2$$

Numa etapa subseqüente, o hidrato de carbono reage produzindo amido:

$$n \text{ hidrato de carbono} \rightarrow HO\text{-}(C_6H_{10}O_5)_n\text{-}H + (n\text{-}1)\,H_2O$$

Observa-se que uma solução contendo 45 g de hidrato de carbono e 500 g de água apresenta ponto de solidificação 0,93 °C abaixo daquele observado para a água pura. Sabendo que a constante criométrica da água é 1,86 °C/molal e que a fórmula mínima do hidrato de carbono é CH_2O, determine:

a) a fórmula molecular do hidrato de carbono;
b) o volume de CO_2, nas CNTP, necessário para um vegetal verde produzir 1 mol de amido e 19 moles de água.

304 **IME 2003** Um produto anticongelante foi adicionado a 10,0 L de água de um radiador para que a temperatura de congelamento da mistura fosse –18,6 °C. A análise elementar do anticongelante forneceu o seguinte resultado em peso: C = 37,5%, O = 50,0% e H = 12,5%. Sabe-se que a constante crioscópica molal da água é 1,86 °C kg/mol e sua massa específica é 1,00 kg/dm³.

Determine:

a) a fórmula estrutural plana e o nome do produto utilizado;
b) a massa de produto necessária para alcançar este efeito.

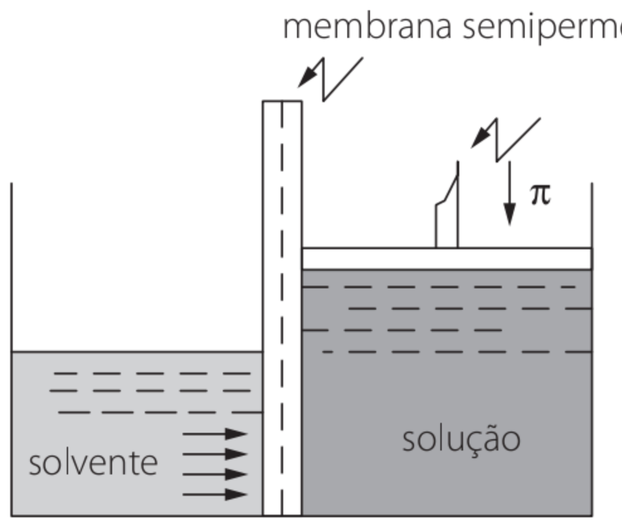
305 **IME 2000** Uma solução de 59,0 g de um hidrocarboneto aromático A em 100 g de benzeno congela a 263,2 K. Quando A é tratado com uma mistura de ácidos nítrico e sulfúrico são formados, somente, dois produtos mononitrados.

O composto A reage com Br_2 a frio, somente, em presença de luz, formando dois produtos monobromados. A análise elementar de A mostra que este composto tem 91,52% de carbono e 8,47% de hidrogênio. Determine a estrutura de A.

Dados: ponto de fusão do benzeno = 287,7 K;
constante de congelamento molal do benzeno (k_f) = 4,90.

306 **IME 2006** Em um balão contendo ácido sulfúrico concentrado foram colocados 1,250 mols de tolueno. A seguir foram gotejados 10,0 mols de ácido nítrico concentrado, mantendo o sistema sob agitação e temperatura controlada, o que gerou uma reação cuja conversão de tolueno é de 40%. Ao final do processo, separou-se todo o produto obtido. Ao produto da reação acima foram acrescentados 7,50 g de uma substância A, de peso molecular 150 g, e 14,8 g de outra substância B, de peso molecular 296 g. A mistura foi dissolvida em 2,00 x 10^3 g de um solvente orgânico cuja constante crioscópica é 6,90 °C kg/mol.
Determine a variação da temperatura de solidificação do solvente orgânico, considerando que o sólido obtido e as substâncias A e B não são voláteis e não reagem entre si.

307 **IME 1996** A pressão osmótica de uma solução de poliisobutileno sintético em benzeno foi determinada a 25 °C. Uma amostra contendo 0,20 g de soluto por 100 cm^3 de solução subiu até uma altura de 2,4 mm quando foi atingido o equilíbrio osmótico. A massa específica da solução no equilíbrio é 0,88 g/cm^3. Determine o peso molecular do poliisobutileno.



Gabarito

Frente 1 – ITA

1. E

2. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual no HD virtual.

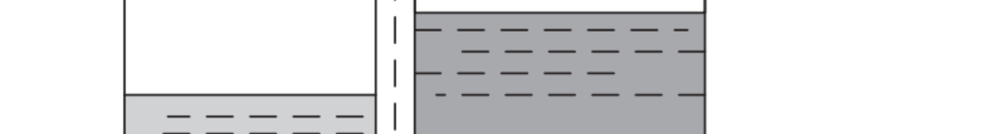
3. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual no HD virtual.

4. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual no HD virtual.

5. C

6. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual no HD virtual.

7. Misturando-se, em balão de vidro, ácido propanoico e metanol e uma gota de H_2SO_4.



Acelerar a reação ⇒ aquecimento

Aumentar o rendimento ⇒ como a reação é um equilíbrio devemos aumentar a quantidade de CH_3OH ou remover o propionato de metila formado.

8. a) Para o composto A temos:

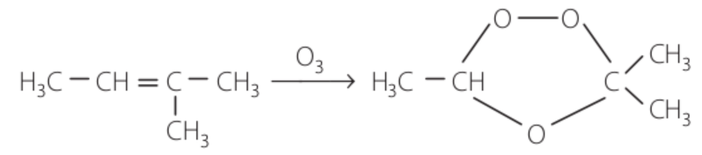
$$\left.\begin{array}{l} C - \frac{54,6}{12,01} = \frac{4,55}{2,27}\text{mols} \cong 2 \\ H - \frac{9,1}{1,01} = \frac{9,00}{2,27}\text{mols} \cong 4 \\ O - \frac{36,3}{16} = \frac{2,27}{2,27}\text{mols} \cong 1 \end{array}\right\} \underset{\text{ALDEÍDO}}{C_2H_4O} \Rightarrow H_3C - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - H$$

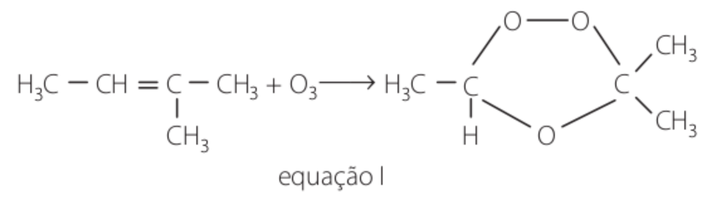
Para o composto B temos:

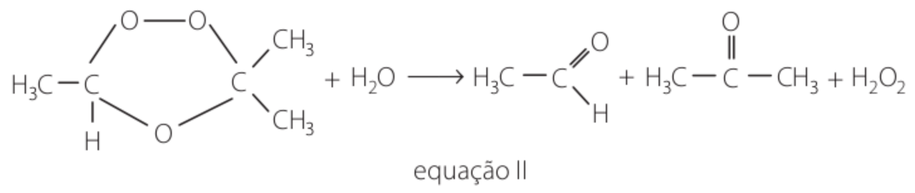
$$\left.\begin{array}{l} C - \frac{62,0}{12,01} = 1,73\text{mols} \cong 3 \\ H - \frac{10,4}{1,01} = \frac{10,3}{1,73}\text{mols} \cong 6 \\ O - \frac{27,6}{16} = \frac{1,73}{1,73}\text{mols} \cong 1 \end{array}\right\} \underset{\text{CETONA}}{C_3H_6O} \Rightarrow H_3C - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - CH_3$$

Para os compostos X e Y temos que, para formar o aldeído e a cetona correspondentes, devemos usar um alceno com 5 carbonos com ramificação na ligação dupla, e o produto da reação do alceno com O_3 leva a formação do ozonídeo correspondente.

b)







9. As refinarias de petróleo procuram, na medida do possível, eliminar compostos sulfurados da gasolina, porque a queima de compostos sulfurados resulta na formação de dióxido de enxofre gasoso, que é um poluente atmosférico causador de vários efeitos danosos.

10. a) diferença no ponto de ebulição.
b) *Cracking* do petróleo.

11. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual no HD virtual.

12. E

13. E

14. A

15. B

16. D

17. A

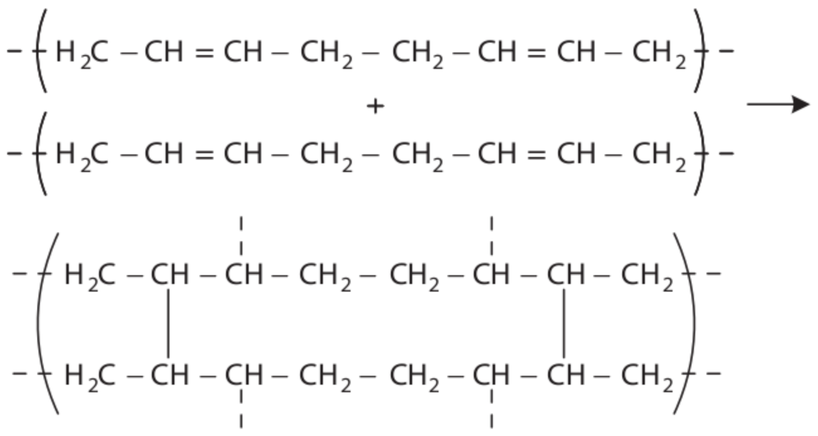
18. D

19. E

20. D

21. E

22. Pelas características observadas, os dois materiais poliméricos tratam-se de: A: polímero termoplástico (rígido à temperatura ambiente e flexível em temperaturas maiores); B: elastômero (flexível à temperatura ambiente e rígido em temperaturas maiores, devido à formação de ligações cruzadas entre as cadeias.)

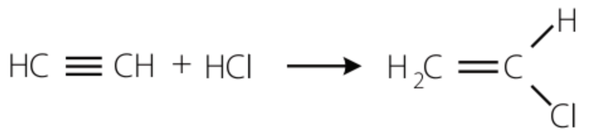


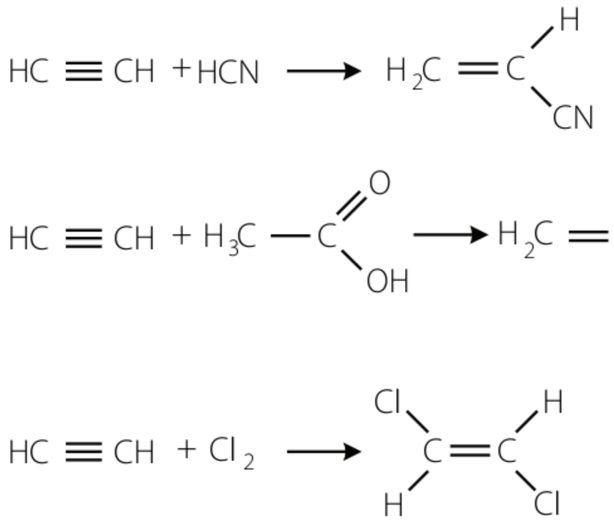
a) Considerando que o tratamento térmico é o aquecimento e posterior resfriamento, temos que:

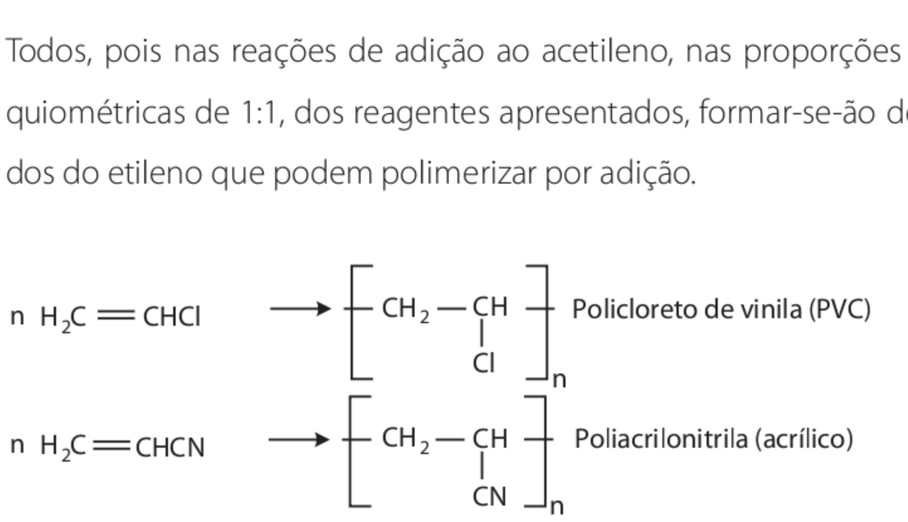
O material polimérico A (rígido após o 1º tratamento térmico) se tornará flexível após o 2º aquecimento e rígido novamente após o 2º resfriamento. O material polimérico B (rígido após o 1º tratamento térmico) se manterá rígido ao longo de todo tratamento térmico posterior.

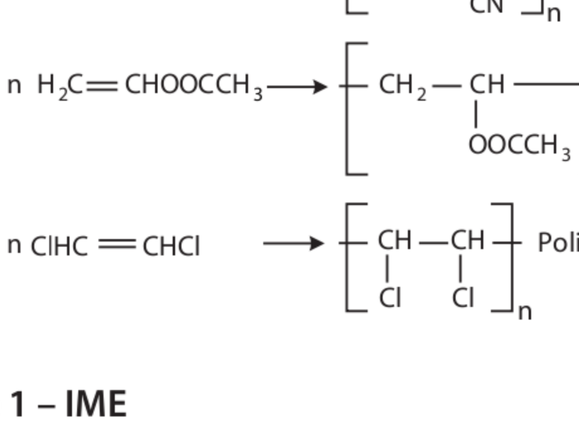
b) A solubilidade do material polimérico A não sofrerá alteração pelo tratamento térmico.A solubilidade do material polimérico B diminui consideravelmente, uma vez que as cadeias poliméricas estarão firmemente unidas por ligações covalentes.

23. a)









b) Todos, pois nas reações de adição ao acetileno, nas proporções estequiométricas de 1:1, dos reagentes apresentados, formar-se-ão derivados do etileno que podem polimerizar por adição.

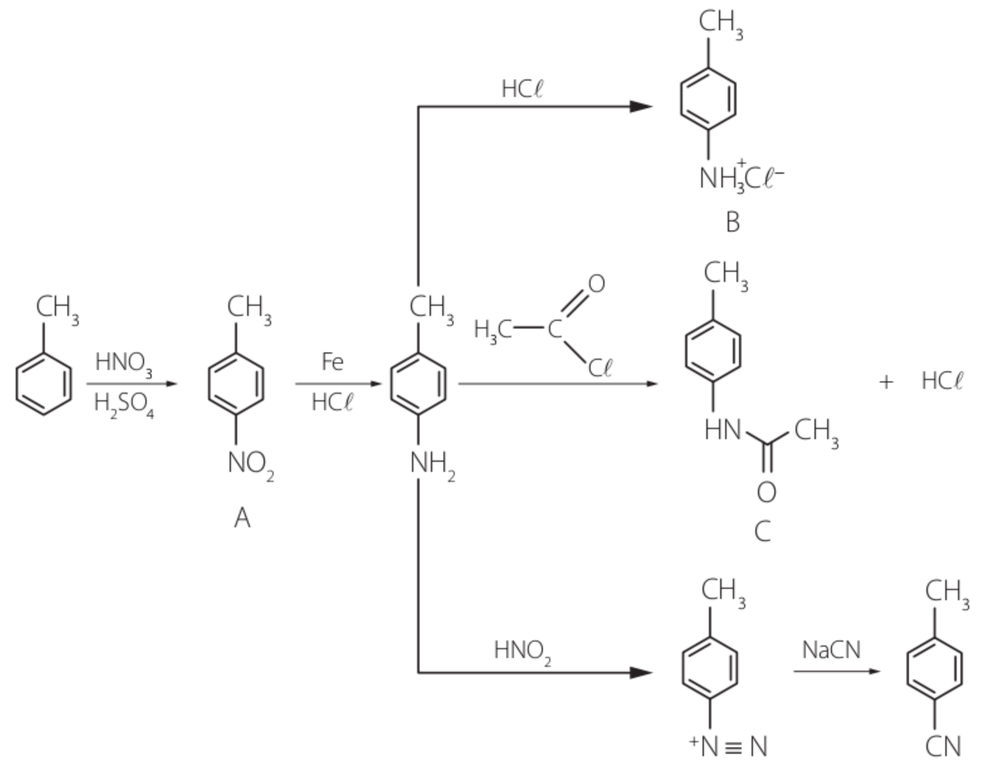
c)

Frente 1 – IME

24.

25. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual no HD virtual.

26.



Observação:

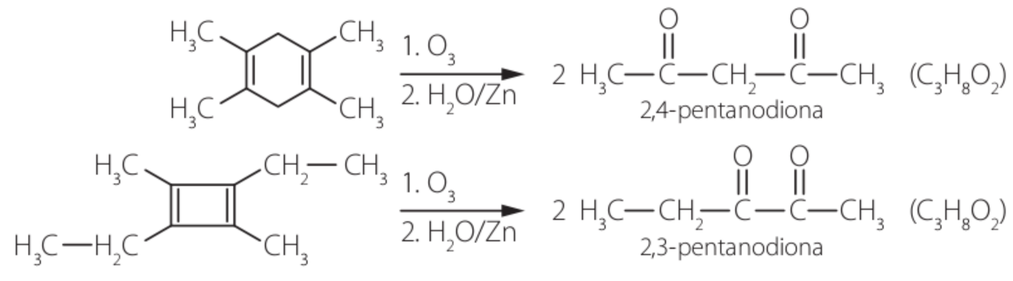
Na reação de obtenção da amida C deverá ser utilizado no meio reacional uma base para capturar o $HC\ell$ formado, evitando que haja formação de um sal de amônio (como ilustra a reação de obtenção de B), que interromperia a reação.

27. Como o composto A reage com 2 mols de Br_2 na ausência de luz, conclui-se que existem duas insaturações.

Sendo a fórmula geral C_nH_{2n-4}, além das insaturações o composto possui cadeia ciclica.

Uma vez que o único produto da ozonólise não reduz Tollens, este se trata de uma dicetona.

Dentre os dienos cíclicos possíveis, com fórmula $C_{10}H_{16}$, temos:

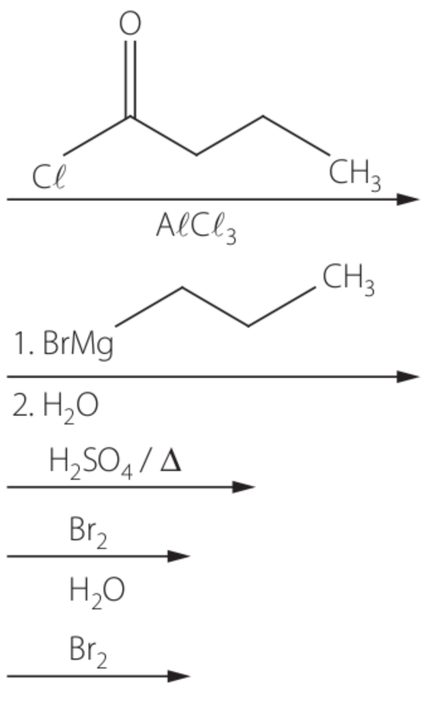


28. a)

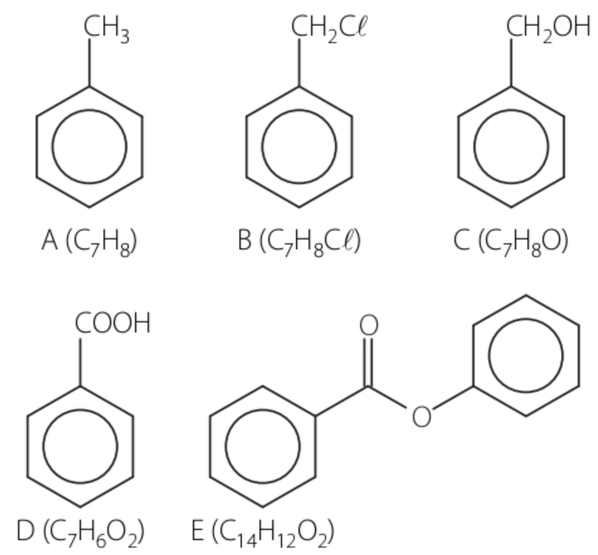
b)

c)

29.



30.



31. a) HBr/peróxido;

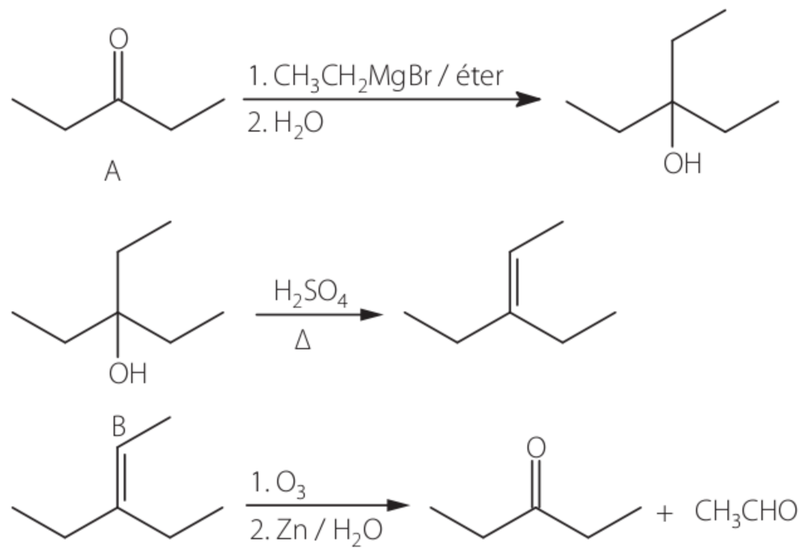
b) $NaOH/H_2O$;

c) $CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-O-CH(CH_3)-CH_3$

d) $CH_3-CH_2-CH_2-C(=O)-OH$

e) $CH_3-CH_2-CH_2-OH$

32.



33. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

34. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

35. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

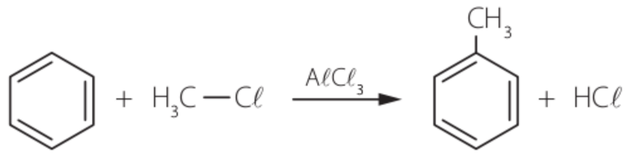
36. A reação do carbeto de cálcio com água é um dos métodos de obtenção de acetileno:

Equação I: $CaC_2 + 2H_2O \longrightarrow Ca(OH)_2 + \underset{\text{Acetileno}}{C_2H_2}$

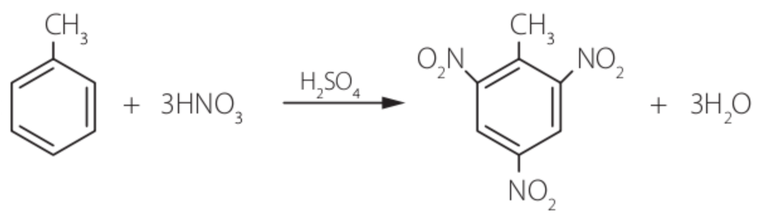
A trimerização de acetileno leva à formação de benzeno:

Equação II: $3HC \equiv CH \xrightarrow{\Delta}$

A alquilação de Friedel-Crafts com cloreto de metila leva à formação de tolueno:

Equação III: 

Como o grupo metil é orto-para dirigente, a trinitração ocorrerá nas posições 2, 4 e 6:

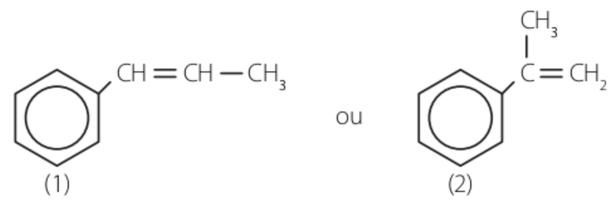
Equação IV: 

2,4,6-trinitrotolueno

37. Como a hidrogenação do composto A (C_9H_{10}) forma o composto B (C_9H_{12}) de massa molecular 2 unidades maior, conclui-se que apenas 1 mol de hidrogênio é absorvido. Portanto, o composto A deve ser um aromático com uma insaturação na cadeia lateral.

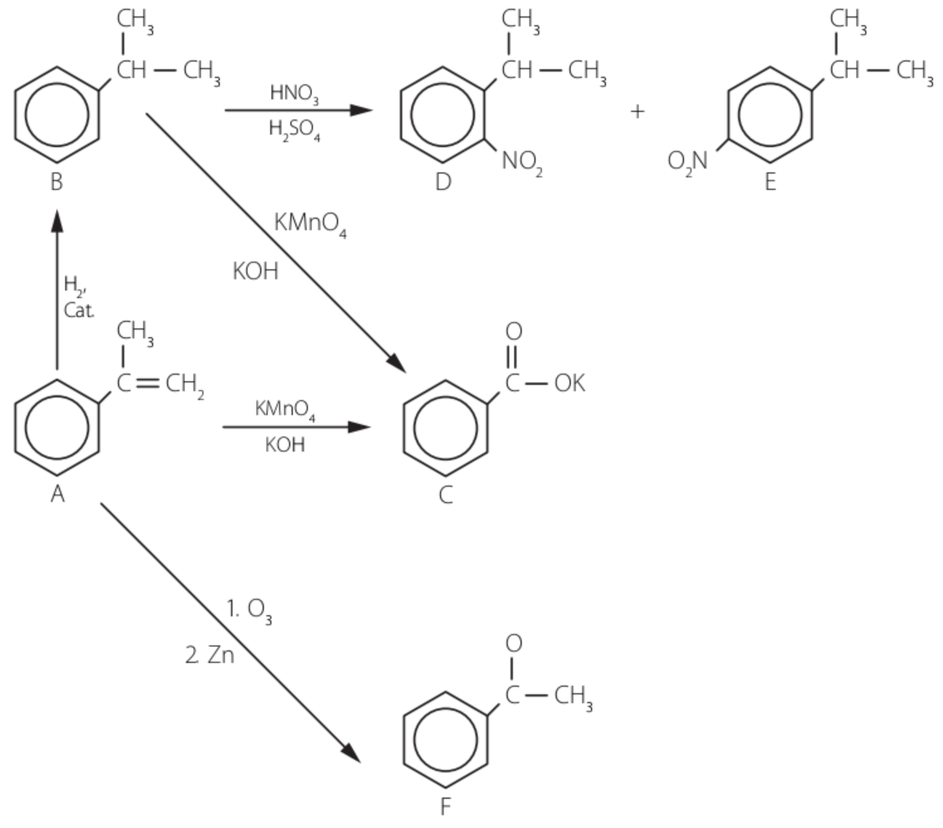
A formação de um único produto ($C = C_7H_5O_2K$) pela oxidação de A ou B e a obtenção de 2 isômeros pela nitração de B indica a presença neles de apenas um grupo lateral orto-para dirigente.

Chegamos assim a duas possíveis estrutura planas de A:



Como o produto da ozonólise de A fornece uma cetona (teste de Tollens negativo), somente a estrutura 2 é possível.

Esquema das reações envolvidas:



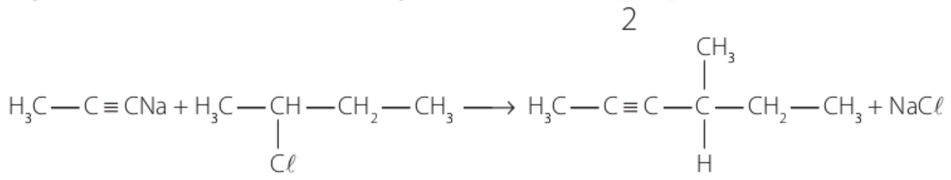
38. a) $CaO + 3C \longrightarrow CaC_2 + CO$

$CaC_2 + 2H_2O \longrightarrow Ca(OH)_2 + HC \equiv CH$

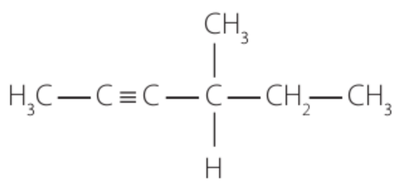
$HC \equiv CH + Na \longrightarrow HC \equiv CNa + \frac{1}{2}H_2$

$HC \equiv CNa + H_3CC\ell \longrightarrow H_3C-C \equiv CH + NaC\ell$

$H_3C-C \equiv CH + Na \longrightarrow H_3C-C \equiv CNa + \frac{1}{2}H_2$

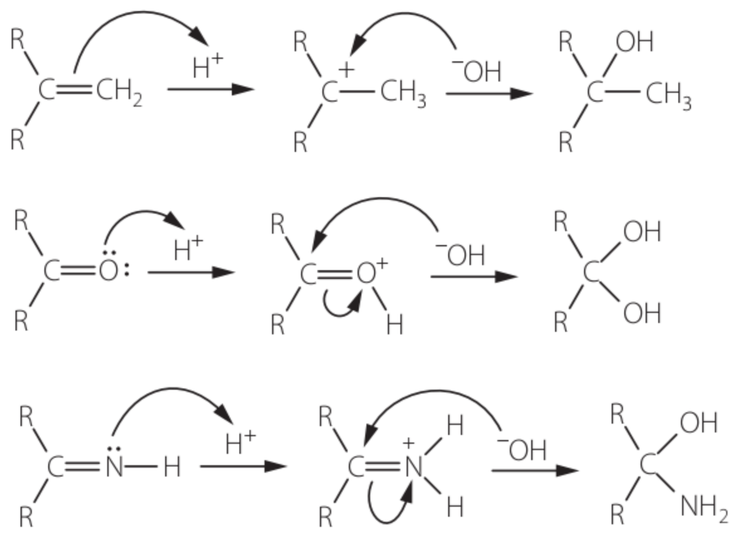


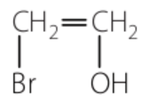
b) Menor alquino dissubstituído com carbono asimétrico

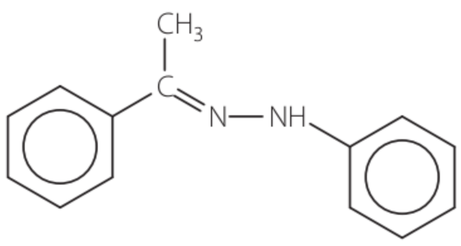


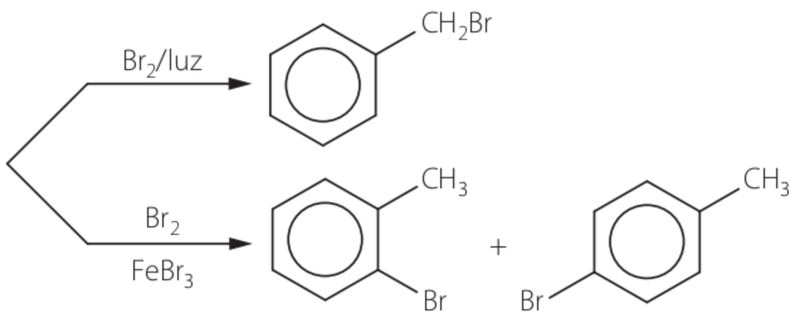
4-metil-hex-2-ino

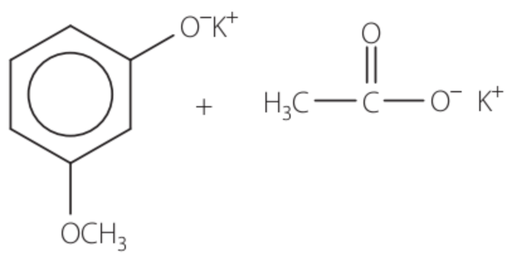
39.

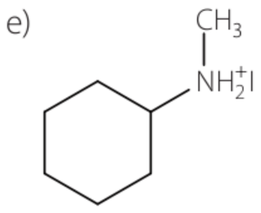


40. a) 

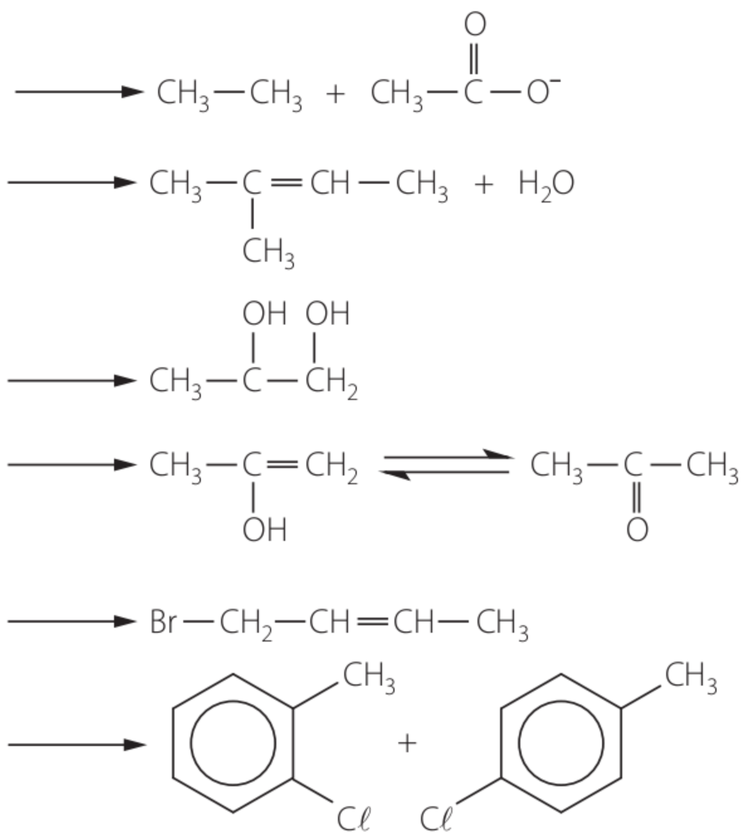
b) 

c) 

d) 

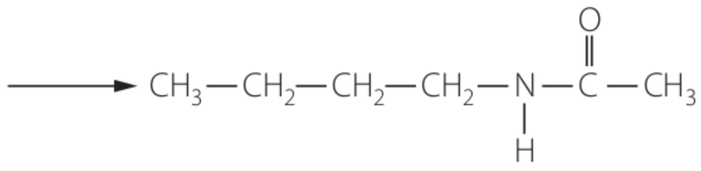
e) 

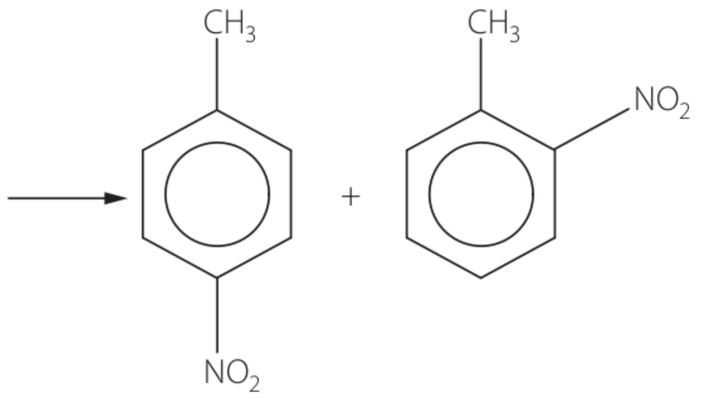
41.

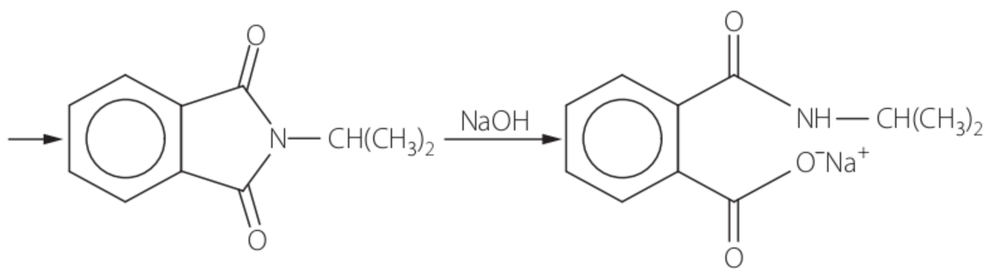


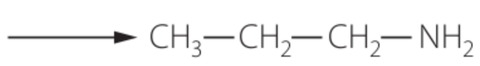
42.

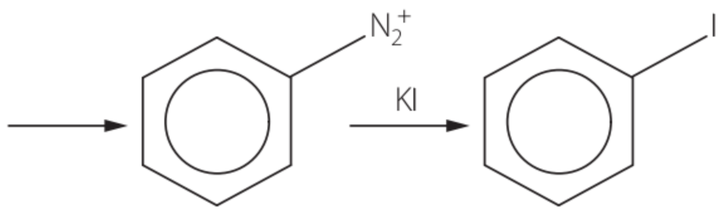
Reagente	Obs	Composto sensível ao teste
$KMnO_4$	Descoramento	(a)
$KMnO_4$ ou Br_2	Liberação de CO_2 ou descoramento	(c)
$KMnO_4$ ou Br_2	Descoramento ou descoramento	(e)
$KMnO_4$ ou $AgNO_3$/ NH_4OH (Tollens)	Descoramento ou espelho de prata	(h)
$KMnO_4$ ou indicador ácido-base	Descoramento ou mudança de cor	(i) ou (j)

43. a) 

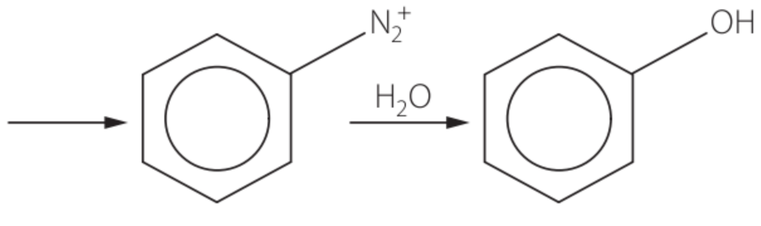
b) 

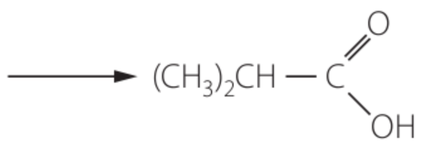
c) 

d) 

e) 

f) Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

g) 

h) 

44. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

45. a) $H_2N–OH$;

b) Br_2;

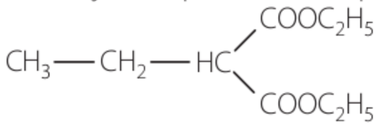
c) HBr;

d) NaOH;

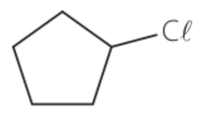
e) Br_2, $FeBr_3$

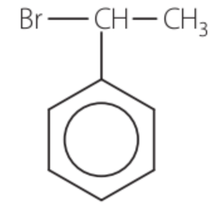
46. a) Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

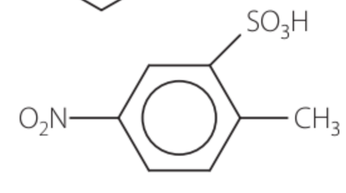
b) Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

c) 

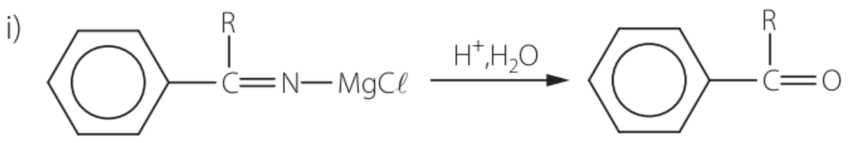
d)

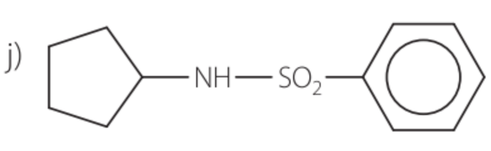
e) 

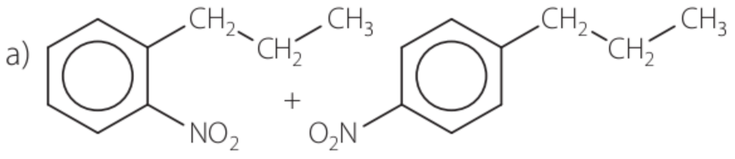
f) 

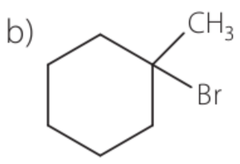
g) 

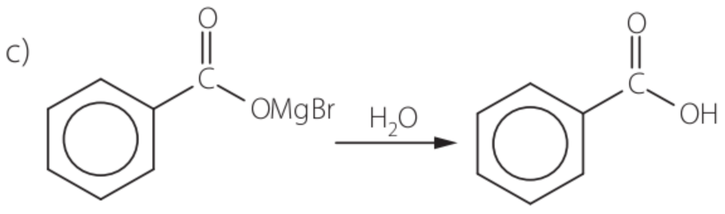
h)

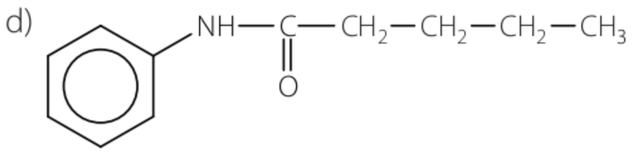
i) 

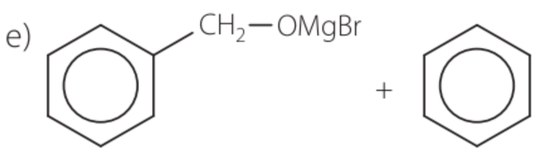
j) 

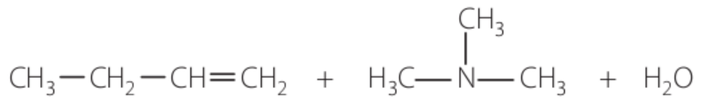
47. a) 

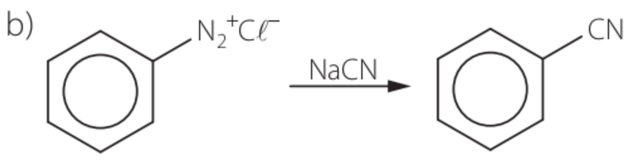
b) 

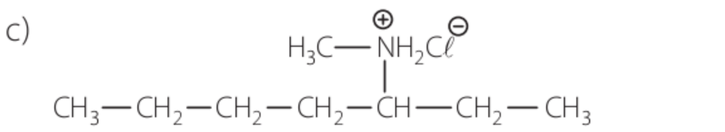
c) 

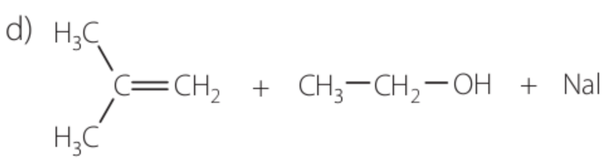
d) 

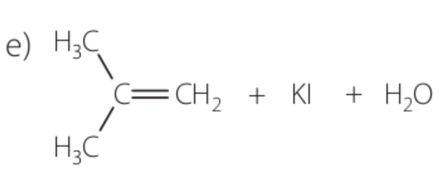
e) 

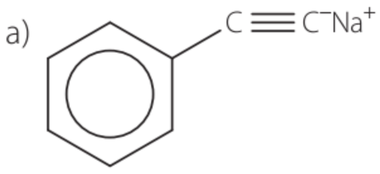
48. a) 

b) 

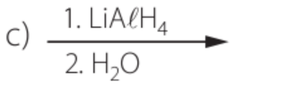
c) 

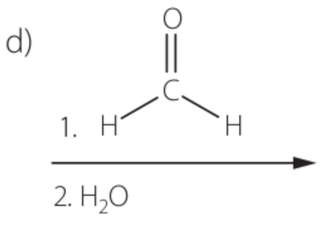
d) 

e) 

49. a) 

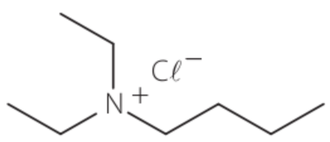
b)

c) 

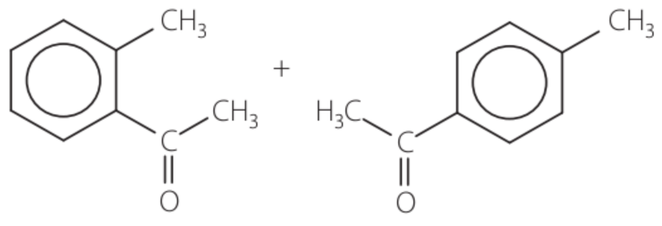
d) 

e) $CH_3—CH_2—Br$

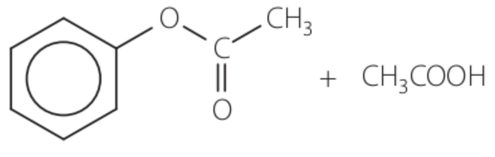
50. a)



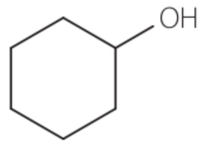
b)



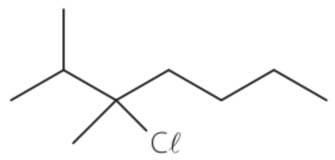
c)



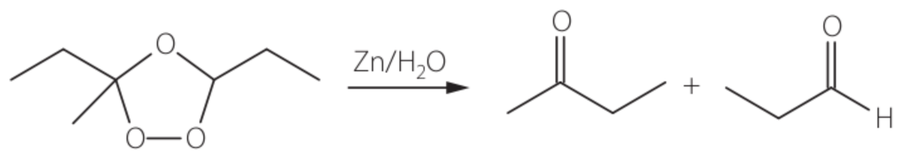
d)



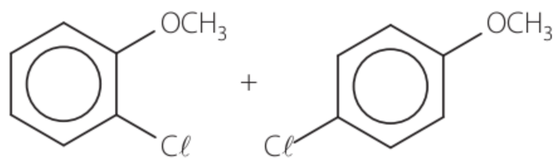
e)



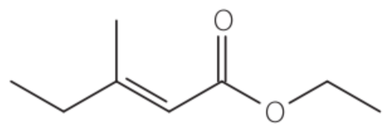
f)



g)

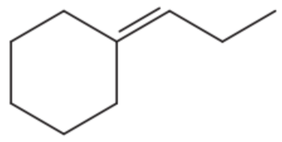


h)



i)

j)



51. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

52. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

53. $C_6H_{11}NO$

54. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

Frente 2 – ITA

55. C

56. A energia de ligação entre átomos iguais fica situada na região do ultravioleta do espectro atômico. Assim, para provocar uma clivagem homolítica dessa ligação, será necessária uma radiação com comprimento de onda na mesma ordem de grandeza da ligação, ou seja, na região do ultravioleta.

57. C

58. E

59. C

60. Experimentalmente, submete-se o material à ação de um campo magnético. O resultado será:

- Diamagnético: não sofre atração diante de campo magnético.
- Paramagnético: sofre atração diante de campo magnético. Essa atração é perdida após retirado o campo.
- Ferromagnético: sofre atração diante de campo magnético. Essa atração é mantida após retirado o campo.

61. C e E.

Letra C:

Ao passar para $2p^6$, o elétron retornará para um nível menos energético, liberando energia.

Letra E:

Na configuração mais estável ($1s^2 2s^2 2p^6$), todos os orbitais estão completamente preenchidos e, portanto, a espécie é diamagnética.

62. C

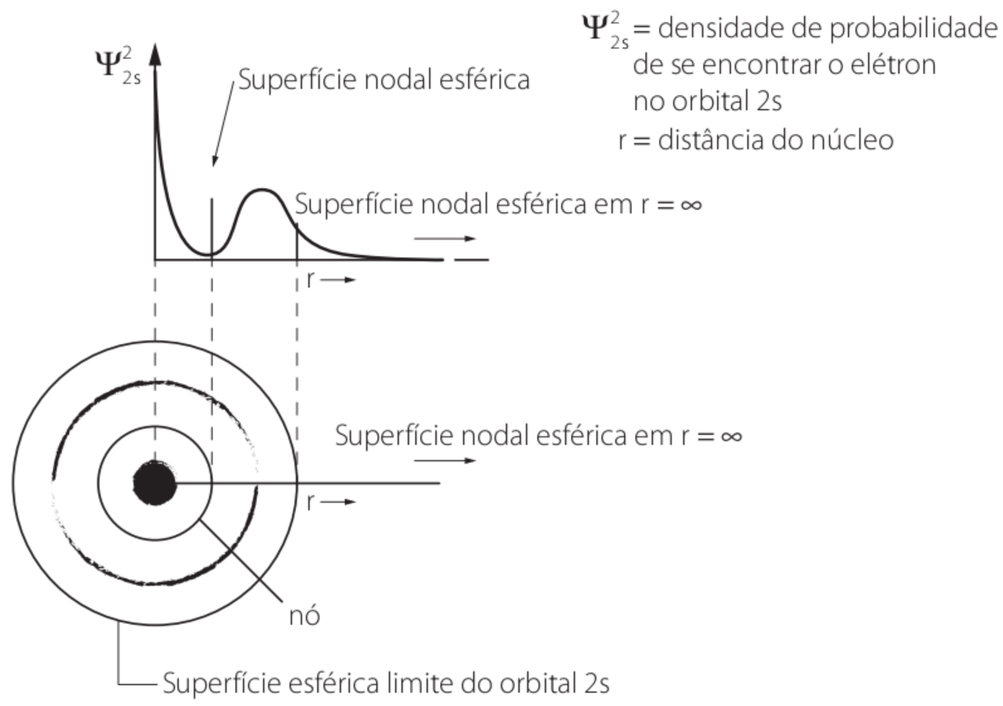
63. D

64. E

65. D

66. B

67. O orbital s pode ser assim descrito:



68. C

69. B

70. E

71. E

72. E

73. E

74. D

75. D

76. D

77. D

78. A

79. A

80. E

81. E

82. E

83. O isolamento dos elementos do grupo IA demorou muito pela falta de redutores apropriados. Os elementos alcalinos foram obtidos pela primeira vez na forma metálica por eletrólise ígnea no começo do século XIX.

84. D

85. E

86. E

87. D

88. E

89. D

90. B

91. C

92. C

93. A

94. A reação III é usada para a preparação de oxigênio em laboratório. A reação VI representa a ionização do ácido perclórico.

95. D

96. Aquecimento de carvão coque em altas temperaturas (acima de 1 000 °C):

$$C(s) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow CO(g)$$

O CO tem, como principal aplicação, redução de minérios em altos fornos:

$$Fe_2O_3(s) + 3CO(g) \rightarrow 2Fe(s) + 3CO_2(g)$$

97. D

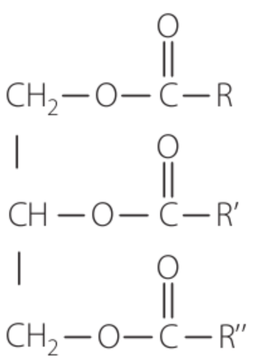
98. B

99. B

100. a) As matérias-primas para a produção de sabões são:

1ª $NaOH_{(c)}$ – hidróxido de sódio (soda cáustica)

2ª

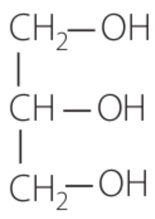


triésteres do glicerol

triglicerídeos

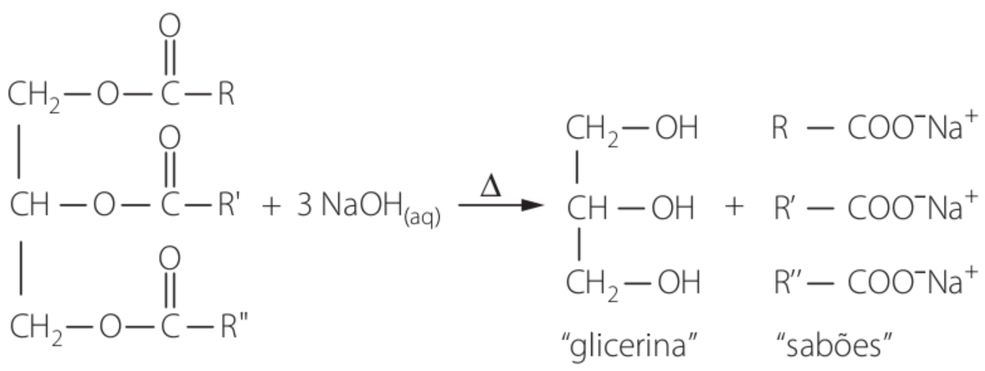
grupo éster

b)



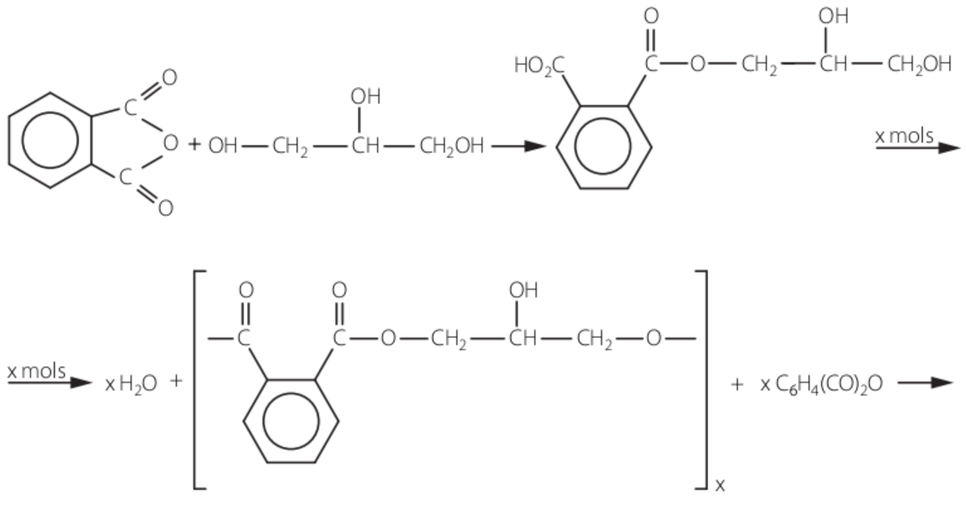
"glicerina"
"glicerol"
1, 2, 3-propanotriol

c) A reação de saponificação é classificada como sendo uma hidrólise básica, e é realizada a quente:

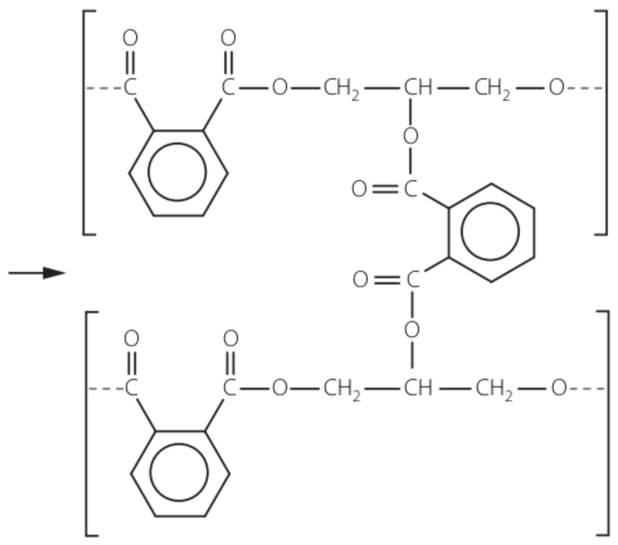


"glicerina" "sabões"
"glicerol"
1, 2, 3-propanotriol

d)

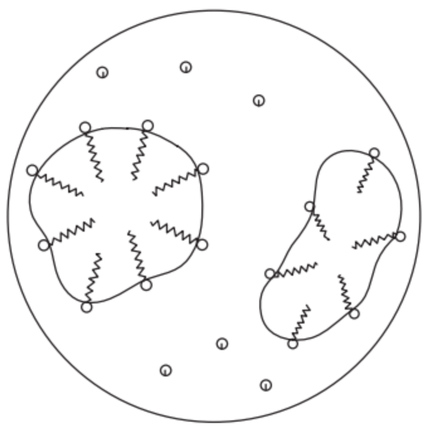


e) A ação detergente dos sabões é um assunto complexo, mas a gravura simplificada a seguir, no entanto, permite fazer certa ideia dos fatores envolvidos.



Normalmente, as gotículas de óleo em contato com água tendem a aglutinar-se; disto resulta a formação de uma camada de substâncias apolares e uma camada de água. A presença de sabão, porém, altera a situação. As cadeias apolares do sabão dissolvem-se na gotícula de óleo, enquanto a extremidade iônica dissocia-se e volta-se para o exterior, para a água circundante. Devido à presença dos ânions carboxilatos, cada uma das miscelas fica rodeada de cargas negativas. A repulsão entre estas cargas impede a coalescência das gotículas de óleo e obtém-se assim uma emulsão estável.

Portanto, o sabão não dissolve lipídios em água, mas estabiliza as emulsões.



101. O primeiro passo é medir a condutividade elétrica do composto cristalino e, assim, dizer se ele conduz ou não corrente elétrica (é ou não um eletrólito).

O segundo passo é determinar se o composto é um eletrólito forte ou fraco; para isso, é preciso comparar o valor de sua condutividade elétrica com o de um composto de elevada condutividade e de baixa condutividade. Por comparação, é possível determinar a força do eletrólito.

O terceiro passo é determinar a massa molar.

A massa molar pode ser obtido a partir de propriedades coligativas:

$$\Delta t_e = k_e \cdot W \rightarrow$$

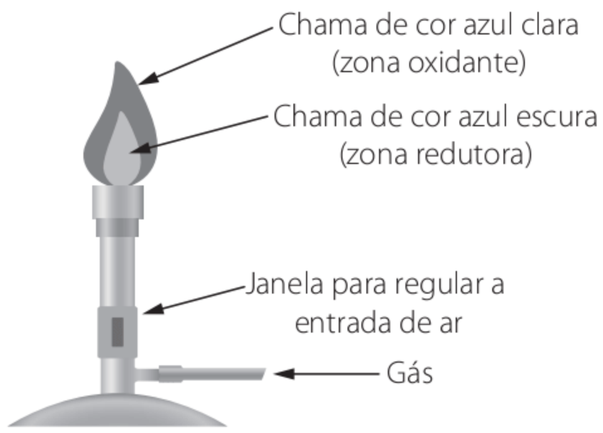
$$\Delta t_e = k_e \cdot \frac{m_1}{x \cdot 78} \cdot m_2\,kg$$

O acréscimo na temperatura de ebulição poderá ser determinado com precisão e exatidão, e o valor da constante ebuliométrica é uma característica do solvente. A massa do soluto pode ser determinada por uma balança e a do solvente com um balão volumétrico aferido e uma tabela de densidade *versus* temperatura. A solução deve ser diluída para evitar desvios na Lei de Raoult.

102. C

103. E

104. Sim. Pois existe possibilidade de regular a entrada de ar.



105. a) As fontes de nitrogênio em nosso planeta são: nitrogênio atmosférico (≃ 78% em volume); locais de clima seco, onde existem jazidas de nitratos, em geral nitratos impuros de sódio ou potássio; compostos orgânicos de todos os seres viventes – animais e plantas – ou em cadáveres onde são pouco a pouco transformados pelas bactérias em compostos amoniacais (nitritos e nitratos); tempestades elétricas produzem, embora em pequena escala, nitratos $\left(NO_3^-\right)$ e nitritos $\left(NO_2^-\right)$ que são arrastados para a terra pelas chuvas. Estes dois íons de origens diversas, como já foi citado, constituem a fonte essencial do nitrogênio para as plantas verdes, nitrogênio este proveniente da atmosfera.

b) "Fixação natural" consiste na utilização do nitrogênio atmosférico por organismos fixadores de nitrogênio: bactérias (Azotobacier, Clostridium, ou nitrobactérias das leguminosas), e algumas cianofíceas, ou ainda, como já citado, os íons NO_3^-, NO_2^- provenientes de tempestades elétricas aproveitados pelas plantas.

c) "Fixação artificial do nitrogênio" consiste na transformação do nitrogênio elementar – preparado industrialmente pela destilação fracionada do ar líquido ou em laboratório – pela decomposição térmica de certos compostos. Como: $2NaN_{3(s)} \rightarrow 2Na_{(\ell)} + 3N_{2(g)}$ ou $NH_4NO_{2(s)} \rightarrow N_{2(g)} + 2H_2O_{(g)}$ em compostos de interesse nos diversos setores da atividade humana, como: produção industrial de $NH_{3(g)}$ (processo Haber); $HNO_{3(\ell)}$ (processo Ostwald) e outros compostos como fosfato de amônio, sulfato de amônio (fertilizantes) etc.

d) Produtos naturais usados como fertilizantes:

1. Ureia (via excreção)
2. $NaNO_3$ (salitre do Chile)
3. Excreção de aves marinhas (Guano)
4. Material orgânico em decomposição por transformação bacteriana em nitritos e nitratos.

Produtos sintéticos usados como fertilizantes:

1. Ureia (via industrial)
2. $(NH_4)_2SO_4$
3. $Ca(NO_3)_2$
4. NH_4NO_3
5. Fosfato de amônio

e) A maré vermelha consiste na florescência de vários grupos de organismos do plâncton marinho, principalmente peridínios, cianofíceas e dinoflagelados. A coloração típica é o vermelho, mas pode ser amarelo, castanho avermelhado, leitoso etc. A florescência é desencadeada por fatores diversos, que ocorrem em situações bastante especiais, como temperatura, salinidade, luz, nutrientes, regime de correntes, estabilidade de coluna d'água; processos oceanográficos como marés, ventos, convergência, divergência, presença de quelantes na água, vitaminas, presença de substâncias húmicas.

Toxinas liberadas por cianofíceas e dinoflagelados constituem as marés tóxicas, e podem se acumular em bivalves e causar a "paralyticshellfish poisoning" no homem e mortalidade em peixes e outros animais marinhos. Podem sair do mar na forma de aerosóis e atingir animais domésticos e o próprio homem.

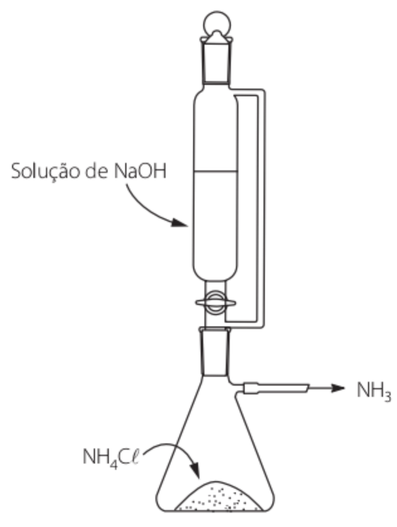
Em função da mortandade de peixes e outros animais marinhos, há um aumento da quantidade de matéria orgânica em decomposição e, como decorrência direta, um aumento na formação de nitratos $\left(NO_3^-\right)$ e nitritos $\left(NO_2^-\right)$, que são fonte de nitrogênio para o fitoplâncton.

106. A

107. A

108. C

109. $NH_4C\ell + NaOH \rightarrow NH_3 + NaC\ell + H_2O$



110. D

111. Sangue arterial é o sangue rico em O_2 e pobre em CO_2. Sangue venoso, ao contrário, é rico em CO_2 e pobre em O_2.

O sangue venoso que chega aos pulmões é arterializado ao nível dos alvéolos pulmonares, num processo denominado hematose, que, em palavras simples, é a troca do O_2 pelo CO_2 (e vice-versa).

O O_2 do alvéolo (que chegou trazido pela inspiração) passa para o sangue (por difusão), entra nas hemácias e liga-se com a hemoglobina, formando a oxiemoglobina (HbO_2). Uma pequena quantidade permanece em solução no plasma (± 3 mL/ litro). Deste modo, o O_2 é transportado para as células.

Nos tecidos, o O_2 se dissocia da Hb, sai do capilar, entra nas células e participa do metabolismo celular. Este mesmo metabolismo produz CO_2, o qual será transportado para os pulmões. Ambos os processos (entrada de O_2 e saída de CO_2) ocorrem por difusão.

O transporte de CO_2, das células para os pulmões, ocorre sob três formas:

1) ± 7% (25 mL/litro) dissolvido no plasma.
2) ± 70% sob a forma de íon bicarbonato nas hemácias (maior parte) e no plasma.
3) ± 23% combinado com a hemoglobina (carbaminemoglobina).

112. 1º teste:

Ao adicionar suco de repolho roxo em alíquotas das duas soluções, a coloração vermelha aparecerá apenas na solução de ácido clorídrico. A solução de NaOH ficará esverdeada.

2º teste:

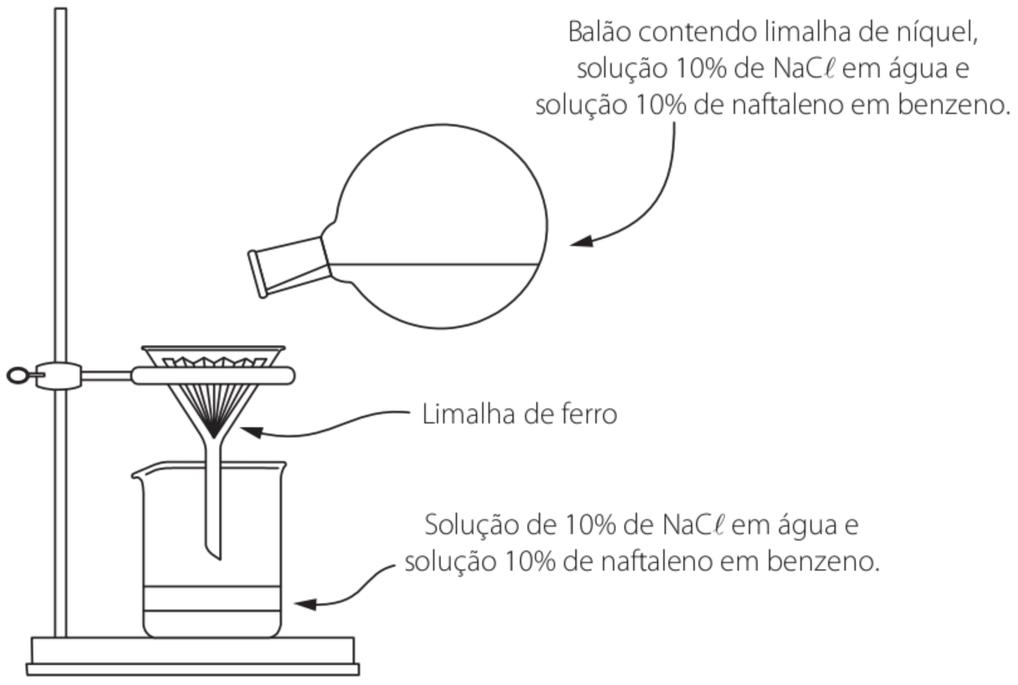
A adição individual das duas soluções a uma amostra de mármore provocará liberação de gás carbônico apenas na adição de HCl(g), conforme descrito pela reação $CaCO_3(s) + 2HCl(aq) \rightarrow CaCl_2(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$.

113. E

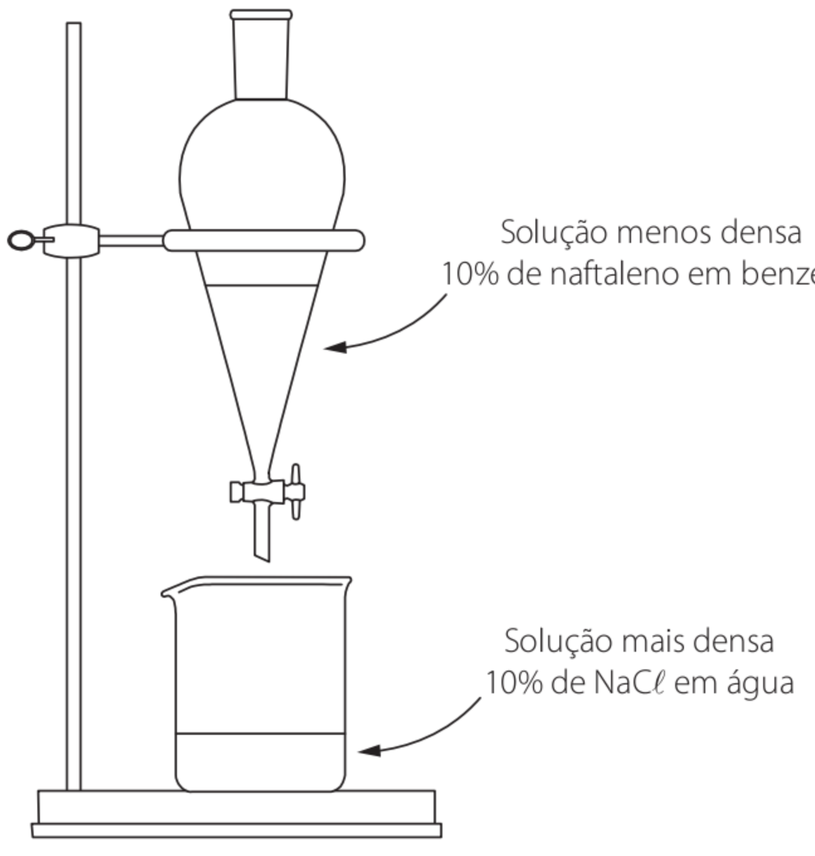
114. B

115. B

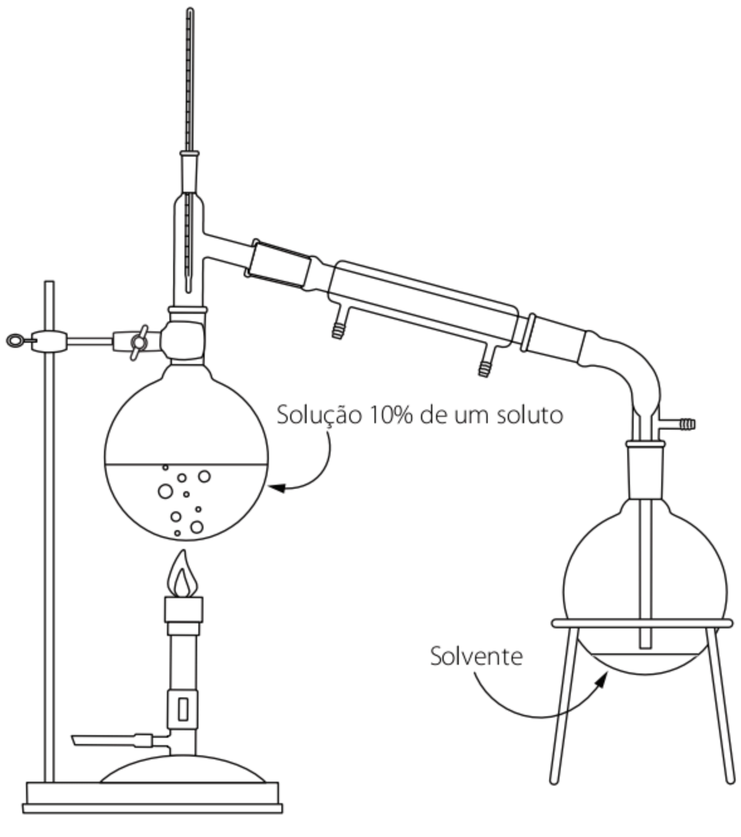
116. 1- Filtração simples, com funil de vidro e papel de filtro, a limalha de níquel, insolúvel na mistura, ficará retida no papel.



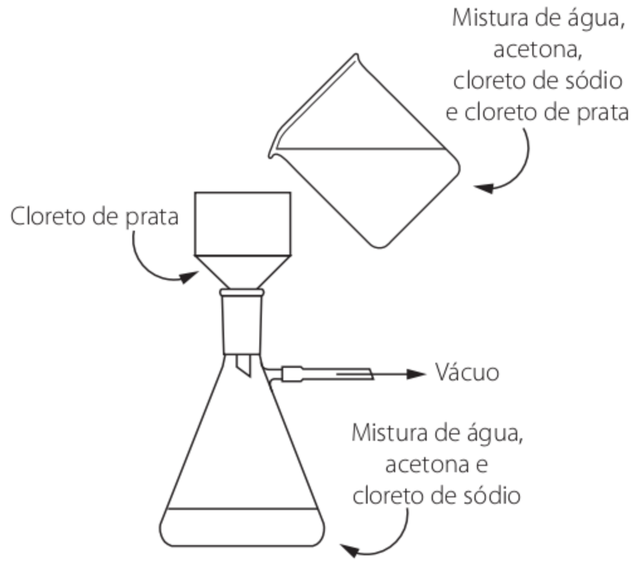
2- Decantação com um funil de separação, permitida a separação da solução de NaCℓ em água da solução de naftaleno e benzeno. Pois as soluções imiscíveis entre si possuem diferente densidades a destilação das soluções.



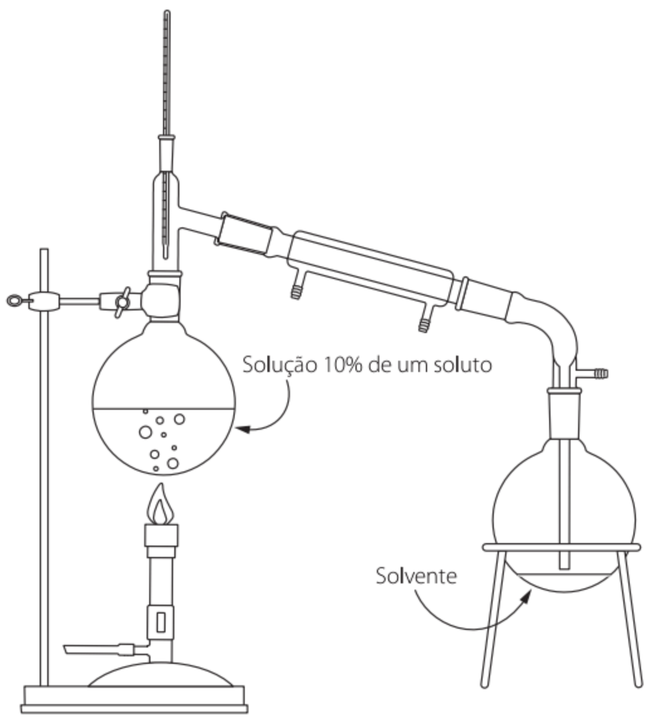
3- Destilação simples das soluções permitará a separação dos componentes.



117. Separação do cloreto de prata por filtração a vácuo.



Separação da acetona por destilação à temperatura controlada e depois destilação simples para separar o NaCℓ da água.



118. A

119. D

120. A primeira classificação, foi a divisão dos elementos em metais e não metais. A lista de elementos químicos que tinham suas massas atômicas conhecidas foi preparada por John Dalton no início do século XIX. Muitas das massas atômicas adotadas por Dalton, estavam longe dos valores atuais, devido à ocorrência de erros. Logo depois surgiu a ideia, com sucesso parcial, de agrupar os elementos em três – ou tríades. Lamentavelmente, muitos dos metais não podiam ser agrupados em tríades. Um segundo modelo sugeria que os elementos poderiam ser arranjados num modelo periódico de oitavas, ou grupos de oito, na ordem crescente de suas massas atômicas. Em 1869, Mendeleev organizou os 63 elementos conhecidos em ordem crescente de suas massas atômicas, agrupando-as em elementos de propriedades semelhantes. Formou-se então a tabela periódica.

121. D

122. D

123. A

Frente 2 – IME

124. a) 90°

b) Hibridação sp^3 do oxigênio e repulsão dos pares eletrônicos.

125.

Nome do composto	Fórmula molecular	Número de oxidação do ânion	Número quântico principal do elétron de valência do elemento sublinhado no estado fundamental	Distribuição eletrônica do cátion
carbonato de **lítio**	Li_2CO_3	– 2	2	$1s^2$
borato de **sódio**	Na_3BO_3	– 2	3	$1s^2\ 2s^2\ 2p^6$
óxido de **alumínio**	$A\ell_2O_3$	– 2	3	$1s^2\ 2s^2\ 2p^6$
nitrato de **zinco**	$Zn(NO_3)_2$	– 1	4	$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}$
ferrocianeto de **cobre** II	$Cu_3[Fe(CN)_6]_2$	–3	4	$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^9$
fluoreto de **enxofre** VI	SF_6	– 1	3	$1s^2\ 2s^2\ 2p^6$

126. $r = \frac{n^2h^2}{4\pi^2e^2m}$

127. $\Delta E \approx 3{,}9 \cdot 10^7 = 39\ MeV$

128. a) 151

b) Não há elétrons desemparelhados na camada mais externa do elemento C.

129. a) $(K)^2$, $(L)^8$, $(M)^{18}$, $(N)^{32}$, $(O)^{32}$, $(P)^{18}$, $(Q)^8$, $(n = 8)^1$ e $[_{86}Rn]7s^25f^{14}6d^{10}7p^68s^1$.

b) $n = 8$, $l = 0$ e $m = 0$.

c) Representativo.

d) $1s^32s^32p^93s^34s^33d^{15}4p^95s^34d^{15}5p^96s^34f^{21}5d^{14}$.

130. a) Dentro de um mesmo grupo, quanto maior for o número atômico, mais distante os elétrons da camada de valência estarão do núcleo e, consequentemente, menor será a atração núcleo-elétron e menor será a energia de ionização.

b) Kr; Xe e Rn

131. Um nível comporta uma quantidade limitada de elétrons. Dessa forma, é normalmente necessário mais de um nível (camada) para comportar os elétrons. O nível n possui n^2 orbitais, podendo comportar $2n^2$ elétrons. Assim, as camadas K, L e M podem comportar, respectivamente, 2, 8 e 18 elétrons.

132. a) $KMnO_4$ – iônica

H_2 – covalente apolar

$KC\ell$ – iônica

CH_4 – covalente polar

HF – covalente polar

HCN – covalente polar

b) $CH_4 - 4\ \sigma_{s-sp^3}$

$HF - \sigma_{s-p}$

$HCN - \sigma_{s-sp}; \sigma_{sp-sp}; 2\pi$

c) +7

133. $1s^22s^22p^63s^23p^64s^23d^{10}4p^64d^{10}5s^1$ $\left(n = 5,\ l = 0,\ mL = 0 \text{ e } s = \frac{1}{2}\right)$

134. a) $_{22}X$ – $1s^22s^22p^63s^23p^64s^23d^2$ (convencionando que o 1º elétron do orbital tem spin –1/2)

$_8Y$ – $1s^22s^22p^4$

b) O elemento X pertence ao grupo 4 (antigo IVB) e ao 4º período.

O elemento Y pertence ao grupo 16 (antigo VIA) e ao 2º período.

c) O elemento X é de transição.

O elemento Y é representativo.

d) O elemento Y é mais eletronegativo que X.

e) O elemento X tem potencial de ionização mais baixo que Y.

f) O elemento Y tem afinidade eletrônica maior que X.

g) O elemento X, nas condições ambientes, estará no estado sólido. A substância simples do elemento Y estará no estado gasoso.

h) O elemento X é um metal, portanto fará ligação metálica.

i) A ligação entre X e Y é mais eletrovalente. Na ligação de X (metal) com Y (ametal) teremos uma diferença de eletronegatividade maior do que na ligação S (ametal) e O (ametal), que pertencem ao mesmo grupo da tabela periódica.

j) Como as forças continuam sendo atrativas e os módulos das cargas permanecem constantes, as energias dos elétrons mais externos permanecem as mesmas.

135. a) Si

b) 32

c) sp, sp^2 e sp^3

Frente 3 – ITA

136. B

137. C

138. B

139. E

140. B

141. E

142. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

143. B

144. E

145. A

146. D

147. E

148. C

149. A

150. E

151. C

152. D

153. B

154. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

155. D

156. $K_2Cr_2O_{7(aq)} + 3SO_{2(g)} + H_2SO_{4(aq)} \rightarrow Cr_2(SO_4)_{3(aq)} + H_2O_{(l)} + K_2SO_{4(aq)}$

157. A princípio obteve-se uma mistura de três soluções com coloração violeta devido à presença do $KMnO_4$. Após adição de $MnSO_4$ ocorreu uma reação de óxido-redução, onde o $KMnO_4$ agiu como reagente oxidante, com consequente descoração da solução pelo consumo do agente oxidante.

a) O $MnSO_4$ agiu como catalisador da reação.

b) A equação é:

$$KMnO_4 + H_2C_2O_4 + H_2SO_4 \xrightarrow{MnSO_4} K_2SO_4 + MnO_2 + CO_2 + H_2O$$

que pode ser balanceada pelo método de óxido-redução como se segue:

Agente oxidante $\Delta_{Mn} = 3 \times 1 = 3$ → 2

Agente redutor $\Delta_C = 1 \times 2 = 2$ → 3

$$2KMnO_4 + 3H_2C_2O_4 + 1H_2SO_4 \xrightarrow{MnSO_4} 1K_2SO_4 + 2MnO_2 + 6CO_2 + 4H_2O$$

158. D

159. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

160. C

161. D

162. C

163. E

164. E

165. E

166. E

167. A

168. C

169. A

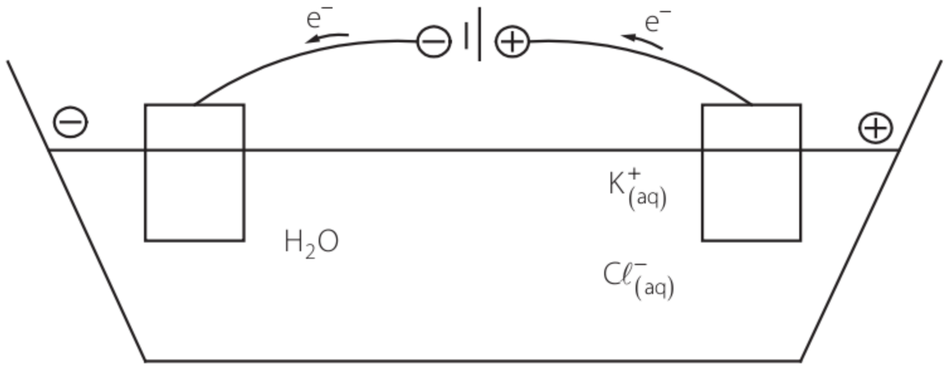
170. B

171. B

172. E

173.

a)



b) Eletrodo II, pois sofre redução.

c) O eletrodo I e o pólo é positivo, enquanto o eletrodo II é o pólo negativo.

d) A reação global que representa o processo é: $C\ell^- + 3H_2O \rightarrow C\ell O_3^- + 3H_2$

174. a)

1) $Fe \rightarrow Fe^{2+} + \cancel{2e^-}$

$\cancel{2\,H_2O} \rightarrow \cancel{2\,H^+} + 2\,OH^-$

$\cancel{2\,H^+} + 1/2\,O_2 + \cancel{2e^-} \rightarrow \cancel{H_2O}$

$Fe + H_2O + 1/2\,O_2 \rightarrow Fe(OH)_2$

$Fe(OH)_2$ oxida-se com o O_2 do ar:

$Fe(OH)_2 + O_2 + nH_2O \rightarrow Fe_2O_3 \cdot nH_2O + H_2O$

3) $Mg \rightarrow Mg^{2+} + \cancel{2e^-}$

$1/2\,O_2 + H_2O + \cancel{2e^-} \rightarrow 2\,OH^-_{(aq)}$

$Mg + 1/2\,O_2 + H_2O \rightarrow Mg(OH)_2$

4) Idem à reação apresentada para o item 1. Porém, ocorre com maior intensidade, já que o estanho é um agente oxidante do ferro.

b) Baseado nas informações:

Ligar ao prego um objeto de magnésio ou envolver totalmente o ferro metálico com estanho, isolando-o do contato com o ar e com a água.

c) Quanto maior a capacidade de oxidar-se, maior é o potencial de oxidação e menor o de redução. Portanto, o que possui maior potencial de oxidação é o melhor redutor.

Logo: $E^0_{red\ (Mg)} > E^0_{red\ (Fe)} > E^0_{red\ (Sn)}$

175.

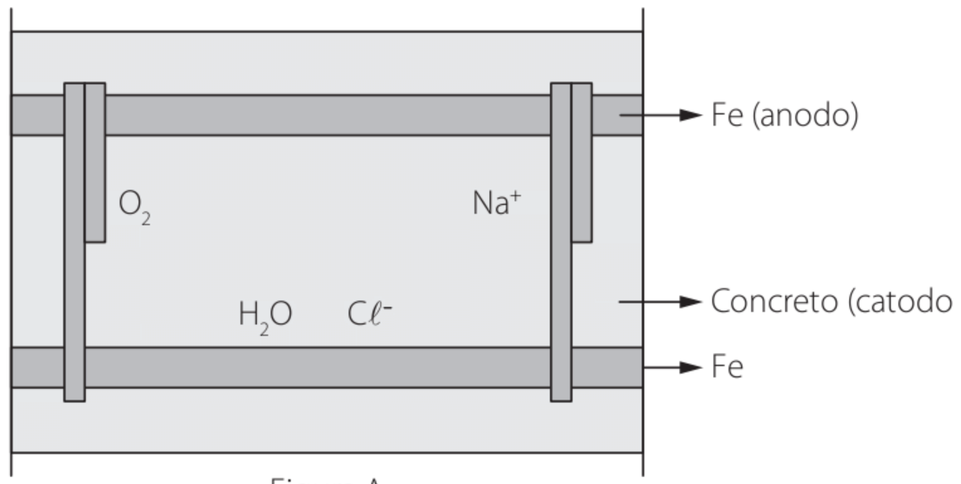


Figura A

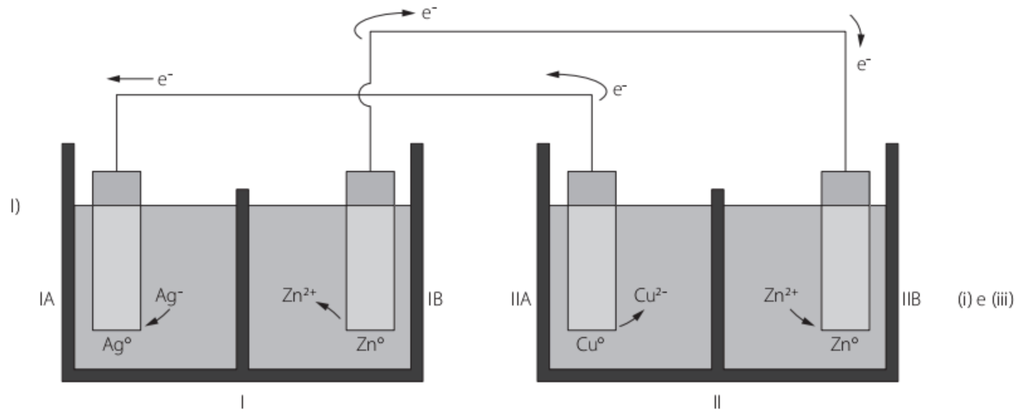
Semi-reação de oxidação (anodo): $Fe^{\circ}_{(s)} \rightarrow Fe^{2+}_{(aq)} + 2e^-(CM)$

Semi-reação de redução (catodo): $\frac{1}{2}O_{2(g)} + H_2O_{(\ell)} + 2e^-(CM) \rightarrow 2OH^-_{(aq)}$

Com as baterias ligadas ao ferro da estrutura e ao concreto, os elétrons fornecidos ao ferro pela bateria dificultam ou até impedem a sua oxidação. Caso ocorra a oxidação, a bateria intervém e faz com que as semi-reações em A ocorram em sentido inverso, fazendo com que o ferro seja o catodo e o concreto o anodo.

Uma alternativa seria esmaltar a estrutura de ferro, impedindo o seu contato direto com o concreto, ou interligar a estrutura metálica a um metal de sacrifício externo ao concreto.

176.



O cátion Ag^+ possui maior potencial de redução padrão que o Cu^{2+}. Então:

(iv) I $\begin{cases} \text{Cátodo: } 2Ag^+ + 2e^- \rightarrow 2Ag^{\circ} \Rightarrow \text{Pólo(+)} \\ \text{Ânodo: } Zn^{\circ} \rightarrow Zn^{2+} + 2e^- \Rightarrow \text{Pólo(–)} \end{cases}$

e

(v) II $\begin{cases} \text{Cátodo: } Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn^{\circ} \Rightarrow \text{Pólo(+)} \\ \text{Ânodo: } Cu^{\circ} \rightarrow Cu^{2+} + 2e^- \Rightarrow \text{Pólo(–)} \end{cases}$

(ii) O elemento II funciona de forma inversa à espontânea, que seria:

$Cu^{2+} + 2e^- \xrightarrow{\text{redução}} Cu^{\circ}$

$Zn \xrightarrow{\text{oxidação}} Zn^{2+} + 2e^-$

uma vez que o potencial de redução padrão do Cu^{2+} é maior que do Zn^{2+}. Com isso, I age como *gerador*, cedendo energia elétrica e II, como *receptor*, recebendo energia elétrica.

177. B

178. D

179. E

180. E

181. D

182. E

183. A

184. B

185. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

186. A

187. E

188. C

189. E

190. B

191. $5{,}4 \cdot 10^{-3}$ g

192. E

193. E

194. E

195. D

196. B

197. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

198. E

199. A

200. B

201. E

202. C

203. C

204. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

205. A

206. A

207. A

208. A

209. a) De acordo com os eletrodos na pilha da questão 84, o eletrodo I sofre redução e o II, oxidação. Portanto, as semirreações são dadas por:

$Pb^{2+} + 2e^- \xrightarrow{\text{REDUÇÃO}} Pb°$ (cátodo e polo positivo)

$\underline{Pb° + SO_4^{2-} \xrightarrow{\text{OXIDAÇÃO}} 2e^- + PbSO_4}$ (ânodo e polo negativo)

$Pb^{2+} + SO_4^{2-} \longrightarrow PbSO_{4(s)}$ (reação global)

$\varepsilon° = \varepsilon_{OX} \sim \varepsilon_{RED} \Rightarrow \varepsilon° = -0{,}1264 - (-0{,}3546) \Rightarrow$

$\varepsilon° = +0{,}2282$ V

Mas, em novas condições, devemos utilizar a equação de Nernst, como mostrado a seguir:

$$\varepsilon = \varepsilon° - \frac{0{,}059}{n}\log Q_C \Rightarrow \varepsilon = 0{,}2282 - \frac{0{,}059}{2}\log\frac{1}{[Pb^{2+}][SO_4^{2-}]} \Rightarrow$$

$$\varepsilon = 0{,}2282 - \frac{0{,}059}{2}\cdot\log\frac{1}{10^{-10}} \Rightarrow \varepsilon = 0{,}2282 - \frac{0{,}59}{2} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = -0{,}0668\text{ V}}$$

Devido a esta modificação nas concentrações das soluções, a pilha funciona invertida, com as semirreações ocorrendo em sentido contrário.

b) Eletrodo I

c) Eletrodo II

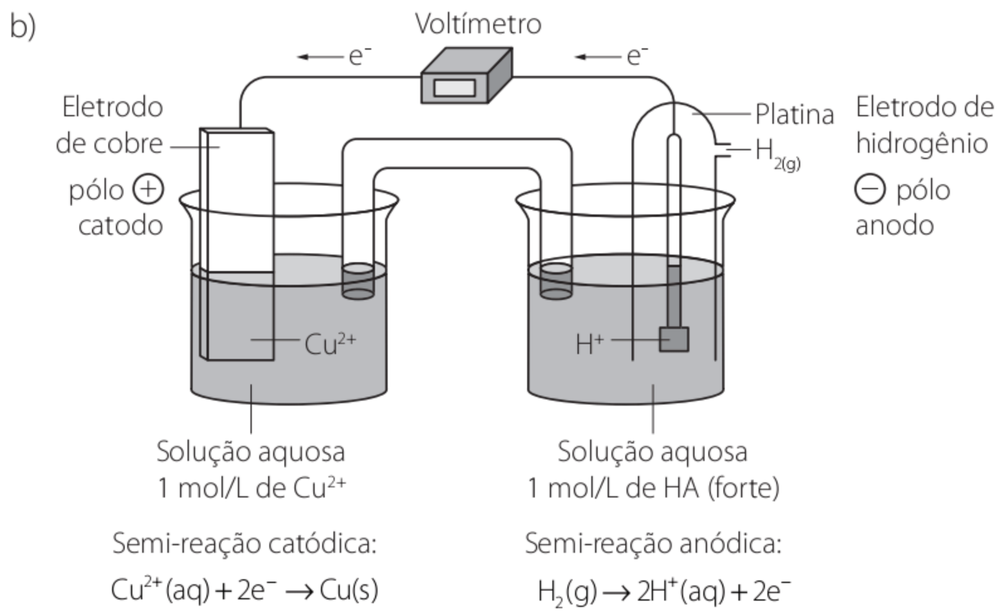
d) De I para II

e) $PbSO_4 \rightarrow Pb^{2+} + SO_4^{2-}$

210. a) Duas cubas eletrolíticas, uma ponte salina, uma placa de cobre, uma placa de platina, um tubo emborcado com saída lateral, um voltímetro, um fio metálico condutor.

Uma solução aquosa 1 mol/L de um sal de cobre II, uma solução ácida 1 mol/L e gás hidrogênio a 1 atm a 25 °C.

b)



Semi-reação catódica: $Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Cu(s)$

Semi-reação anódica: $H_2(g) \rightarrow 2H^+(aq) + 2e^-$

c) Para a explicação de como um aumento do valor da grandezas afeta ou não o potencial do eletrodo de cobre, utiliza-se a equação de Walther Nernst:

$$E = E^0 - \frac{RT}{nF}\ln Q \text{ ou } E = E^0 - \frac{2{,}303RT}{nF}\log Q$$

A 25 °C, $\frac{2{,}303RT}{F}$ vale 0,0592 V, logo $E = E^0 - \frac{2{,}303RT}{nF}\log Q$

Dessa forma:

- O aumento da área do eletrodo <u>não</u> <u>altera</u> o potencial do eletrodo de cobre, pois Q é constante numa temperatura fixa.
- O aumento da concentração de cobre no condutor metálico também <u>não</u> <u>altera</u> o potencial do eletrodo de cobre pelo mesmo motivo anterior.
- O aumento da concentração de íons cobre no condutor eletrolítico <u>altera</u> o potencial do eletrodo de cobre:

  Equação de reação: $H_2(g) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow 2H^+(aq) + Cu^0(s)$

  $$Q = \frac{[H^+]^2}{[Cu^{2+}]\cdot P_{H_2}} = \frac{1}{[Cu^{2+}]\cdot 1} = \frac{1}{[Cu^{2+}]}$$

  Pela equação de Nemst:

  $$E = E^0_{Cu^{2+}/Cu} - \frac{0{,}0592\text{ V}}{2}\log\frac{1}{[Cu^{2+}]}$$

  Se aumentar a $[Cu^{2+}]$ <u>aumenta</u> o valor de E.

- O aumento da temperatura <u>altera</u> o potencial:

  $$E = E^0 - \frac{2{,}303RT}{nF}\log Q$$

  Neste caso <u>diminui</u> o valor de E.

211. a) Lado direito do elemento galvânico: $Hg_2C\ell_{2(s)} + 2e^- \rightleftarrows 2Hg_{(\ell)} + 2C\ell^-_{(aq)}$

Verifica-se que a concentração molar dos íons $C\ell^-$ na solução saturada de $KC\ell$ é maior que nas condições-padrão de 1,0 mol/L. Logo, o potencial do eletrodo é menor, de acordo com a equação de Nernst: $E = E° - \frac{RT}{nF}\ln[C\ell^-]^2$. Se a $[C\ell^-]^2$ aumenta, E diminui.

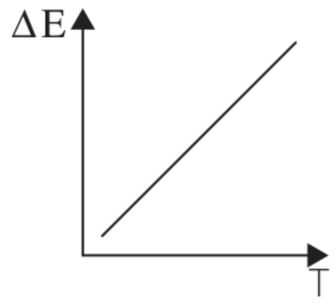
b) No eletrodo à esquerda, temos o eletrólito $Hg^{2+}_{(aq)}$ com concentração molar 0,002 mol/L, ou seja, uma concentração molar menor que as condições-padrão de 1,0 mol/L: $Hg^{2+}_{(aq)} + 2e^- \rightleftarrows Hg_{(\ell)}$. De acordo com a equação de Nernst: $E = E° - \frac{RT}{nF}\cdot\ln\frac{1}{[Hg^{2+}]} \Rightarrow E = E° - \frac{RT}{nF}\cdot\ln\frac{1}{2\cdot10^{-3}} \Rightarrow$

$\Rightarrow E = E° - \frac{RT}{nF}\cdot\ln\left(5\cdot10^2\right)$ ou seja, com a diminuição da $[Hg^{2+}]$ o E diminui.

c) Como o eletrodo esquerdo é igual ao direito nas condições-padrão, temos: $Hg_{(\ell)} / Hg_2C\ell_{2(s)} + 2e^-_{(CM)} \rightleftarrows 2Hg_{(\ell)} + 2C\ell^-_{(aq)}$

No item a) previu-se que o potencial do lado direito é menor, obrigando a meia-célula da esquerda a reduzir.

Sendo $\Delta E = \Delta E^0\ E - \frac{RT}{nF} \times \ln Q_c$ e $\Delta E^0 = 0$ (eletrodos quimicamente iguais): $\Delta E = -\frac{RT}{nF} \cdot \ln Q_c$. Como $Q_c < 1$ ($[C\ell^-]_{esquerda}) < [C\ell^-]_{direita}$): $\ln Qc < 0$ $\Rightarrow \Delta E = \left|\frac{RT}{nF} \cdot \ln Q_c\right|$. Sendo o valor Qc definido e fixo para esta situação, o aumento da temperatura provoca variação linear crescente de como mostra o gráfico:



212. $E_I^0 = -0{,}188$ V

213. A

214. A

215. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

216. D

217. E

218. $t \simeq 4{,}2.10^9$ anos

219. A

Frente 3 – IME

220. a) $E_{metal} = 29{,}5$ g / eq – g

b) $E_{ácido} = 37{,}5$ g / eq – g

c) $m_{H_2SO_4} = 98$g

d) $Ma_{Me} = 59$u

e) $Me_3O_4 + 8HC\ell \rightarrow MeC\ell_2 + 2MeC\ell_3 + 4H_2O$

221. $42H^+ 3Cr_2O_7^{2-} + 6Fe^{2+} \longrightarrow 6Cr^{3+} + 6Fe^{3+}$

222. 7,38 kg

223. a) I. 6, 3, 2, 4, 3, 3; II. 2, 16, 2, 2, 8, 5.

b) I. $KC\ell O_3$; II. $HC\ell$

c) I. $KC\ell O_3$; II. $KMnO_4$

224. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

225. a) $NaNO_2$; nitrito de sódio; sal inorgânico.

b) 138 g

226. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

227. 27,0 g

228. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

229. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

230. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

231. a) $\Delta S^0 = -0{,}18$ kJ/K · mol

b) Como $\Delta G^0 < 0$ (item anterior), a reação da pilha é espontânea.

c) $(\Delta S^0)_{vizinhança} > 0$

232. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

233. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

234. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

235. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

236. 11,3 h

237. a) 3,312 kg

b) $\Delta G = -3{,}86 \cdot 10^5$ J/mol_{Pb}

238. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

239. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

240. 20 A

241. Resolução disponibilizada pelo professor no HD virtual.

242. 1.206 s

243. a) $^{94}_{38}Sr$; $^{139}_{54}Xe$

b) $1{,}74 \cdot 10^{13}$ J

244. a) I. $^4_2\alpha$

b) II. $^0_{-1}\beta$

c) III. ^1_0n

d) IV. $^0_{+1}\beta$

e) V. $^0_{-1}\beta$

245. $2{,}4 \cdot 10^7$ átomos

246. 1,14 g

247. $^{59}_{27}Co = 99{,}672\%$; $^{60}_{27}Co = 0{,}328\%$

248. $(m_0)_{U^{235}} = 22{,}78\%(m_0)_{U_{total}}$

249. $h = p \cdot \frac{m_x}{M_x} \cdot \frac{RT_b}{V_b \rho g} \cdot \left(1 - e^{\frac{\ell n 0{,}5}{\tau_{1/2}} \cdot t}\right)$

250. a) $V_L = \frac{A_S}{A_A} \cdot V_A \cdot e^{\left(\frac{\ell n 2}{t_{1/2}} \cdot D\right)}$

b) $V_L = \frac{A_S}{A_A} \cdot V_A$

251. $t = \ln\left[1 - \frac{(4PV + mRT - PM_{AR}V)M}{RTmM_{AR}}\right]^{-\tau}$

Frente 3 – IME 1ª Fase

252. B

Frente 4 – ITA

253. D

254. E

255. a) 0,39

b) 291 torr

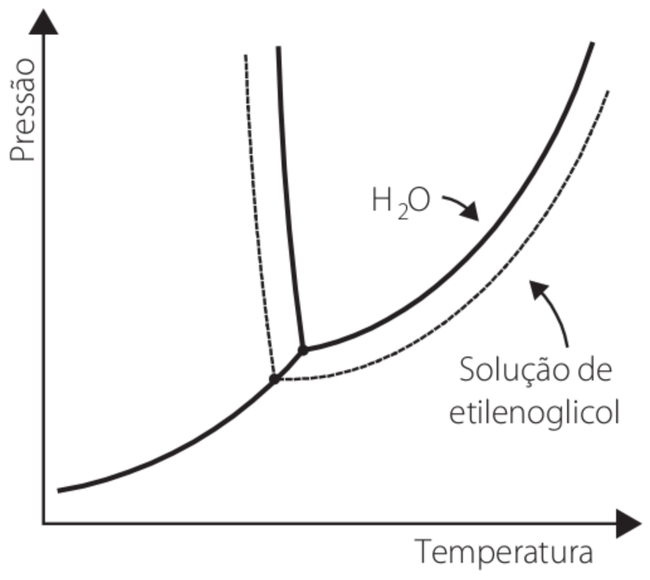
c) 0,68

256. B **259.** B **262.** D

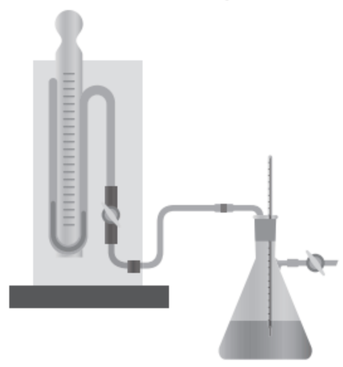
257. C **260.** D **263.** A

258. C **261.** D **264.** A

265. Devido às propriedades coligativas da solução de etilenoglicol, ocorrerá, a pressão constante, um aumento na temperatura de ebulição e um abaixamento na temperatura de fusão, conforme ilustra o gráfico.



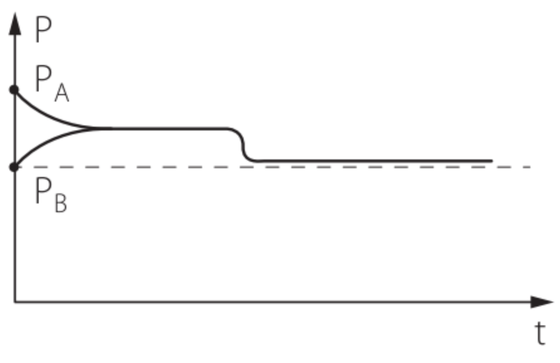
266. Mantendo a temperatura constante em 30 °C e fechando a torneira do kitassato, a pressão de vapor será a diferença na altura da coluna de mercúrio.



267. B

268. Inicialmente, devido ao efeito tonoscópico, a pressão em A (solvente puro) é maior que em B (solução aquosa de soluto não volátil). Quando a válvula V é aberta, as pressões se igualam. Porém, o líquido em A (5mL), por osmose, onde o ar é a membrana semipermeável, passa para B (1L). Com isso, o líquido B sofre uma discreta diluição, e faz com que a sua pressão máxima de vapor seja ligeiramente maior que P_A.

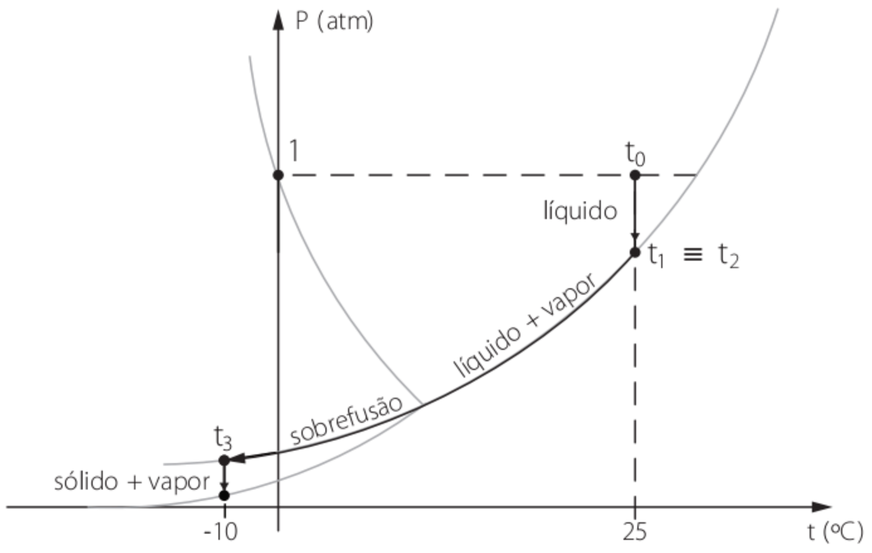
a)



b) O volume de líquido em A diminui até desaparecer e em B aumenta. A pressão em A diminui até tornar-se constante. Em B, aumenta e posteriormente diminui, até permanecer constante.

269. B

270.



271. B

272. Um líquido, exposto à atmosfera, entra em ebulição quando sua pressão de vapor se iguala à pressão atmosférica. Logo, a água exposta a uma pressão de 0,7 atm entra em ebulição a uma temperatura menor que quando exposta a uma pressão de 1 atm.

273. C **276.** B **279.** C **282.** C

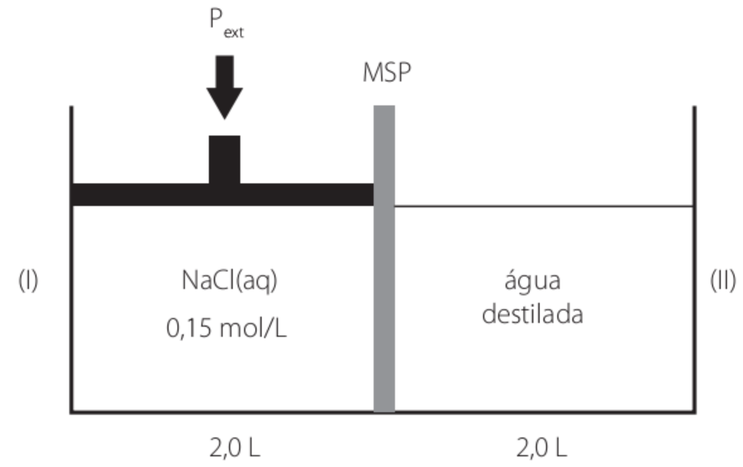
274. –3,72 °C **277.** B **280.** C **283.** B

275. C **278.** C **281.** E

284. Em primeiro lugar, divide-se um recipiente em dois por uma membrana semipermeável resistente. Após, em um dos lados coloca-se 2,0 L da solução 0,15 mol/L de NaCl e, no outro, 2,0 L de água destilada.

Como se deve utilizar os princípios envolvidos no fenômeno da osmose, será aplicada sobre a solução aquosa, por meio de êmbolo móvel, uma pressão externa superior à pressão osmótica da solução. Assim, será observada a osmose reversa, ou seja, a passagem de solvente da solução para a água destilada, através da membrana semipermeável.

A figura a seguir ilustra o esquema citado:



Assim que o volume no compartimento (I) se reduzir a 1,0 L, o processo é interrompido. Dessa forma, se obtém 1,0 L de solução 0,3 mol/L de NaCl no compartimento (I). Por outro lado, no compartimento (II), são observados 3,0 L de água destilada. Portanto, para finalizar o processo, basta promover a separação de 1,0 L de água destilada com o apoio de qualquer aparelho capaz de medir volume. Dessa forma, cumpre-se o proposto no enunciado.

285. a) Lado 1

b) Lado 1: 240g; Lado 2: 120g

c) Abaixamento da pressão máxima de vapor pela adição de soluto não-volátil – propriedade coligativa. O equilíbrio é dinâmico, entre a condensação e a evaporação de solvente.

d) Com a temperatura superior, o equilíbrio se estabelecerá de forma mais rápida, mas a quantidade de água nos dois lados não será diferente em ambas as temperaturas.

286. B **288.** D **290.** B **292.** A **294.** B

287. E **289.** C **291.** D **293.** A **295.** B

Frente 4 – IME

296. $\frac{\Delta P}{P_0} = 0,01$

297. MM = 46,09 u

C_2H_5OH

298. 1,2 kg

299. 1.993,5 mL

300. N = 71

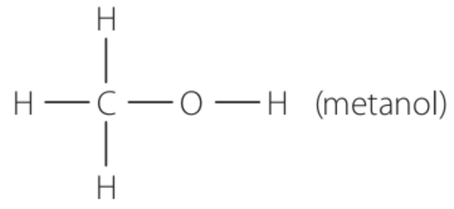
301. $C_8H_8O_4$

302. $K_c = 2$ °C/molal; $K_e = 0,5$ °C/molal

303. a) $C_6H_{12}O_6$

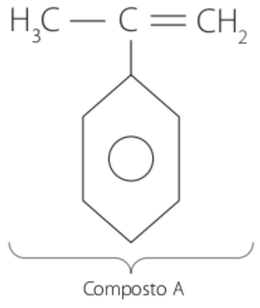
b) 2688L

304. a)



b) 3,2 kg

305. $H_3C - C = CH_2$



306. $\Delta T_c = 2,07$ °C

307. MM = $2,4 \cdot 10^5$ u

PORTUGUÊS

keira01/iStockphoto.com

MÓDULO ITA

1 **ITA 1987**

O ENGENHEIRO

"A luz, o sol, o ar livre
envolvem o sonho do engenheiro.
O engenheiro sonha coisas claras:
superfícies, tênis, um copo de água.

O lápis, o esquadro, o papel;
o desenho, o projeto, o número;
o engenheiro pensa o mundo justo,
mundo que nenhum véu encobre."

Sempre guiado pela razão, sua poesia jamais é sentimental ou melosa. Criou um estilo seu: estilo seco e despojado de verbalismo. O racionalismo é a marca principal de sua obra.
As estrofes acima são extraídas de um de seus poemas. Seu autor é:

A **Cassiano Ricardo**
B **Cecília Meireles**
C João Cabral de Melo Neto
D Jorge de Lima
E Augusto dos Anjos

2 **ITA 1987** Pelas características formais e pelo conteúdo apresentado, o poema faz parte do estilo chamado de:

A Barroco
B Parnasianismo
C Simbolista
D Modernista
E Romântico

3 **ITA 1987** Com as "Espumas Flutuantes" ele se impôs como um poeta original, fortemente impressivo, comovente e, pela riqueza verbal, até empolgante. Entretanto, foram suas veementes denúncias contra a nossa "seara vermelha" (alguns poemas: "Adeus, meu canto", "A Cruz da Estrada", "A Cachoeira de Paulo Afonso") que lhe deram um sentido de presença mais viva na evolução de nossa história, popularizando-o como o mais eloquente, o mais aplaudido e o mais influente dos nossos poetas do abolicionismo e do republicanismo.

A Gonçalves Dias
B Castro Alves
C Gonçalves Magalhães
D Tobias Barreto
E Casimiro de Abreu

4 **ITA 1987** Ao afirmar que "o assunto poético é a conclusão mais antipsicológica que existe. A impulsão lírica é livre, independente de nós; independe de nossa inteligência. Pode nascer de uma réstia de cebolas como de um amor perdido", o ensaísta, contista, romancista e poeta, autor de "Lira Paulistana", _____, explana com clareza o problema do assunto poético para os _____.

A Cruz e Sousa – parnasianistas
B Cruz e Sousa – simbolistas
C Mário de Andrade – modernistas
D Oswaldo de Andrade – modernistas
E Haroldo de Campos – concretistas

5 **ITA 1987** "Vitorino Carneiro da Cunha mandava no que era seu, na sua vida. As feridas que lhe abriam no corpo nada queriam dizer. Não havia força que pudesse com ele. Os parentes se riam de seus rompantes, de suas fraquezas. Eram todos uns pobres ignorantes, verdadeiros bichos que não sabiam onde tinham as ventas [...].
Todos tinham medo do governo, todos iam atrás de José Paulino e de Quinca do Engenho Novo, como se fossem carneiros de rebanho. Não possuía nada e se sentia como se fosse senhor do mundo".
Capitão Vitorino, espécie de herói quixotesco, sempre lutando por justiça, ao lado dos humildes e contra os donos de terra, é personagem do romance _____, de _____.

A "Fogo Morto" – José Lins do Rego
B "O Quinze" – Rachel de Queiroz
C "Chapadão do Bugre" – Mário Palmério
D "São Bernardo" – Graciliano Ramos
E "O Tempo e o vento" – Érico Veríssimo

6 **ITA 1987** Tem sido um dos mais persistentes reveladores do poético no prosaico e no quotidiano. Soube encontrar, nos elementos mais singelos e humildes, o sinal luminoso e inefável que provoca a inspiração: poeta de camelôs, que dão aos homens que passam apressados "uma lição de infância"; da pensão familiar, condenada à trivialidade; do beco, reduto de prostitutas e malandros; de "João Gostoso", carregador de feira livre, e de "Misael", funcionário da Fazenda, já velhote e, contudo amante obstinado.

A Manuel Bandeira
B Carlos Drummond de Andrade
C João Cabral de M. Neto
D Jorge de Lima
E Mário de Andrade

7 **ITA 1987**

Poética
Estou farto do lirismo comedido
Do lirismo bem comportado
Do lirismo funcionário público com livro de ponto expediente e manifestações de apreço ao Sr. Diretor.
Estou farto do lirismo que pára e vai averiguar no dicionário o Cunho vernáculo de um vocábulo.
Abaixo os puristas
.....

Nesses versos, contestando metafórica e ironicamente o lirismo protocolar, limitado e subserviente do movimento que o precedeu, o poeta refere-se principalmente ao formalismo e purismo dos:

A modernistas
B simbolistas
C parnasianos
D românticos
E naturalistas

Texto para as questões 8 e 9.

Para compreendê-las, é preciso levar em conta que a linguagem tem, pelo menos, três funções primordiais, que não se resolvem em unidade.

Ela é um meio precípuo de exteriorização psíquica espontânea de estados d'alma. Com isso não se confunde, evidentemente, o seu papel de meio de atuação sobre o próximo na vida em comum.

Enfim, estrutura a nossa experiência mentada (para usarmos o neologismo filosófico dos espanhóis), dando-lhe uma pauta para desenvolver-se e uma forma para consubstanciar-se. Há para considerar, em consequência, a manifestação anímica, a atuação social ou apelo e a representação mental.

J. Mattoso Câmara Jr., *Contribuição à Estilística Portuguesa*

8 **ITA 1987** Dadas as afirmações:

I. As três funções, como são destacadas, encontram correspondência na poesia, relacionando-se-lhes, respectivamente, em essência, o gênero lírico, o drama e a épica.
II. Na poesia romântica, embora possam ocorrer as três funções, há um predomínio de "manifestação anímica".
III. O imperativo e o vocativo podem ser considerados como recursos típicos para a realização da função de "apelo ou de atuação social".

Deduzimos que, de acordo com o texto, pode(m) estar correta(s):

A todas.
B apenas I.
C apenas a II.
D apenas a III.
E nenhuma das afirmações.

9 **ITA 1987** Considerando as características das funções de linguagem apresentadas, qual das correlações abaixo é menos frequente e não predominante?

A Poesia / manifestação anímica.
B Anúncios comerciais / atuação social ou apelo.
C Uma revista de Psicologia / representação mental.
D Textos científicos / manifestação anímica.
E Bulas de medicamentos / representação mental.

10 **ITA 1988** Rita Baiana, que personifica a sensualidade da mulata brasileira, é personagem da obra ".....", de .....

A O Mulato – Aluísio de Azevedo
B O Cortiço – Aluísio de Azevedo
C Dona Flor e Seus Dois Maridos – Jorge Amado
D O País do Carnaval – Jorge Amado
E Essa Negra Fulô – Jorge de Lima

11 **ITA 1988** Qual dos nomes abaixo, personagens principais de consagradas obras da Literatura Brasileira, pertence à mesma obra em que figura Rita Baiana?

A Madalena
B Lívia
C Virgília
D Luisinha
E Bertoleza

12 **ITA 1988** "A partir de 'Claro Enigma' o desencanto que sobreveio á fugaz experiência da poesia política tem ditado ao poeta um de seus modos principais de compor o poema: escavar o real mediante um processo de interrogação e negações que acaba revelando o vazio à espreita do homem no coração da matéria e da História. O mundo define-se como um 'vácuo atormentado/ um sistema de erros'. Se há um existencialismo nihilista codificado em poesia, ele se colhe da leitura de poemas aturadamente reflexivos como 'A Ingaia Ciência', 'O Enterrado vivo', e se nos dá abertamente em certos fechos escritos sob o signo do não."
As afirmações acima referem-se ao autor do poema "O Boi":

A João Cabral de Melo Neto
B Jorge de Lima
C Carlos Drummond de Andrade
D Augusto dos Anjos
E Mario Quintana

13 **ITA 1988**

I. No século XVII começa a moldar-se uma literatura brasileira, embora ainda nitidamente influenciada pelos padrões estéticos portugueses, que naquela época se pautavam pelo figurino internacional da "arte barroca".

II. A publicação dos "Suspiros Poéticos e Saudade" constitui um marco literário, pois com esta obra começa a literatura nacional e particularmente a fase romântica, a qual muito contribuiu para o processamento de nossa autonomia e maturidade literárias.

III. A década de 1870 encerra uma reação de fundo espiritualista sobre o ambiente saturado de materialismo e cientificismo.

A Só a proposição I é correta.
B Só a proposição II é correta.
C Só a proposição III é correta.
D As proposições I e II são corretas.
E As proposições II e III são corretas.

14 ITA 1988

I. A cor negra é certamente um condicionante da produção poética de Alphonsus Guimarães, traspassada de ponta a ponta pela dor e pelo desespero. Daí em grande parte a espécie de "banzo" mortal e a obsessão do "branco" que dominam a sua obra.

II. O modernismo, inicialmente, circunscreveu-se de modo geral à ambiência brasileira; volta-se depois para o homem e sua problemática como indivíduo e ser social; e profundamente esteticista em 1945, cultivando em grau acentuado a disciplina formal.

III. Graças à combinação de estilos, pode o leitor apreciar em "Vidas Secas" a realidade da região denunciada pelo autor (as miseráveis condições de vida, a iniquidade da estrutura social, o atraso civilizacional...) como observador alheio, ou senti-la do ponto de vista das personagens, cujo reduzido mundo mental se revela pelo discurso indireto livre.

A Só a proposição I é correta.
B Só a proposição II é correta.
C Só a proposição III é correta.
D As proposições I e II são corretas.
E As proposições II e III são corretas.

15 ITA 1988

I. Gregório de Matos oscilou entre dois planos: o sagrado e o profano, o sublime e o grotesco, a elevação espiritual e a vulgaridade, o amor puro e o pecado, a busca de Deus e as solicitações terrenas.

II. "Urupês", "Cidades Mortas" e "Negrinha", livros de contos, centralizam a experiência regionalista de Simões Lopes Neto.

III. "Pau-Brasil" e "Antropofagia" têm em comum a liberação do instinto, a valorização da inocência dionisíaca dos primitivos, emanando, em boa parte, a projeção da personalidade vigorosamente anárquica e criadora de Mário de Andrade.

A Só a proposição I é correta.
B Só a proposição II é correta.
C Só a proposição III é correta.
D As proposições I e II são corretas.
E As proposições II e III são corretas.

16 ITA 1988

I. Como narrador e protagonista dos eventos relatados, Riobaldo é a personagem central de "Grande Sertão: Veredas", que é, por recorrência, a história de sua própria vida.

II. Os colegas de Sérgio, personagem central em torno do qual gira o mundo do "Ateneu", apresentam-se essencialmente como tipos: Rebelo, por exemplo, é o aluno modelo, para o qual todos os demais são inferiores e sem importância; Franco é vítima, o mártir; Sanches é o sedutor.

III. Paradoxal, virulento e pessimista, Raul Bopp é, na maioria de seus poemas, o cantor da "carne em putrefação".

A Só a proposição I é correta.
B Só a proposição II é correta.
C Só a proposição III é correta.
D As proposições I e II são corretas.
E As proposições II e III são corretas.

17 ITA 1988

A história cronologicamente se desenvolve num período intermediário de duas estiagens, e a característica cíclica do fenômeno está muito bem simbolizada pelos capítulos extremos, apropriadamente denominados "Mudança" e "Fuga". Os do meio retratam momentos de existência simples, sem mistério, transcendência ou grandes esperanças dos pobres viventes. Esmagados pela agressividade do clima e obrigados a deslocamentos periódicos, suas aspirações reduzem-se apenas às possibilidades de sobrevivência e, daí, o primitivismo de suas constituições psicológicas, o atrofiamento das faculdades intelectuais, inclusive do raciocínio e da expressão: pouco falam; traduzem por gestos, monossílabos ou frases soltas e incompletas suas apreensões, desgostos ou aprovações.

As informações acima referem-se ao romance "_____" de _____.

A Os Sertões – Euclides da Cunha
B Vidas Secas – Graciliano Ramos
C Terras do Sem Fim – Jorge Amado
D O Quinze – Rachel de Queiroz
E A Bagaceira – José Américo de Almeida

18 ITA 1988

Vozes veladas, veludosas vozes,
volúpias dos violões, vozes veladas,
vagam nos velhos vórtices velozes
dos ventos, vivas, vãs, vulcanizadas.

Os recursos estilísticos caracterizam um poema _____, cujo autor deve ser _____.

A simbolista, Cruz e Sousa
B parnasiano, Alberto de Oliveira
C romântico, Gonçalves Dias
D modernista, Manuel Bandeira
E neoclássico, Cláudio Manuel da Costa

Nas questões **19** e **20** você deve indicar a opção que melhor preenche o espaço disponível, observando a adequabilidade das palavras ou locuções, a coerência e a gramática.

19 **ITA 1989** "O _____ representa o resultado final de um desenvolvimento que se iniciou com o Romantismo, isto é, com a descoberta da metáfora como célula germinal da poesia, descoberta que conduziu à riqueza da imagística impressionista; mas assim como se distanciou do Impressionismo por causa de sua visão _____ do mundo, e do _____ em virtude de seu formalismo e racionalismo, ele _____ o Romantismo devido ao seu emocionalismo e ao convencionalismo de sua linguagem metafórica."

A Simbolismo – materialista – Parnasianismo – repeliu
B Realismo – cientificista – Concretismo – anuiu a
C Modernismo – otimista – Simbolismo – refletiu
D Parnasianismo – impassível – Barroco – execrou
E Modernismo – ufanista – Arcadismo – apologizou

20 **ITA 1989** "Em 1886 era _____ a luta do governo francês _____ Igreja católica, _____ então o ensino religioso nas escolas, isto é, preparando-se a geração de ateus e _____, que deviam dirigir e orientar a educação da juventude."

A infringida – a favor da – discriminando-se – imorais
B arrefecida – com a – prescrevendo – incrédulos
C encetada – contra – proscrevendo-se – amorais
D principiada – pela – superestimando – heréticos
E instituída – na – revogando-se – sépticos

21 **ITA 1989** "Vivia longe dos homens, só se dava bem com animais. Os seus pés duros quebravam espinhos e não sentiam a quentura da terra. Montando, confundia-se com o cavalo, grudava-se a ele. E falava uma linguagem cantada, monossilábica e gutural, que o companheiro entendia. A pé, não se aguentava bem. Pendia para um lado, para o outro lado, cambaio, torto e feio. Às vezes utilizava nas relações com as pessoas a mesma língua com que se dirigia aos brutos – exclamações, onomatopeias. Na verdade falava pouco. Admirava as palavras compridas e difíceis da gente da cidade, tentava reproduzir algumas, em vão, mas sabia que elas eram inúteis e talvez perigosas."

O texto transcrito pertence a um dos mais conhecidos romances da Literatura Brasileira.

Considere respectivamente:
I. O título do romance.
II. Nome da personagem principal.
III. Tema central da obra.

A I. Menino do Engenho; II. Sinhá Vitória; III. A decadência da sociedade patriarcal.
B I. Fogo Morto; II. Capitão Vitorino; III. A vida do povo no campo.
C I. Grande Sertão: veredas; II. Diadorim; III. O sertão deixa de ser limitado pelo aspecto geográfico para representar o próprio mundo, e o sertanejo passa a simbolizar o próprio ser humano com seus problemas eternos e universais.
D I. São Bernardo; II. Paulo Honório; III. Descrição e análise psicológica das personagens, e abordagem sócio-política.
E I. Vidas Secas; II. Fabiano; III. Flagelo da seca condicionando o comportamento das pessoas e animalizando-as.

22 **ITA 1989** Leia:

Do sonho as mais azuis diafaneidades
Que fuljam, que na estrofe se levantem
E as emoções, todas as castidades
Da alma do verso, pelos versos cantem.
Que o pólen de ouro dos mais finos astros
Fecunde e inflame a rima clara e ardente...
Que brilhe a correção dos alabastros
Sonoramente, luminosamente.

No texto acima, do poema "_____", de autoria de _____, encontram-se enfeixados os fundamentos estéticos do _____.

A Profissão de Fé – Olavo Bilac – Parnasianismo.
B Poética – Manuel Bandeira – Modernismo.
C Prefácio Interessantíssimo – Mário de Andrade – Modernismo.
D Antífona – Cruz e Sousa – Simbolismo.
E Broquéis – Alphonsus de Guimaraens – Simbolismo.

23 **ITA 1989** As afirmações a seguir referem-se à obra "D. Casmurro". Apenas uma delas é incorreta. Assinale-a:

A Quanto ao foco narrativo, o "eu" do narrador se identifica com a personagem central do romance, transformando-se em uma espécie de diário íntimo da personagem Bentinho.
B Bentinho constitui a personagem que primordialmente realiza a função emotiva ou expressiva, pois o foco narrativo vem de Bentinho e dele derivam os sentimentos, as ideias e as sensações com relação às personagens que com ele entram diretamente em contato: Capitu, Dona Glória, José Dias, Escobar, Ezequiel.

C Machado de Assis, deslocando o foco narrativo para o narrador-protagonista, adota uma atitude que, aparentemente, retira do autor do romance a responsabilidade pelo que está sendo relatado. Ele como que se isenta da culpa do que ali vai sendo narrado, pois é a personagem Bentinho quem fala diretamente ao leitor.

D A ação é essencialmente psicológica e limita-se ao processo da conquista realizada por Capitu e à consequente queda e destruição interior de Bentinho.

E A ação desenvolve-se em torno das tentativas de uma explicação do adultério cometido por Capitu, e esta dúvida é dirimida ao leitor no final do romance.

24 **ITA 1989** Em uma de suas obras retoma uma forma poética de tradição ibérica (composição de caráter popular escrita em redondilhas), para reconstruir um dos mais importantes episódios da nossa história e extrair, de um fato passado, datado, limitado geográfica e cronologicamente, valores que são eternos e significativos para a formação de um povo. Trata-se de "uma história feita de coisas eternas e irredutíveis: de ouro, amor, liberdade, traições..."
E exatamente para o mais eterno desses valores – a liberdade – dedica uma das mais belas estrofes de nossa literatura:

Atrás de portas fechadas,
à luz de velas acesas,
entre sigilo e espionagem
acontece a Inconfidência.
Liberdade, ainda que tarde
ouve-se em redor da mesa.
E a bandeira já está viva
e sobe na noite imensa.
E os seus tristes inventores
já são réus - pois se atreveram
a falar em liberdade.
Liberdade, essa palavra
que o sonho humano alimenta
que não há ninguém que explique
e ninguém que não entenda.

Referimo-nos à obra "_____" de _____.

A Confidência do itabirano – Carlos Drummond de Andrade
B Triste Fim de Policarpo Quaresma – Lima Barreto
C Vila Rica – Cláudio Manuel da Costa
D Romanceiro da Inconfidência – Cecília Meireles
E Cartas Chilenas – Tomás Antônio Gonzaga

25 **ITA 1989** Na fase pré-modernista, sua poesia é predominantemente simbolista ou parnasiana. A partir de "Vamos caçar papagaios", procura fixar a brasilidade. É a fase do verde-amarelismo. Desse período a obra mais importante é "Martin Cererê", em que o poeta recria a conquista do Brasil, a penetração bandeirante, até a modernização de São Paulo sob a influência do café e do imigrante.
As informações acima referem-se a:

A Raul Bopp
B Cassiano Ricardo
C Oswald de Andrade
D Menotti Del Picchia
E Guilherme de Almeida

26 **ITA 1989** "Uniram-se os três. Convivência trouxe intimidade. Pouco depois morreu a mãe de Camilo, e nesse desastre que o foi, os dois mostraram-se grandes amigos dele. Vilela cuidou do enterro, dos sufrágios e do inventário; Rita tratou especialmente do coração, e ninguém o faria melhor."
O texto acima transcrito pertence a um dos conhecidos contos da Literatura Brasileira. Trata-se de:

A A missa do Galo.
B A cartomante.
C Insônia.
D Frederico Paciência.
E Feliz Aniversário.

27 **ITA 1989** Uma das afirmações abaixo é incorreta.
Assinale-a:

A O escritor árcade reaproveita os seres criados pela mitologia greco-romana, deuses e entidades pagãs. Mas esses mesmos deuses convivem com outros seres, do mundo cristão.

B A produção literária do Arcadismo brasileiro constitui-se sobretudo de poesia, que pode ser lírico-amorosa, épica e satírica.

C O árcade recusa o jogo de palavras e as complicadas construções da linguagem barroca, preferindo a clareza, a ordem lógica na escrita.

D O poema épico "Caramuru", de Santa Rita Durão, tem como assunto o descobrimento da Bahia, levado a efeito por Diogo Álvares Correia, misto de missionário e colono português.

E A morte de Moema, índia que se deixa picar por uma serpente, como prova de fidelidade e amor ao índio Cacambo, é o trecho mais conhecido da obra "O Uraguai", de Basílio da Gama.

28 **ITA 1989** Uma das afirmações é incorreta. Assinale-a:

A O lema dos parnasianos era "Arte pela Arte", e o assunto não representava o elemento principal do poema.

B O parnasiano típico acabará deleitando-se na nomeação de vasos de leques chineses, flautas gregas, taças de coral, ídolos de gesso em túmulos de mármore. Alberto de Oliveira é o grande mestre desses detalhes descritivos.

C O Modernismo brasileiro combateu a tendência realista de pesquisa da realidade brasileira, que serviu de alicerce ao nacionalismo, e reagiu contra os movimentos artísticos europeus de vanguarda.

D Em alguns aspectos o Simbolismo representa uma retomada de certos valores românticos, aprofundando o espírito místico e religioso e elaborando bem mais os aspectos formais do poema.

E Alguns elementos presentes em "Macunaíma", de Mário de Andrade: lendas indígenas, estilo de paródia, linguagem falada, provérbios e supertições populares.

Texto para as questões 29 e 30.

A UM POETA

Longe do estéril turbilhão da rua,
Beneditino, escreve! No aconchego
Do claustro, na paciência e no sossego,
Trabalha, e teima, e lima, e sofre, e sua!

Mas que na forma se disfarce o emprego
Do esforço; e a trama viva se construa
De tal modo, que a imagem fique nua
Rica mas sóbria, como um templo grego.

Não se mostre na fábrica o suplício
Do mestre. E, natural, o efeito agrade,
Sem lembrar os andaimes do edifício:

Porque a Beleza, gêmea da Verdade,
Arte pura, inimiga do artifício,
É a força e a graça na simplicidade.

29 **ITA 1990** Dadas as afirmações:

I. O referencial de perfeição e o retorno aos motivos clássicos – ideais propostos pelo autor – remetem-nos a um texto tipicamente simbolista.

II. Acentua-se no texto o caráter antirromântico do movimento a que pertenceu o autor dos versos: valorização do racional e do universal.

III. Evidenciam-se no texto alguns dos princípios básicos da estética parnasiana.

Inferimos, de acordo com o texto, que:

A todas estão corretas.

B todas estão incorretas.

C apenas a I está incorreta.

D apenas a II está incorreta.

E apenas a III está incorreta.

30 **ITA 1990** Assinale a opção em que figuram autores representativos do movimento estético cujos preceitos básicos estão explicitados no texto:

A Olavo Bilac, Alberto de Oliveira, Raimundo Correia

B Cruz e Sousa, Alphonsus Guimaraens, Afonso Schimidt

C Gonçalves Dias, Castro Alves, Álvares de Azevedo

D Raimundo Correia, Machado de Assis, Pedro Kilkerry

E Emiliano Perneta, Raul Bopp, Mário Pederneiras

Nas questão **31** você deve indicar a opção que melhor preenche o espaço disponível, observando a adequabilidade das palavras ou locuções, a correção gramatical, a coerência e a sequência das ideias.

31 **ITA 1990** "_____ vê a sociedade sempre em transformação, algo em que a personagem atua, o _____ concebe a mesma sociedade como pronta, _____ a sua personagem nada faz para modificá-la, influenciados que estão os autores desta tendência pela doutrina _____."

A Enquanto o Realismo – Naturalismo – razão por que – determinista

B Na medida que o Naturalismo – Realismo – visto que – nihilista

C Ao passo que o Parnasianismo – Naturalismo – por quanto – positivista

D Como o Realismo – Naturalismo – razão porque – materialista

E Conquanto o Evolucionismo – Pragmatismo – posto que – cientificista

Textos para a questão 32.

Texto I: *Descansem o meu leito solitário*
( ) *Na floresta dos homens esquecida,*
À sombra de uma cruz, e escrevam nela:
– Foi poeta – sonhou – e amou na vida.

Texto II: *Serenidades etereais d' incensos,*
( ) *de salmos evangélicos, sagrados,*
saltérios, harpas dos Azuis imensos,
névoas de céus espiritualizados.

Texto III: *Mui grande é vosso amor, e meu delito,*
( ) *Porém pode ter fim todo o pecar,*
e não vosso amor, que é infinito.

Texto IV: *Visões, salmos e cânticos serenos,*
( ) *surdinas e órgãos flébeis, soluçantes...*
Dormências de volúpicos venenos
sutis e suaves, mórbidas, radiantes...

32 **ITA 1990** Preencha os parênteses ao lado dos textos dados, obedecendo à seguinte convenção:
a) Barroco
b) Romântico
c) Simbolista
d) Parnasiano
Preenchidos os parênteses, a sequência obtida é:
A b – c – a – c
B c – a – b – b
C b – a – b – a
D a – c – b – a
E c – b – a – c

33 **ITA 1990** "Por ser uma narrativa composta de lendas, mitos indígenas e sertanejos, considera-se a obra uma rapsódia. A personagem central parece encarnar a figura do malandro. Desde o nascimento, em plena floresta amazônica, o herói (ou anti-herói) revela-se sem nenhum caráter. Acompanhado de seus dois irmãos, vem para S. Paulo. Procura o talismã que o gigante Piaiamã havia lhe furtado, conseguindo recuperá-lo. Volta, então, para a Amazônia, onde participa de novas aventuras e morre, transformando-se na Constelação Ursa Maior."
Um dos excertos abaixo pertence à obra a que se referem as informações acima. Assinale-o:
A "– Mas que catingueiros esses! O herói nunca matou viado! Não tinha nenhum viado na caçada não! Gato miador, pouco caçador, gente! Em vez foram dois ratos chamuscados que ele pegou e comeu."
B "– És filho de uma pisadela e de um beliscão; mereces que um pontapé te acabe a casta."
C "O Curupira não é de brincadeira. Não vem fazer "artes" nos sítios e fazendas. Mas ai de quem invade seus domínios, suas verdes florestas cheias de animais felizes e cheias de pássaros que cantam nas ramadas!..."
D "O dia todo, ele chorava, percurava, percurava, não tava acreditando. Eh, arregalava os olhos. Chega que andava em roda, zuretado. Me percurou até em buraco de formigueiro... Mas ele tava com medo de gritar e espiritar a onça, então falava baixinho meu nome... Preto Bijibo tremia, que eu escutava dente estalando, que escutava. Tremia: feito piririca de carne que a gente assa em espeto..."
E "Travou-se a batalha. [...] De um lado o Carão com mais de 400 anos, cinzento, encorujado, de penas híspidas e sujas. Carrança e misoneísta, miolo mole e intransigente. De outro lado o Curupira: ágil, matinal, irônico, onímodo. O Espírito Velho contra o Espírito Novo. Luta de morte. Revolução." [...]

34 **ITA 1990** "Sua obra máxima é um ensaio sociológico e histórico. Da própria divisão da obra em partes, percebe-se a formação positivista e a óptica determinista do narrador: na 1ª parte, o autor analisa o condicionamento geográfico, com o clima exercendo um papel preponderante na formação do meio e do homem, produto desse meio; na 2ª parte, temos a análise da miscigenação e seus efeitos; na última, a descrição do conflito resultante."
As informações acima referem-se à obra _____ de _____.
A "Casa Grande & Senzala" – Gilberto Freyre
B "A Bagaceira" – José Américo de Almeida
C "O Quinze" – Rachel de Queiroz
D "Os Sertões" – Euclides da Cunha
E "São Bernardo" – Graciliano Ramos

35 **ITA 1990** "É com toda a certeza uma das criações mais felizes do 'humour' do escritor, 'humour' que possui a sua nota de patético. Na personagem admiravelmente delineada, o crítico Manoel de Oliveira Lima vislumbrou o Dom Quixote nacional."
As informações acima referem-se à personagem central da obra _____, de _____.
A "Urupês" – Monteiro Lobato
B "Triste fim de Policarpo Quaresma" – Lima Barreto
C "Vestido de Noiva" – Nélson Rodrigues
D "Rua dos Cata-Ventos" – Mário Quintana
E "O Juiz de Paz na Roça" – Martins Pena

36 **ITA 1990** "Seu Ornelas, nessa ocasião, tinha amizade com o delegado Dr. Hilário, rapaz instruído-social, de muita civilidade, mas variado em sabedoria de inventiva, e capaz duma conversação tão singela, que era uma simpatia com ele tratar. – Me ensinou um meio-mil de coisas... A coragem dele era muito gentil e preguiçosa... Sempre só depois do final acontecido era que a gente reconhecia como ele tinha sido homem no acontecer..."
Os elementos referidos no texto acima, bem como os traços estilísticos da linguagem que o compõe, permitem reconhecer nele um excerto de:
A "O Coronel e o Lobisomem", de José Cândido de Carvalho.
B "Os Sertões", de Euclides da Cunha.
C "Vidas Secas", de Graciliano Ramos.
D "Grande Sertão: Veredas", de Guimarães Rosa.
E "Perto do Coração Selvagem", de Clarice Lispector.

37 **ITA 1990** "Esse romance não seguiu os padrões do Romantismo. É considerado um livro de transição para um novo estilo de época: O Realismo/Naturalismo. Observa-se nele a preocupação em retratar uma classe social que não costumava aparecer nas obras do estilo de sua época: o povo remediado. As personagens que aparecem no texto não são idealizadas, pois o narrador incorpora também as características negativas das personagens."

As informações acima melhor se ajustam ao romance:

A "Memórias Póstumas de Bras Cubas".
B "O Ateneu".
C "Memórias de um Sargento de Milícias".
D "O Mulato".
E "A Moreninha".

38 **ITA 1990** Nesta questão associam-se autor, obra e personagem da obra citada. Analise as proposições, tendo em vista as associações corretas.

I. João Cabral de Melo Neto: "*Morte e Vida Severina*"
(Fabiano)
Machado de Assis: "Missa do Galo"
(Mestre Romão)
II. João Guimarães Rosa: "*Sagarana*"
(Hermógenes)
Jorge Amado: "*Capitães da Areia*"
(Antônio Balduíno)
III. Clarice Lispector: "*A Paixão segundo G. H.*"
(Luís da Silva)
Graciliano Ramos: "*Angústia*"
(Sinhá Vitória)
IV. José Cândido de Carvalho: "*O Coronel e o Lobisomem*"
(Coronel Lula)
Raul Pompeia: "*O Ateneu*"
(Escobar)
V. Mário Palmério: "*Chapadão do Bugre*"
(Riobaldo)
Érico Veríssimo: "*Caminhos Cruzados*"
(Ana Terra)

A propósito dessa questão, pode-se afirmar que:

A todas as associações estão corretas em todas as proposições.
B nenhuma proposição apresenta todas as associações corretas.
C apenas as associações das proposições I, II e III estão corretas.
D apenas as associações das proposições I, II e IV estão corretas.
E apenas as associações das proposições II, III e V estão corretas.

39 **ITA 1990** "Os poetas entendem levar às últimas consequências certos processos estruturais que marcaram o futurismo, o dadaísmo e, em parte, o surrealismo, ao menos no que este significa de exaltação do imaginário e do inventivo no fazer poético. São processos que visam a atingir e a explorar as camadas materiais do significante (o som, a letra impressa, a linha, a superfície da página; eventualmente, a cor, a massa) e, por isso, levam a rejeitar toda concepção que esgote nos temas ou na realidade psíquica do emissor o interesse e a valia da obra."

As informações acima referem-se ao movimento _____ da literatura brasileira, e um poeta identificado com a filosofia desse movimento estético é _____.

A Práxis – Augusto dos Anjos
B Pré-Modernista – Mário Quintana
C Concretista – Haroldo de Campos
D Verde-Amarelismo – Menotti del Pichia
E Pau-Brasil – Décio Pignatari

40 **ITA 1991** Assinale o texto que, pela linguagem e pelas ideias, pode ser considerado como representante da corrente Naturalista.

A "... essa noite estava de veia para a coisa; estava inspirada; divina! Nunca dançara com tanta graça e tamanha lubricidade! Também cantou. E cada verso que vinha de sua boca [...] era um arrulhar choroso de pomba no cio. E [...], bêbado de volúpia, enroscava-se todo ao violão; e o violão e ele gemiam com o mesmo gosto, grunhindo, ganindo, miando, com todas as vozes de bichos sensuais, num desespero de luxúria que penetrava até o tutano com línguas finíssimas de cobra."
B "Na planície avermelhada dos juazeiros alargavam duas manchas verdes. Os infelizes tinham caminhado o dia inteiro, estavam horas que procuravam uma sombra. A folhagem dos juazeiros apareceu longe, através dos galhos pelados da catinga rala."
C "Vivia longe dos homens, só se dava bem com animais. Os seus pés duros quebravam espinhos e não sentiam a quentura da terra. Montado, confundia-se com o cavalo, grudava-se a ele. E falava uma linguagem cantada, monossilábica e gutural, que o companheiro entendia."
D "Do seu rosto irradiava singela expressão de encantadora ingenuidade, realçada pela meiguice do olhar sereno [...] Ao erguer a cabeça para tirar o braço de sob o lençol, descera um nada a camisinha de crivo que vestia, deixando nu um colo de fascinadora alvura, em que ressaltava um ou outro sinal de nascença."
E "Hércules-Quasímodo, reflete no aspecto a fealdade típica dos fracos. A pé, quando parado, recosta-se invariavelmente ao primeiro umbral ou parede que encontra; a cavalo, se sofreria o animal para trocar duas palavras com um conhecido, cai logo sobre um dos estribos, descansando sobre a espenda da sela."

41 **ITA 1991** Marque a opção que identifica autor, obra e escola a que pertence o seguinte excerto:

São mulheres desgraçadas
Como Agar o foi também,
Que sedentas, alquebradas,
De longe... bem longe vêm...
Trazendo com tíbios passos,
Filhos e algemas nos braços,
N'alma – lágrimas e fel.

A Fagundes Varela – Vozes da América – Romantismo.
B Basílio da Gama – O Uraguai – Neoclassicismo.
C Castro Alves – O Navio Negreiro – Romantismo.
D Jorge de Lima – Poemas Negros – Modernismo.
E Manuel Bandeira – Cinza das Horas – Modernismo.

42 **ITA 1991** Marque a opção que identifica autor e obra a que pertence o seguinte excerto:

... a verdade é que Marcela não possuía a inocência rústica, e mal chegava a entender a moral do código.

Era boa moça, lépida, sem escrúpulos, um pouco tolhida pela austeridade do tempo, que lhe não permitia arrastar pelas ruas os seus estouvamentos e berlindas; luxuosa, impaciente, amiga de dinheiro e de rapazes. Naquele ano, morria de amores por um certo Xavier, sujeito abastado e tísico, – uma pérola.

A José de Alencar – Senhora.
B Raul Pompeia – O Ateneu.
C Joaquim Manuel de Macedo – A Moreninha.
D Jorge Amado – Jubiabá.
E Machado de Assis – Memórias Póstumas de Brás Cubas.

43 **ITA 1991** As informações abaixo referem-se ao autor (ou autora) do poema "Sugestão".

Não seguiu rigidamente nenhuma corrente do Modernismo brasileiro. Produziu uma poesia lírica, caracterizada por certo misticismo e por um tom melancólico. Estreou com obra de tendência nitidamente simbolista. Alguns de seus livros mostram sua ligação com o grupo espiritualista da revista "Festa". Muitas de suas obras podem ser caracterizadas pela musicalidade, abordando temas como a fugacidade do tempo, a transitoriedade das coisas, a inutilidade da existência, a solidão ou o sonho.

A Cecília Meireles
B Adélia Prado
C João Cabral de Melo Neto
D Jorge de Lima
E Murilo Mendes

44 **ITA 1991** O tema do excerto abaixo relaciona-se à representativa tendência de um determinado estilo literário. Assinale, então, a opção cujos autores pertencem à tendência e ao estilo em questão:

Amei-te sempre: – e pertencer-te quero
Para sempre também, amiga morte.
Quero o chão, quero a terra, – esse elemento
Que não se sente dos vaivéns da sorte.

A Casimiro de Abreu, Visconde de Taunay, José de Alencar.
B Álvares de Azevedo, Fagundes Varela, Junqueira Freire.
C Tomás Antônio Gonzaga, Cláudio Manuel da Costa, Basílio da Gama.
D Castro Alves, Gonçalves Dias, Manuel Antônio de Almeida.
E Gregório de Matos, Padre Vieira, Bernardo Guimarães.

45 **ITA 1991** Marque a opção que identifica autor e período literário a que pertence o seguinte excerto:

Esta foi a origem do pecado original, e esta é a causa original das doenças do Brasil – tomar o alheio, cobiças, interesses, ganhos e conveniências particulares, por onde a justiça se não guarda e o Estado se perde. Perde-se o Brasil, Senhor (digamo-lo em uma palavra), porque alguns ministros [...] não vêm cá buscar o nosso bem, vêm cá buscar nossos bens. Assim como dissemos que se perdeu o mundo, porque Adão fez só a metade do que Deus lhe mandou, em sentido averso – guardar sim, trabalhar não, assim podemos dizer, que se perde também o Brasil, porque alguns dos seus ministros não fazem mais que a metade do que [...] lhes manda.

A Lima Barreto – Pré-Modernismo.
B Padre Bernardes – Neoclassicismo.
C Rui Barbosa – Modernismo.
D Padre Vieira – Barroco.
E Frei José Santa Rita Durão – Arcadismo.

46 **ITA 1992** Qual ou quais das informações abaixo se referem ao autor do poema "Vandalismo"?

I. Um dos seus frequentes recursos morfológicos ou, a rigor, morfossemânticos, é o emprego insólito do substantivo abstrato no plural capaz de sugerir uma dimensão sensível no universo das ideias: diafaneidades, melancolias, quintessências, diluências, cegueiras.
II. Às vezes a oposição do adjetivo concreto ao nome abstrato alcança efeitos raros: brancas opulências, doçuras feéricas.
III. A sua popularidade deve-se ao caráter original, paradoxal, até mesmo chocante, da sua linguagem, tecida de vocábulos esdrúxulos e animada de uma virulência pessimista sem igual em nossas letras.

Está(ão) correta(s):

A apenas a I e a II.
B apenas a II e a III.
C apenas a I e a III.
D apenas a II.
E todas.

47 **ITA 1992** Leia atentamente as informações, relacione-as aos autores apresentados:

I. Os cem sonetos de [...] compõem um cancioneiro onde não uma só figura feminina, mas várias pastoras, em geral inacessíveis, constelam uma tênue biografia sentimental. Os prados e os rios, os montes e os vales servem não só de pano de fundo às inquietações de Glauceste como também de seus confidentes.

II. Resta ver a força artesanal, que é patente em um versejador como [...]. Alguns de seus sonetos sacros a amorosos transpõem com brilho esquemas de Gôngora e Quevedo e valem como exemplo do gosto seiscentista de compor símiles e contrastes para enfunar imagens e destrinchar conceitos.

Autores:

a. Gregório de Matos
b. Cláudio Manuel da Costa
c. Tomás A. Gonzaga
d. Basílio da Gama
e. Alvarenga Peixoto
f. Padre Vieira

A I-c, II-f
B I-d, II-c
C I-e, II-f
D I-b, II-c
E I-b, II-a

48 **ITA 1992** "Tinha-me lembrado a definição que José Dias dera deles, 'olho de cigana oblíqua e dissimulada'. Eu não sabia o que era oblíqua, mas dissimulada sabia, e queria ver se podiam chamar assim. [....] deixou-se fitar e examinar. Só me perguntara o que era, se nunca os vira; eu nada achei extraordinário; a cor e a doçura eram minhas conhecidas. A demora da contemplação creio que lhe deu outra ideia do meu intento; imaginou que era um pretexto para mirá-los mais de perto, com os meus olhos longos, constantes, enfiados neles, e a isto atribuo que entrassem a ficar crescidos, crescidos e sombrios, com tal expressão que..."

O excerto acima faz parte do romance "_____", cuja personagem feminina é _____.

A Memória Póstumas de Brás Cubas – Virgília
B Dona Flor e seus dois maridos – Dona Flor
C D. Casmurro – Capitu
D O Cortiço – Rita Baiana
E Senhora – Aurélia

49 **ITA 1992**

Só os roçados da morte
compensam aqui cultivar,
e cultivá-los é fácil:
simples questão de plantar;
não se precisa de limpar,
de adubar nem de regar;
as estiagens e as pragas
fazem-nos mais prosperar;
e dão lucro imediato;
nem é preciso esperar
pela colheita: recebe-se
na hora mesma de semear.

Os versos acima fazem parte do poema "_____", de _____.

A Cabra marcado para morrer – Ferreira Gullar
B A Túnica Inconsúltil – Jorge de Lima
C O Visionário – Murilo Mendes
D Cobra Norato – Raul Bopp
E Morte e Vida Severina – João Cabral de Melo Neto

50 **ITA 1992** Observe as afirmações abaixo:

I. O 'eu' romântico, objetivamente incapaz de resolver os conflitos com a sociedade, lança-se à evasão. No tempo, recriando a Idade Média Gótica e embruxada. No espaço, fugindo para ermas paragens ou para o Oriente exótico.

II. A natureza romântica é expressiva. Ao contrário da natureza árcade, decorativa. Ela significa e revela. Prefere-se a noite ao dia, pois sob a luz do sol o real impõe-se ao indivíduo, mas é na treva que latejam as forças inconscientes da alma: o sonho, a imaginação.

III. No romantismo, a epopeia, expressão heróica já em crise no séc. XVIII, é substituída pelo poema político e pelo romance histórico, livre das peias de organização interna que marcavam a narrativa em verso. Renascem, por outro lado, formas medievais de estrofação e dá-se o máximo relevo aos metros livres, de cadência popular, às redondilhas maiores e menores, que passam a competir com o nobre decassílabo.

Estão corretas:

A todas.
B apenas a I.
C apenas a I e a II.
D apenas a II e a III.
E apenas a I e a III.

51 **ITA 1992** "Penso em [...] com insistência. Se fosse possível recomeçarmos... Para que enganar-me? Se fosse possível recomeçarmos, aconteceria exatamente o que aconteceu. Não consigo modificar-me, é o que me aflige.

[.....]

[...] entrou aqui cheia de bons sentimentos e bons propósitos. Os sentimentos e os propósitos esbarraram com a minha brutalidade e o meu egoísmo.

Creio que nem sempre fui egoísta e brutal. A profissão é que me deu qualidades tão ruins.

E a desconfiança é também consequência da profissão.

Foi este modo de vida que me inutilizou. Sou um aleijado. Devo ter um coração miúdo, lacunas no cérebro, nervos diferentes dos nervos dos outros homens. E um nariz enorme, uma boca enorme, dedos enormes."

Os excertos acima fazem parte do romance "_____", cuja personalidade feminina é _____.

A Fogo Morto – Marta
B Mar Morto – Lívia
C Vidas Secas – Sinhá Vitória
D São Bernardo – Madalena
E O Mulato – Ana Rosa

52 **ITA 1992** Esse famoso ensaio "_____" é uma espécie de paródia das obras de _____. Através de uma parábola, o autor apresenta a Poesia como uma mulher nua que os homens, com o passar dos tempos, foram cobrindo de roupas e joias, até que um vagabundo genial (Rimbaud) deu um pontapé naquele monte de roupas e deixou outra vez a mulher nua – _____.

A Manifesto da Poesia Pau-Brasil – O. Andrade – a arte moderna.
B A escrava que não é Isaura – B. Guimarães – a poesia moderna.
C Profissão de Fé – Olavo Bilac – a poesia parnasiana.
D Macunaína – M. Andrade – a estética moderna.
E Antífona – Cruz e Sousa – a poesia simbolista.

53 **ITA 1993** Marque a opção que identifica autor e obra a que pertence o excerto abaixo:

Os companheiros eram cerca de vinte; uma variedade de tipos que me divertia. O Gualberto, miúdo, redondo de costas, cabelos revoltos, motilidade brusca e caretas de símio – [...]; o Nascimento, o 'bicanca,' alongado por um modelo geral de pelicano, nariz esbelto, curvo e largo como uma foice; o Almeidinha, claro, translúcido, rosto de menina, faces de um rosa doentio, que se levantava para ir à pedra com um vagar lânguido de convalescente; [...]. O resto, uma cambadinha indistinta, adormentados nos últimos bancos, confundidos na sombra preguiçosa do fundo.

A Bernardo Guimarães – O Seminarista
B Manuel A. de Almeida – Memórias de um Sargento de Milícias.
C Raul Pompeia – O Ateneu
D Aluísio de Azevedo – O Cortiço
E Jorge Amado – Capitães da Areia

54 **ITA 1993** Marque a opção que identifica a obra a que pertence o excerto abaixo:

Não tornei a aparecer por aquelas bandas. Se tornasse, era um tiro de pé de pau na certa, a cara esfolada para não ser reconhecido quando me encontrassem com os dentes de fora, fazendo munganga ao sol, e a supressão da minha fortuna, que eu conduzia dentro de um chocalho grande, arrolhado com folhas e pendurado no arção da sela. Ali estava em segurança: se o dinheiro e as folhas caíssem, o chocalho tocava.

Afinal, cansado daquela vida de cigano, voltei para a mata. Casimiro Lopes, que não bebia água na ribeira do navio, acompanhou-me. Gosto dele. É corajoso, laço rasteja, tem faro de cão e fidelidade de cão.

A Fogo Morto
B Grande Sertão: Veredas
C O Quinze
D São Bernardo
E Vidas Secas

55 **ITA 1993** Assinale a opção cujos versos denunciam características típicas do Simbolismo:

A "Quero que a estrofe cristalina
Dobrada ao jeito
Do ourives, saia da oficina
Sem um defeito."
B "Derrama luz e cânticos e poemas
no verso, e torna-o musical e doce
Como se o coração nessas supremas
Estrofes, puro e diluído fosse."
C "Meu verso é sangue. Volúpia ardente…
Tristeza esparsa… remorso vão…
Dói-me nas veias. Amargo e quente,
Cai, gota, do coração."
D "Descanssem o meu leito solitário
Na floresta dos homens esquecida,
À sombra de uma cruz, e escrevam nela:
– Foi poeta – sonhou – e amou na vida."
E "Abaixo os puristas
Todas as palavras sobretudo os barbarismos universais
Todas as construções sobretudo as sintaxes de exceção
Todos os rítmos sobretudo os inumeráveis"

56 **ITA 1993**

A moça se agitou então a fronte com uma vibração altiva:

– Mas o senhor não me abandonou pelo amor de Adelaide e sim pelo seu dote, um mesquinho dote de trinta contos! […] Desprezasse-me embora, mas não descesse da altura em que o havia colocado dentro da minha alma. Eu tinha um ídolo; o senhor abateu-o de seu pedestal, e atirou-o no pó. Essa degradação do homem a quem eu adorava, eis o seu crime;

O exerto acima é do romance "_____", cujas personagens principais são _____ e _____.

A Memórias de um Sargento de Milícias – Luisinha e Leonardo
B A Escrava Isaura – Isaura e Álvaro
C Senhora – Aurélia e Seixas
D A Moreninha – Carolina e Augusto
E Memórias Póstumas de Brás Cubas – Virgília e o narrador (Brás Cubas)

57 **ITA 1993** Byroniano declarado, […] em seus poemas ora idealiza a mulher, identificando-a com um anjo, ora a representa envolvida por um grande erotismo e sensualidade; nos dois casos, porém, ela é sempre inacessível, distante do poeta. O intenso sentimento de morte e o tema da evasão são outras constantes de sua poesia, quase sempre expressa em um tom triste e amargurado.

As informações acima referem-se a _____, um dos representantes da poesia romântica.

A Castro Alves
B Casimiro de Abreu
C Gonçalves Dias
D Álvares de Azevedo
E Fagundes Varela

58 **ITA 1993** Considere os seguintes versos:

Nasce o sol, e não dura mais que um dia:
depois da luz, se segue a noite escura:
em tristes sombras morre a formosura;
em contínuas tristezas a alegria.

A Esses versos apresentam características típicas do período barroco.
B Não obstante a expressão da brevidade da vida humana e da fugacidade do bem, manifestada através de recursos típicos do período setecentista, trata-se de versos tipicamente árcades.
C O forte sentimento de angústia da irremediável passagem do tempo, por adquirir tom bastante dramático, remete-nos a um poema de características tipicamente românticas.
D O rigor formal dos versos – rima e rítimo – e a descrição impessoal apontam-nos para um poema com características parnasianas.
E A postura profundamente subjetiva do poeta e a valorização da natureza apontam versos exemplificadores da primeira geração de poetas românticos brasileiros.

59 **ITA 1993** Dadas as afirmações:

I. Expressão típica da Antropologia, 'Cobra Norato' segue a mesma linha de Macunaíma: ambas são rapsódias – pois a lenda, o folclore, o poético, o mágico constituem seu traço principal; ambas tratam de uma viagem em que o tempo e o espaço seguem a imaginação criadora dos autores.
II. Em suas obras, José Lins do Rego, além de aproveitar amplamente o material folclórico brasileiro e tematizar as complexas relações do eu com o inconsciente, focaliza especialmente o período de transição do engenho para a usina, apoiando-se na narrativa de cunho memorialista.
III. Se a poesia barroca se caracteriza principalmente pelos jogos de oposições e pelo rebuscamento de linguagem, a poesia lírica arcádica se caracteriza pela racionalização dos sentimentos e pela busca de simplicidade de linguagem.

Pode-se dizer que:

A todas estão corretas.
B apenas a II está correta.
C apenas a II e a III estão corretas.
D apenas a I e a II estão corretas.
E apenas a I e a III estão corretas.

60 **ITA 1994** Assinale a opção que completa corretamente as lacunas:

O _____ alia, de algum modo, a preocupação com a forma do _____ com a valorização da emoção do _____. Desse modo, essa preocupação não se baseia agora no uso de formas fixas e metros perfeitos. O cuidado formal é, portanto, temperado pela preferência do(a) _____ como meio de conhecimento do mundo.

A Parnasianismo – Neoclassismo – Romantismo – purismo
B Modernismo – Simbolismo – Romantismo – iconoclastia
C Simbolismo – Parnasianismo – Romantismo – intuição
D Romantismo – Parnasianismo – Classicismo – racionalismo
E Realismo – Classicismo – Simbolismo – humanismo

61 **ITA 1994**

Nasce o Sol, e não dura mais que um dia,
Depois da Luz se segue a noite escura,
Em tristes sombras morre a formosura,
Em contínuas tristezas a alegria.

De poeta muito conhecido, esta é a primeira estrofe de um soneto em cuja linguagem destacam-se o jogo de contrastes e o uso de construções indiretas. Indique, na relação a seguir, o nome do autor.

A Gregório de Matos
B Jorge de Lima
C Cláudio Manuel da Costa
D Pe. Vieira
E Alphonsus Guimaraens

62 **ITA 1994** "A preocupação com a construção da poesia, encarada como fruto do trabalho paciente e lúcido, é uma constante em sua obra, que também trata, com raro senso de equilíbrio, de problemas sociais. Em uma delas, enveredando pela poesia de fundo histórico, trata do destino trágico de Frei Caneca, condenado à morte em 1825 por sua participação na Confederação do Equador."
As informações acima referem-se a:

A Tomás Antônio Gonzaga
B Jorge de Lima
C Cecília Meireles
D Cláudio Manuel da Costa
E João Cabral de Melo Neto

63 **ITA 1994** Dadas as afirmações:

I. Em "Grande Sertão: Veredas", de Guimarães Rosa, a narrativa contrói-se a partir de um tempo reestruturado pela memória, em que os acontecimentos se classificam segundo uma ordem de importância subjetiva.
II. Em vez de contentar-se com o estudo do homem, em "Angústia" o autor o relaciona intimamente ao da paisagem, estabelecendo entre ambos um vínculo poderoso, que é a própria lei da vida naquela região.
III. Em "Macunaíma", justifica-se a especificação do título – herói sem nenhum caráter, visto que o herói se configura por suas qualidades paradoxais: ao mesmo tempo, ele é preguiçoso e esperto, irreverente e simpático, valente e covarde.

A I e II estão corretas.
B II e III estão corretas.
C I e III estão corretas.
D Todas estão corretas.
E Todas estão incorretas.

64 **ITA 1994** Desde o início, nota-se-lhe o esforço em querer atingir as camadas mais profundas da consciência humana, buscando o significado da existência e da própria atividade de escrever. Por isso, em suas obras, o interesse principal não está no desenvolvimento do enredo; o que lhe importa é investigar a repercussão que os fatos têm sobre a consciência dos personagens. Trata-se de uma literatura introspectiva, que mergulha fundo no interior do ser humano para revelar suas dúvidas e inquietações. Ou nas suas próprias palavras: "Tendo medo de escrever. É tão perigoso. Quem tentou, sabe. Perigo de mexer no que está oculto – e o mundo não está à tona, está oculto em suas raízes submersas em profundidade de mar."
As informações acima referem-se a:

A Graciliano Ramos
B Clarice Lispector
C Mário de Andrade
D Dalton Trevisan
E Nélson Rodrigues

65 **ITA 1994** Decretando o fim do verso abolindo o (a) _____, esses vanguardistas procuram elaborar novas formas de comunicação poética em que predomine o aspecto material do signo, de acordo com as transformações ocorridas na vida moderna. Nesse sentido, o (a) _____ explora basicamente o (a) _____, jogando com formas, cores, decomposição e montagem das palavras etc., criando estruturas que se relacionam visualmente.

A sintaxe tradicional – Concretismo – significante
B metrificação – Poesia-práxis – significado
C lirismo – Poema-processo – concreto
D versificação – Neoconcretismo – sonoridade
E sintaxe – Bossa Nova – ritmo

66 **ITA 1994** "[...] Os sentimentos e os propósitos esbarraram com a minha brutalidade e o meu egoísmo.
Creio que nem sempre fui egoísta e brutal. A profissão é que me deu qualidades tão ruins. E a desconfiança terrível, que me aponta inimigos em toda a parte.
A desconfiança é também consequência da profissão. Foi este modo de vida que me inutilizou. Sou um aleijado. Devo ter um coração miúdo, lacunas no cérebro, nervos diferentes dos nervos de outros homens. E um nariz enorme, uma boca enorme, dedos enormes."
Este excerto faz parte do romance "_____", cuja personagem central, _____, apresenta-nos uma imagem que contrasta, pela força negativa da descrição, com a imagem do herói convencional.

A Terra do sem fim – Juca Badaró
B Fogo Morto – José Amaro
C Vidas Secas – Fabiano
D Menino do Engenho – Antonio Silvino
E São Bernardo – Paulo Honório

67 **ITA 1994** Dadas as afirmações:

I. Ligado ao movimento Contra-Reforma, o Barroco, expressando a angústia do homem dividido entre os anseios espirituais e os apelos terrenos, apresentou como uma das características o uso constante da antítese e a linguagem rebuscada.

II. O Arcadismo, que expressa uma visão mais sensualista da existência, propõe uma volta à natureza e um contato maior com a vida simples do campo. Esse distanciamento entre a poesia e a realidade deu-lhe no entanto um caráter artificial.

III. Enquanto a poética do Parnasianismo se situa na confluência do culto da forma com a objetividade no tratamento da temática, a do Simbolismo, que enfatiza o subjetivismo e a introspecção, despreza a palavra exata, descrição objetiva e explora o poder de sugestão da linguagem.

A Todas estão corretas.
B Todas estão incorretas.
C I e II estão corretas.
D II e III estão corretas.
E I e III estão corretas.

68 **ITA 1994**

Auriverde pendão da minha terra
Que a brisa do Brasil beija e balança,
Estandarte que a luz do sol encerra,
E as promessas divinas da esperança...
Tu, que da liberdade após a guerra,
Foste hasteado dos heróis na lança,
Antes te houvessem roto na batalha,
Que servires a um povo de mortalha! ...

Esta é uma das estrofes do famoso poema de linha social, cujo autor revela em grande parte de sua obra uma libertação daquele egocentrismo exagerado que marcou a geração ultrarromântica. Trata-se de:

A Fagundes Varela
B Olavo Bilac
C Castro Alves
D Casimiro de Abreu
E Gonçalves Dias

69 **ITA 1995** Assinale a alternativa em que se completa erradamente a seguinte proposição:
Do romance *O Cortiço* pode-se dizer que:

A é um romance urbano.
B o autor admite a influência do meio no comportamento do indivíduo.
C alcança a época da escravidão.
D Romão é tudo, menos um ingrato.
E o protagonista não se contenta com a ascensão econômica, quer a social também.

70 **ITA 1995** Indique a alternativa em que há erro quanto ao proposto.
A literatura brasileira tem assunto que se repete em obras diversas:

A Vida na cidade: *Casa de Pensão* e *Senhora*.
B Ciclo de cana-de-açúcar: *Usina* e *Banguê*.
C Vida ligada ao cacau: *Sagarana* e *A Bagaceira*.
D Problemática social: *Os Sertões* e *Canaã*.
E O herói picaresco: *Memórias de um Sargento de Milícias* e *O Grande Mentecapto*.

71 **ITA 1995** Assinale a proposição incorreta.

A Monteiro Lobato fez retratos pitorescos, fortes e irônicos do homem do campo.
B Mário de Andrade não foi além dos limites paulistanos.
C Oswald de Andrade, poeta e prosador, quis destruir para construir.
D Vinícius de Moraes escreveu desde o soneto camoneano até letras de canções de sabor popular.
E Clarice Lispector vai além de regionalismo, além do realismo do mundo físico.

72 **ITA 1995** Assinale a proposição incorreta.

A O Concretismo fez do espaço um elemento expressivo.
B No Modernismo havia ingrediente nacionalista.
C No Realismo não há preocupação com o social.
D O Romantismo se caracteriza pelo desejo de libertação.
E O Barroco tem exagerada preocupação formal.

73 **ITA 1996** Embora tenha estreado sob influências parnasiano-simbolistas, logo aderiu definitivamente ao Modernismo. O caráter geral de sua poesia é marcado pelo tom confidencial, pelo desejo insatisfeito, pela amargura e por referências autobiográficas. Por vezes aproveita-se das formas clássicas ou faz incursões às formas mais radicais das vanguardas, sem contudo perder a marca de absoluta simplicidade, predominante em sua obra.
Essas informações referem-se ao autor dos seguintes versos:

A Na rua Aurora eu nasci
Na aurora da minha vida
E numa aurora cresci.
B Brada em um assomo
O sapo-tanoeiro!
– "A grande arte é como
Lavor de joalheiro
C A vida do poeta tem um ritmo distante
É um contínuo de dor angustiante.

E a sua alma é uma parcela do infinito distante
O infinito que ninguém sonda e ninguém compreende.

D E, em vez de achar luz que o céus inflama,
Somente achei moléculas de lama
E a mosca alegre da putrefação

E Eu canto porque o instante existe
e a minha vida está completa
Não sou alegre nem sou triste:
Sou poeta.

74 **ITA 1996** Com relação ao excerto:

Resolvera de supetão aproveitá-lo (o papagaio) como alimento e justificara-se declarando a si mesma que ele era mudo e inútil. Não podia deixar de ser mudo. Ordinariamente a família falava pouco. E depois daquele desastre viviam todos calados, raramente soltavam palavras curtas. O louro aboiava, tangendo um gado inexistente, e latia arremedando a cachorra.

pode-se afirmar que:

I. faz parte do romance em que o autor descreve a realidade a partir da visão do sertanejo, associando a psicologia das personagens com as condições naturais e sociais em que estão inseridas.
II. faz parte da obra "S. Bernardo", romance em que o autor questiona o latifúndio e as relações humanas, associando a psicologia das personagens com as condições naturais e sociais em que estão inseridas.
III. faz parte da obra "Vidas Secas", romance em que o autor procurou denunciar a degradação humana decorrente de condições sociais e ecológicas adversas e o processo de revolução da estrutura social e econômica na paisagem açucareira do Nordeste, latitundiária e patriarcalista.

Está(ão) correta(s):

A apenas a I.
B as afirmações I e II.
C apenas a III.
D as afirmações I e III.
E apenas a III.

75 **ITA 1996** "Não há temas poéticos. Não há épocas poéticas. O que realmente existe é o subconsciente enviando à inteligência telegramas e mais telegramas [...] A inspiração parece um telegrama cifrado, que a atividade inconsciente envia à atividade consciente que o traduz".

Esse trecho, de importante ensaio de _____, revela nítida semelhança com as propostas de um dos movimentos de vanguarda europeu, _____.

A Oswald de Andrade – o futurismo.
B Graça Aranha – o cubismo.
C Haroldo de Campos – o concretismo.
D Mário de Andrade – o surrealismo.
E Décio Pignatari – a poesia Práxis.

76 **ITA 1996** "Além da poesia de caráter social, que reflete o momento histórico da época, integram a obra desse poeta poemas lírico-amorosos, com uma visão mais realista e sensual do amor e da mulher".
Um dos excertos abaixo não pertence ao poeta a que se referem as informações acima. Assinale-o:

A "Ó mar supremo, de fragrância crua,
De pomposas e de ásperas realezas,
Cantai, cantai os tédios e as tristezas
Que erram nas frias solidões da Lua..."

B "Presa nos elos de uma só cadeia,
A multidão faminta cambaleia,
E chora e dança ali!

C "Astros! Noites! Tempestades!
Rolai das imensidades!
Varrei os mares, tufão!..."

D "Não posso da vida à campa
Transportar uma saudade.
Cerro meus olhos contente
Sem um ai de saudade."

E "O seio virginal, que a mão recata,
Embalde o prende a mão... cresce, flutua...
Sonha a moça ao relento... Além na rua
Preludia um violão na serenata!..."

77 **ITA 1996** Para as proposições abaixo, assinale a alternativa correta:

I. Caramuru, poema composto em moldes rigorosamente camonianos, gira em torno das aventuras de um naufrágio vivenciadas por Lindoia e Diogo Álvares Correia.
II. Quanto ao gênero épico na Literatura Brasileira, registram-se apenas tentativas de fazer uma epopeia segundo os moldes clássicos; "Cartas Chilenas" exemplifica essas tentativas.
III. As manifestações literárias brasileiras durante o período colonial, embora incipientes representam o esplendor das tendências literárias do medievalismo português.

A Apenas I é correta.
B Apenas II é correta.
C Apenas III é correta.
D Todas são corretas.
E Todas são incorretas.

78 **ITA 1996** As opções abaixo referem-se aos textos A, B, C e D.

Texto "A" ( )

Ah! Enquanto os destinos impiedosos
não voltam contra nós a face irada
façamos, sim, façamos, doce amada,
os nossos breves dias mais ditosos.

Texto "B" ( )

Ó não aguardas, que a madura idade
te converte essa flor, essa beleza,
em terra, em cinza, em pó, em sombra, em nada,

Texto "C" ( )

Nos olhos Caitutu não sofre o pranto,
E rompe em profundíssimos suspiros,
Lendo na testa da fronteira gruta
De sua mão já trêmula gravado
O alheio crime e a voluntária morte.

Texto "D" ( )

O todo sem a parte não é todo;
A parte sem o todo não é parte;
Mas se a parte faz o todo, sendo parte,
Não se diga que é parte, sendo todo.

Preencha os parênteses ao lado dos textos dados, obedecendo à seguinte convenção:

I. Gregório de Matos
II. Tomás Antônio Gonzaga
III. Brasílio da Gama
IV. Cláudio Manuel da Costa

Preenchidos os parênteses, a sequência correta é:

A) II – I – III – I
B) IV – I – II – II
C) I – II – II – I
D) I – IV – III – I
E) II – IV – III – IV

79 **ITA 1996**

Descansem o meu leito solitário
Na floresta dos homens esquecida.
À sombra de uma cruz, e escrevam nela:
– Foi poeta – sonhou – e amou na vida.

O excerto anterior é de autoria de _____, importante poeta do ultrarromantismo brasileiro, autor de "_____".

A) Casimiro de Abreu – Primaveras.
B) Álvares de Azevedo – Lira dos Vinte Anos.
C) Fagundes Varela – Contos e Fantasias.
D) Gonçalves Dias – Últimos Contos.
E) Castro Alves – Espumas Flutuantes.

80 **ITA 1997** Assinale a opção cujos versos, pertencentes ao período simbolista, são reveladores de um de seus traços característicos:

A) "Clame a saparia
Em críticas céticas:
Não há mais poesia
Mas há artes poéticas..."
B) "Morte à gordura!
Morte às adiposidades cerebrais!
Morte ao burguês mensal!"
C) "Velho vento vagabundo!
No teu rosnar sonolento
Leva ao longe este lamento
Além do escárnio do mundo."
D) "Como são belos os dias
Do despontar da existência!
– Respira a alma inocência
Como perfumes a flor."
E) "Quero um beijo sem fim,
Que dure a vida inteira e aplaque o meu desejo!
Ferve-me o sangue: acalma-o com teu beijo."

81 **ITA 1997** De maneira geral, seus romances caracterizam-se pelo interrelacionamento entre as condições sociais e a psicologia das personagens. Quanto à linguagem, eis algumas características apontadas pela crítica: a poupança verbal; a preferência dada aos nomes de coisas e, em consequência, o pouco uso do adjetivo; a sintaxe clara, em oposição ao à-vontade gramatical dos modernistas...
As características acima melhor se aplicam às obras de:

A) Jorge Amado
B) José Lins do Rego
C) Érico Veríssimo
D) Oswald de Andrade
E) Graciliano Ramos

Texto para as questões 82 e 83.

Tupã, ó Deus grande! Cobriste o teu rosto
Com denso <u>velame</u> de penas gentis;
E jazem teus filhos clamando vigança
Dos bens que lhes deste da perda infeliz!

Tupã, ó Deus grande! Teu rosto descobre:
Bastante sofremos com tua vingança!
Já lágrimas tristes choram teus filhos,
Teus filhos que choram tão grande mudança.

Anhangá impiedoso nos trouxe de longe
Os homens que raio manejam cruentos,
Que vivem sem pátria, que vagam sem tino
Trás do ouro correndo, vorazes, sedentos.

E a terra em que pisam e os campos e os rios
Que assaltam, são nossos; tu és nosso Deus:
Por que lhes concedes tão alta pujança,
Se os raios de morte, que vibram, são teus?

velame: véu

82 **ITA 1997** Dadas as afirmações:

I. Evidencia-se nesses versos uma característica típica que dominou a obra de seu autor: o indianismo. Neles o poeta ressalta o sentimento de honra e nobreza de caráter do índio e apresenta-o como um ser idealizado e livre.

II. Não obstante os versos sejam do período literário que sucedeu ao Arcadismo, o problema denunciado pelo poeta – os malefícios causados pelos brancos aos índios – ainda é atual.

III. Embora pertença à primeira geração dos poetas românticos, o autor antecipa nestes versos temáticas que provocaram profunda renovação da poesia romântica: pessimismo e nacionalismo.

Está(ão) correta(s):

A apenas I.
B apenas II.
C apenas I e II.
D apenas I e III.
E todas.

83 **ITA 1997** As afirmações referem-se ao autor dos versos transcritos anteriormente:

I. A nostalgia, a saudade, o retorno ao passado e a exaltação da pátria caracterizam a sua obra.

II. As lamentações pelo amor impossível, os anseios, as inquietações, os desencantos caracterizam o seu lirismo amoroso, que muitas vezes se identifica com a atitude de vassalagem do trovador medieval.

III. "I–Juca Pirama" é uma síntese da temática indianista que dominou sua obra: idealizou o indígena, descrevendo-o como um herói, interpretou sua psicologia e exaltou a natureza em que ele vivia.

Está(ão) correta(s):

A apenas III.
B apenas I e II.
C apenas I e III.
D apenas II e III.
E todas.

84 **ITA 1997** Dadas as afirmações:

I. "Uraguai", poema épico clássico que antecipa em várias direções o Romantismo, é motivado por dois propósitos indisfarçáveis: exaltação da política pombalina e antijesuitismo radical.

II. O(A) autor(a) do poema épico "Vila Rica", no qual exalta os bandeirantes e narra a história da atual Ouro Preto, desde a sua fundação, cultivou a poesia bucólica, pastoril, na qual menciona a natureza como refúgio.

III. Em "Marília de Dirceu", Marília é quase sempre um vocativo; embora tenha a estrutura de um diálogo, a obra é um monólogo – só Gonzaga fala, raciocina; constantemente cai em contradição quanto à sua postura de pastor e sua realidade de burguesa.

Está(ão) correta(s):

A apenas I.
B apenas II.
C apenas I e II .
D apenas I e III.
E todas.

85 **ITA 1997** As afirmações abaixo referem-se à obra "Dom Casmurro":

I. Bento Santiago ora manifesta certa condescendência diante do espetáculo do mundo, apreciando certos prazeres da vida, ora demonstra seu desencanto em reflexões melancólicas sobre a realidade.

II. Explica-se a obra a partir da vida do autor: o desencanto diante da vida que ele deixa transparecer é o resultado de sua recusa em assumir a condição de mulato. Apesar disso, Machado apresenta com pouca profundidade e com bastante dubiedade a sociedade carioca e brasileira do século XIX, visto que expõe superficialmente sua estrutura de classes e seus mecanismos de poder.

III. O rompimento representado por esta obra em relação à narrativa brasileira anterior ao seu aparecimento é bastante claro no plano da linguagem, da temática e da estrutura narrativa.

Está(ão) correta(s):

A apenas I.
B apenas II.
C apenas I e III.
D apenas II e III.
E todas.

86 **ITA 1997** Dadas as afirmações:

I. O Romantismo no Brasil se caracteriza por iniciar de modo consciente a busca da nossa autonomia literária, a qual, segundo os românticos, deveria ser conseguida através da busca da chamada "cor local", mediante descrição criteriosa da paisagem e da observação crítica da natureza física e social do Brasil.

II. Os poetas parnasianos, embora fossem impessoais e cultuadores da forma interessavam-se pelo passado histórico – particularmente a antiguidade greco-romana – porque lá encontravam os termos e as imagens que lhes permitiam denunciar as mazelas de sua época.

III. O movimento modernista, que se tornaria conhecido a partir da "Semana de Arte Moderna", caracterizou-se por ser essencialmente uma transposição, para o Brasil, das novas tendências que se formaram na Europa: futurismo, desvairismo, impressionismo, concretismo, etc.

Está(ão) correta(s):

A nenhuma.
B apenas I.
C apenas II.
D apenas III.
E todas.

87 **ITA 1997** Dadas as afirmações:

I. "O Ateneu", ao contrário de tantos outros romances brasileiros da época, apresenta-se como a narrativa de um personagem central que faz questão de registrar suas emoções e sensações, sem levar em conta a neutralidade do narrador diante dos fatos narrados. Neste sentido, o autor rompe com a moda predominante em seu tempo e que tecnicamente se materializava na presença de um narrador onisciente em terceira pessoa.

II. Como narrador protagonista e centro único de todos os eventos relatados, o coronel Ponciano constitui, a rigor, o próprio romance em si. Cindido entre o "mundo dos pastos" e o "mundo da cidade", ele domina o primeiro e é envolvido pelo segundo, que não entende e pelo qual, afinal, é destruído.

III. A trajetória de Riobaldo – narrador e protagonista dos eventos relatados – é a rigor uma só, podendo ser, apenas em termos didáticos, dividida em três planos: o econômico-social (de filho oficialmente não-reconhecido ele passa à confortável posição de rico proprietário), o cultural (de visão de mundo mítico-social, pré-racionalista, ele passa a ter uma visão claramente racionalista e agnóstica) e o estritamente pessoal (relato de sua estranha experiência: paixão por um companheiro de jagunçagem, que na verdade era uma mulher).

Está(ão) correta(s):

A apenas III.
B apenas I e II.
C apenas I e III.
D apenas II e III.
E todas.

88 **ITA 1997** Dadas as afirmações:

I. A poesia de Carlos Drummond de Andrade, de caráter fundamentalmente regionalista e preocupada com o cotidiano, restringe-se a um inventário das emoções mineiras do poeta.

II. A poesia de Manuel Bandeira, de inspiração jornalística e de caráter confidencial e autobiográfico, exprime-se tanto pelo verso livre quanto pelo tradicional.

III. A obra lírica de Cecília Meireles, marcada por constantes formais – como o mar, o espaço, a solidão, o sentimento do fenômeno, é essencialmente descritiva, voltada para a natureza brasileira e nossos vultos históricos.

Está(ão) correta(s):

A nenhuma.
B apenas I.
C apenas II.
D apenas III.
E todas.

TEXTO 1

DENTRO DE MIM MORA UM ANJO

Quem me vê assim cantando
não sabe nada de mim
dentro de mim mora um anjo
que tem a boca pintada
que tem as asas pintadas
que tem as unhas pintadas
que passa horas a fio
no espelho do toucador
dentro de mim mora um anjo
que me sufoca de amor

Dentro de mim mora um anjo
montado sobre um cavalo
que ele sangra e espora
ele é meu lado de dentro
eu sou seu lado de fora
Quem me vê assim cantando
não sabe nada de mim

Dentro de mim mora um anjo
que arrasta as suas medalhas
e que batuca pandeiro
que me prendeu nos seus laços
mas que é meu prisioneiro
acho que é colombina
acho que é bailarina
acho que é brasileiro

Antonio Carlos de Brito (Cacaso), *Mar de mineiro*.

89 **IME 1989** A que gênero literário pertence o texto "Dentro de mim mora um anjo"? Justificar a resposta, utilizando dois argumentos que comprovem a ligação do poema a um determinado gênero.

90 **IME 1990** Leia com atenção o poema de Casimiro de Abreu que serve de base às respostas dos itens A e B seguintes:

AMOR E MEDO

I

Quando eu te fujo e me desvio cauto
Da luz de fogo que te cerca, oh! bela,
Contigo dizes, suspirando amores:
"– Meus Deus que gelo, que frieza aquela."

Como te enganas! meu amor é chama
Que se alimenta no voraz segredo,
E se te fujo é que te adoro louco...
És bela – eu moço; tens amor – eu medo!...

Tenho medo de mim, de ti, de tudo,
Da luz, da sombra, do silêncio ou vozes,
Das folhas secas, do chorar das fontes,
Das horas longas a correr velozes.

O véu da noite me atormenta em dores,
A luz da aurora me intumesce os seios,
E ao vento fresco do cair das tardes
Eu me estremeço de cruéis receios.

É que esse vento na várzea – ao longe,
Do colmo o fumo caprichoso ondeia,
Soprando um dia tornaria incêndio
A chama viva que teu riso ateia!

Ai! se abrasado crepitasse o cedro,
Cedendo ao raio que a tormenta envia,
Diz: – que seria da plantinha humilde
Que à sombra dele tão feliz crescia?

A labareda que se enrosca ao tronco
Torrara a planta qual queimara o galho,
E a pobre nunca reviver pudera,
Chovesse embora paternal orvalho!

II

Ai! se eu te visse no calor da sesta,
A mão tremente no calor das tuas,
Amarrotado o teu vestido branco,
Soltos cabelos nas espáduas nuas!...

Ai! se eu te visse, Madalena pura,
Sobre o veludo reclinada a meio,
Olhos cerrados na volúpia doce,
Os braços frouxos – palpitante o seio!...

Ai! se eu te visse em languidez sublime,
Na face as rosas virginais do pejo,
Trêmula a fala a protestar baixinho...
Vermelha a boca, soluçando um beijo!...

Diz: – que seria da pureza d'anjo,
Das vestes alvas, do candor das asas?
– Tu te queimaras, a pisar descalça,
– Criança louca, – sobre o chão de brasas!

No fogo vivo eu me abrasara inteiro!
Ébrio e sedento na fugaz vertigem
Vil, machucara com meu dedo impuro
As pobres flores da grinalda virgem!

Vampiro infame, eu sorveria em beijos
Toda a inocência que teu lábio encerra,
E tu serias no lascivo abraço
Anjo enlodado nos paúis da terra.

Depois... desperta no febril delírio,
– Olhos pisados – como um vão lamento,
Tu perguntarás: – qu'é da minha c'roa?...
Eu te diria: desfolhou-a o vento!...

Oh! não me chames coração de gelo!
Bem vês: traí-me no fatal segredo.
Se de ti fujo é que te adoro e muito,
És bela – eu, moço; tens amor, eu – medo!...

a) Qual o gênero literário a que o texto pertence? Justifique a sua resposta.
b) Cite e explique, com apoio no poema, duas características do estilo de época a que o texto pertence.

91 **IME 1990** O poema apresenta dois movimentos de sentido, claramente marcados pela divisão em partes. Proceda a um levantamento do principal núcleo semântico de cada um deles.
Núcleo semântico 1:
Levantamento:

Núcleo semântico 2:
Levantamento:

92 **IME 1990** O medo perpassa todo o poema. Explique, com suas palavras, o que o poeta receia, e procure tecer com as ideias do estilo a que o texto se vincula.

Textos para as questões de 93 a 95.

Texto 1

Onde estou? Este sítio desconheço:
Quem fez tão diferente aquele prado?
Tudo outra natureza tem tomado;
E em contemplá-lo tímido esmoreço

Uma fonte aqui houve; eu não me esqueço
De estar a ela um dia reclinado:
Ali em vale um monte está mudado:
Quanto pode dos anos o progresso!

Árvores aqui tão florescentes
Que faziam perpétua a primavera:
Nem troncos vejo agora decadentes.

Eu me engano: a região esta não era:
Mas que venho a estranhar, se estão presentes
Meus males com que tudo degenera!

Texto 2

Onde estão os meus verdes?
Os meus azuis?
O arranha-céu comeu!
E ainda falam nos mastodontes,
|nos brontossauros, nos tiranossauros,
Que mais sei eu...
Os verdadeiros monstros, os Papões, são eles,
|os arranha-céus!
Daqui
Do fundo
Das suas goleadas,
Só vemos o céu, estreitamente, através de suas
|empinadas gargantas ressecas.
Para que lhes serviu beberem tanta luz?
Defronte
Á janela onde trabalho
Há uma grande árvore...
Mas já estão gostando um monstro de permeio!
Sim, uma grande árvore... Enquanto há verde,
Pastai, pastai, olhos meus...
Uma grande árvore muito verde... Ah,
todos os meus olhares são de adeus
Como o último olhar de um condenado!

93 **IME 1991** Identifique o estilo de época de cada texto, fazendo referência ao espaço em que se situa cada "*eu*" poético.

94 **IME 1991** O poema do texto 2 demonstra uma autorreflexão, no confronto do ser e do não ser, do estar e do não estar, fazendo-o segundo dois segmentos. Identifique esses segmentos, tendo por base esse confronto.

95 **IME 1991** Mostre o gênero literário predominante nos dois textos, através de duas características comuns.

Textos para as questões 96 e 97.

Texto 1
Consoada (1)

Quando a Indesejada das gentes chegar
(Não sei se dura ou caroável), (2)
Talvez eu tenha medo.
Talvez sorria, ou diga:
— Alô, iniludível!
O meu dia foi bom, pode a noite descer.
(A noite com os seus sortilégios.) (3)
Encontrará lavrado o campo, a casa limpa,
A mesa posta,
Com cada coisa em seu lugar.

Manuel Bandeira. *Opus 10*

(1) Consoada – pequena refeição noturna
(2) Caroável – boa, amena
(3) Sortilégios – mistérios

Texto 2
Cárcere das almas

Ah! Toda a alma num cárcere anda presa,
soluçando nas trevas, entre as grades
do calabouço olhando imensidades,
mares, estrelas, tardes, natureza.

Tudo se veste de uma igual grandeza
quando a alma entre grilhões as liberdades
sonha e sonhando, as imortalidades
rasga no etéreo Espaço da Pureza.
[...]
Nesses silêncios solitários, graves,
que chaveiro do Céu possui as chaves
para abrir-nos as portas do Mistério?!

Cruz e Sousa. *Últimos sonetos*

96 **IME 1992** Cite uma característica formal que vincule o Texto 1 ao Modernismo.

97 **IME 1992** O Simbolismo, estilo de época de que é representativo o Texto 2, aproximou a Poesia da Música. Transcreva um verso que comprove esta afirmativa.

Texto para a questão 98.

Texto 1
Mulher ao espelho

HOJE QUE SEJA esta ou aquela,
pouco me importa.
Quero apenas parecer bela,
pois, seja qual for, estou morta.

Já fui loura, já fui morena,
já fui Margarida e Beatriz.
Já fui Maria e Madalena.
Só não pude ser como quis.

Que mal faz, esta cor fingida
do meu cabelo, e do meu rosto,
se tudo é tinta: o mundo, a vida,
o contentamento, o desgosto?

Por fora, serei como queira
a moda, que me vai matando.
Que me levem pele e caveira
ao nada, não me importa quando.

Mas quem viu, tão dilacerados,
olhos, braços e sonhos seus,
e morreu pelos seus pecados,
falará com Deus.

Falará, coberta de luzes,
do alto penteado ao rubro artelho.
Porque uns expiram sobre cruzes,
outros, buscando-se no espelho.

Cecília Meireles

98 **IME 1993** Destaque dois versos do Texto 1 que se ligam à concepção religiosa do século XVII.

Texto para a questão 99.

Texto 2

Aceitei o convite. No dia seguinte, mandei que a sege me esperasse no Largo de S. Francisco de Paula, e fui dar várias voltas. Lembra-vos ainda a minha teoria das edições humanas? Pois sabei que, naquele tempo, estava eu na quarta edição, revista e emendada, mas ainda inçada de descuidos e barbarismos; defeito que, aliás, achava alguma compensação no tipo, que era elegante, e na encadernação, que era luxuosa. Dadas as voltas, ao passar pela Rua de Ouvires, consulto o relógio e cai-me o vidro na calçada. Entro na primeira loja que tinha à mão; era um cubículo, – pouco mais, – empoeirado e escuro.

Ao fundo, por trás do balcão, estava sentada uma mulher, cujo rosto amarelo e bexiguento não se destacava logo, à primeira vista; mas logo que se destacava era um espetáculo curioso. Não podia ter sido feia; ao contrário via-se que fôra bonita, e não pouco bonita, mas a doença e uma velhice precoce destruíram-lhe a flor das graças. As bexigas tinham sido terríveis; os sinais, grandes e muitos, faziam saliências e encarnas, declives e aclives, e davam uma sensação de lixa grossa, enormemente grossa. Eram os olhos a melhor parte do vulto, e aliás tinham uma expressão singular e repugnante que mudou, entretanto, logo que eu comecei a falar.
Quanto ao cabelo, estava ruço e tão poento como os portais da loja. Num dos dedos da mão esquerda fulgia-lhe um diamante.

Crê-lo-eis, pósteros? Essa mulher era Marcela.

Não a conheci logo; era difícil; ela porém conheceu-me apenas lhe dirigi a palavra. Os olhos chisparam e trocaram a expressão usual por outra, meia doce e meia triste. Vi-lhe um movimento como para esconder-se ou fugir; era o instinto da vaidade, que não durou mais de um instante. Marcela acomodou-se e sorriu.

– Quer comprar alguma cousa? Disse ela estendendo me a mão. Não respondi nada. Marcela compreendeu a causa do meu silêncio (não era difícil) e só hesitou, creio eu, em decidir o que dominava mais, se o assombro do presente, se a memória do passado. Deu-me uma cadeira, e, com o balcão permeio, falou-me longamente de si, da vida que levara, das lágrimas que eu lhe fizera verter, das saudades, dos desastres, enfim das bexigas, que lhe escalavraram o rosto, e do tempo, que ajudou a moléstia, adiantando-lhe a decadência. Verdade é que tinha a alma decrépita. Vendera tudo, quase tudo; um homem, que a amara outrora, e lhe morreu nos braços, deixara-lhe aquela loja de ourivesaria, mas, para que a desgraça fosse completa, era agora pouco buscada a loja – talvez pela singularidade de a dirigir uma mulher. Em seguida pediu-me que lhe contasse a minha vida. Gastei pouco tempo em dizer-lha; não era longa, nem interessante.

Machado de Assis, *Memórias Póstumas de Brás Cubas*.

99 **IME 1993** Uma das características do estilo de Machado de Assis é manter sintonia com o leitor. Destaque o período em que tal procedimento se apresente claramente.

Texto para as questões 100 e 101.

Texto 3

A escravidão levou consigo ofícios e aparelhos, como terá sucedido a outras instituições sociais. Não cito alguns aparelhos senão por se ligarem a certo ofício. Um deles era o ferro ao pescoço, outro o ferro ao pé; havia também a máscara de folha-de-flandres. A máscara fazia perder o vício da embriaguez aos escravos, por lhes tapar a boca. Tinha só três buracos, dois para ver, uma para respirar, e era fehada atrás da cabeça por um cadeado. Com o vício de beber, perdiam a tenção de furtar, porque geralmente era dos vinténs do senhor que eles tiravam com que matar a sede, e aí ficavam dois pecados extintos, e a sobriedade e a honestidade certas. Era grotesca tal máscara, mas a ordem social e humana nem sempre se alcança sem o grotesco, e alguma vez o cruel. Os funileiros as tinham penduradas, à venda, na porta das lojas. Mas não cuidemos de máscaras.

O ferro ao pescoço era aplicado aos escravos fujões. Imaginai uma coleira grossa, com a haste grossa também à direita ou à esquerda, até ao alto da cabeça e fechada atrás com chave. Pesava, naturalmente, mas era menos castigo que sinal. Escravo que fugia assim, onde quer que andasse, mostrava um reincidente, e com pouco era pegado.

Há meio século, os escravos fugiam com frequência. Eram muitos, e nem todos gostavam da escravidão. Sucedia ocasionalmente apanharem pancada, e nem todos gostavam de apanhar pacada. Grande parte era apenas repreendida; havia alguém de casa que servia de padrinho, e o mesmo dono não era mau; além disso, o sentimento da propriedade moderava a ação, porque dinheiro também dói. A fuga repetia-se, entretanto. Casos houve, ainda que raros, em que o escravo de contrabando, apenas comprado no Valongo, deitava a correr, sem conhecer as ruas da cidade. Dos que seguiam para casa, não raro, apenas ladinhos, pediam ao senhor que lhes marcasse aluguel, e iam ganhá-lo fora, quitandando.

Machado de Assis. *In: Pai contra Mãe. Contos*. São Paulo, Ed. Moderna. 1987, pág. 28-19.

100 **IME 1993** Um dos procedimentos típicos de Machado de Assis é chamar a atenção do leitor para o próprio plano de articulação do texto. Explique, nesse sentido, como funciona, no Texto 3, o último período do primeiro parágrafo.

101 **IME 1993** Na descrição dos ofícios e aparelhos da escravidão, percebe-se um dos traços marcantes do estilo realista. Identifique esse traço.

Gabarito

Módulo ITA

1. C
2. B
3. B
4. C
5. A
6. A
7. C
8. A
9. D
10. B
11. E
12. C
13. D
14. E
15. A
16. D
17. B
18. A
19. A
20. B
21. E
22. D
23. E
24. D
25. B
26. B
27. E
28. C
29. C
30. A
31. A
32. A
33. A
34. D
35. B
36. D
37. C
38. B
39. C
40. A
41. C
42. E
43. A
44. B
45. D
46. B
47. E
48. C
49. E
50. A
51. D
52. B
53. C
54. D
55. B
56. C
57. D
58. A
59. C
60. C
61. A
62. E
63. C
64. B
65. A
66. E
67. A
68. C
69. D
70. C
71. B
72. C
73. B
74. A
75. D
76. D

77. E
78. A
79. B
80. C
81. E
82. C
83. E
84. D
85. A
86. A
87. B
88. C

Módulo IME

Interpretação

89. O poema pertence ao gênero lírico. A subjetividade expressa pelo uso da 1ª pessoa ("Quem me vê assim cantando / não sabe de nada de mim"); o polissíndeto da 1ª estrofe (repetição da conjunção "que"), bem como a anáfora da 3ª são características desse gênero.

90. a) Trata-se do gênero lírico, marcado pela subjetividade de um eu lírico que expressa seus sentimentos (função poética da linguagem).
b) Trata-se de um texto Romântico (2ª geração), marcado por um excesso de sentimentalismo registrado em uma pontuação expressível.

91. 1: O eu lírico tem que a vivência do amor tenha consequências nefastas.
2: O eu lírico teme profanar a pureza da donzela amada.

92. O ardor é tal que o eu lírico teme profanar a pureza da mulher amada, e que isto tenha consequências negativas.

93. O texto 1 é árcade, visto que o eu poemático está junto à natureza (bucolismo); o texto 2 é modernista, mostrando os arranha-céus e a grande cidade.

94. Na primeira parte o eu lírico observa o cenário contemporâneo, e faz suas críticas; na segunda, ele lamenta o fim deste cenário.

95. Ambos pertencem ao gênero lírico, marcado pela subjetividade do olhar deste eu lírico, bem como pela ênfase na própria estrutura em versos.

96. A presença de versos livres e brancos.

97. "Nesses silêncios solitários, graves," está presente a aliteração do "s".

98. O período Barroco representava a crise, os antagonismos: "Já fui Maria e Madalena" ou "se tudo é tinta: o mundo, a vida, / o contentamento, o desgosto"?

99. Há dois momentos: no 1º parágrafo: "lembro-vos ainda a minha teoria das edições humanas?"; e no 3º parágrafo: "Crê-lo-eis pósteros? Essa mulher era Marcela".

100. É um recurso metalinguístico através do qual o narrador inclui o leitor na confecção do texto, encaminhando seu olhar e consequentemente, sua interpretação.

101. A descrição detalhada é marca do Realismo no sentido de aproximar a literatura o máximo possível do mundo real.

INGLÊS

BrianAJackson/iStockphoto.com

PROVA 29 FGV ADM SP - 2017.2

Texto para as questões de 1 a 8.

CULTURE WAR

By James Cuno

1 *In December 2007, the Italian government opened an exhibition in Rome of 69 artifacts that four major U.S. museums had agreed to return to Italy on the grounds [base legal] that they had been illegally excavated and exported from the country. Leading nearly 200 journalists through the exhibition, Francesco Rutelli, Italy's then cultural minister, proclaimed, "The odyssey of these objects, which started with their brutal removal from the bowels [entranhas] of the earth, didn't end on the shelf of some American museum. With nostalgia, they have returned. These beautiful pieces have reconquered their souls." Rutelli was not just anthropomorphizing ancient artifacts by giving them souls. By insisting that they were the property of Italy and important to its national identity, he was also giving them citizenship.*

2 *Rutelli has hardly been the only government official to insist that artifacts belong to the places from which they originally came. In 2011, the German government agreed to return to Turkey a 3,000-year-old sphinx that German archaeologists had excavated from central Anatolia in the early twentieth century. Afterward, the Turkish minister of culture, Ertugrul Gunay, declared that "each and every antiquity in any part of the world should eventually go back to its homeland."*

3 *Such claims on the national identity of antiquities are at the root of many states' cultural property laws, which in the last few decades have been used by governments to reclaim objects from museums and other collections abroad. Despite UNESCO's declaration that "no culture is a hermetically sealed entity," governments are increasingly making claims of ownership of cultural property on the basis of self-proclaimed and fixed state-based identities. Many use ancient cultural objects to affirm continuity with a glorious and powerful past as a way of burnishing [lustrar, polir] their modern political image – Egypt with the Pharaonic era, Iran with ancient Persia, Italy with the Roman Empire. These arguments amount to protectionist claims on culture. Rather than acknowledge that culture is in a state of constant flux, modern governments present it as standing still, in order to use cultural objects to promote their own states' national identities.*

4 *In the battle over cultural heritage, repatriation claims based strictly on national origin are more than just denials of cultural exchange: they are also arguments against the promise of encyclopedic museums – a category that includes the Metropolitan Museum of Art, in New York; the British Museum, in London; and the Louvre, in Paris. By presenting the artifacts of one time and one culture next to those of other times and cultures, encyclopedic museums encourage curiosity about the world and its many peoples. They also promote a cosmopolitan worldview, as opposed to a nationalist concept of cultural identity. In an era of globalization that is nonetheless marked by resurgent nationalism and sectarianism, antiquities and their history should not be used to stoke [fortalecer] such narrow identities. Instead, they should express the guiding principles of the world's great museums: pluralism, diversity, and the idea that culture shouldn't stop at borders – and nor, for that matter, should the cosmopolitan ideals represented by encyclopedic museums. Rather than acquiesce to frivolous, if stubborn, calls for repatriation, often accompanied by threats of cultural embargoes, encyclopedic museums should encourage the development of mutually beneficial relationships with museums everywhere in the world that share their cosmopolitan vision. Cultural property should be recognized for what it is: the legacy of humankind and not of the modern nation-state, subject to the political agenda of its current ruling elite.*

Adapted from *Foreign Affairs* November/December 2014.

1 With respect to the December 2007 exhibition of 69 artifacts in Rome, the information in the article most supports which of the following?

A The Italian government had to negotiate for many years in order to convince the four U.S. museums to repatriate the 69 artifacts.

B During a period of many years, the 69 artifacts were stolen from Italian museums and sold to four U.S. museums.

C Italy's cultural minister publicly questioned whether the 69 artifacts had in fact gone directly to the four U.S. museums after they left Italy.

D Before repatriating the 69 artifacts, the four U.S. museums recognized that it had been a mistake to accept those artifacts in the first place.

E Before the December 2007 exhibition opened in Rome, most Italians were unaware that the 69 artifacts had been illegally taken from the country.

2 According to Francesco Rutelli, the 69 artifacts that were returned to Italy

A can be understood only within the context of Italian history.

B will never leave Rome again.

C were all prominent items in the collections of the four U.S. museums.

D lost something important when they left Italy for the U.S.

E deserve the rights and protections that any Italian citizen has.

3 Which of the following is most supported by the information in the article?

A Germany was the first European country to return an illegally excavated artifact to its land of origin.

B The 3,000-year-old sphinx was the first in a series of artifacts that the German government has agreed to send back to Turkey.

C When the 3,000-year-old sphinx was created, Anatolia was the center of Turkish culture.

D According to Francesco Rutelli, every ancient artifact must, without exception, be returned to its land of origin.

E If Turkish museums take Ertugrul Gunay seriously, it's possible they could lose some of their artifacts.

4 In paragraph 3, the phrase "no culture is a hermetically sealed entity" most likely supports the idea that

A as declared by Ertugrul Gunay, "each and every antiquity in any part of the world should eventually go back to its homeland."

B there is nothing inherently wrong with artifacts from one country remaining in another country.

C if an artifact was illegally taken from a country, then it must be returned.

D as an impartial, international organization, UNESCO should be the judge of which antiquities should be returned to their homelands.

E national cultural property laws are by their nature invalid.

5 With respect to certain governments that demand the repatriation of ancient artifacts, the information in the article supports all of the following <u>except</u>

A they use the conflict over such artifacts as a way to distract people's attention from more serious problems.

B they try to present themselves as the continuation of an illustrious past.

C they are not completely satisfied with their current political image.

D motivated by self-interest, they present a nationalistic idea of culture.

E they treat their countries' ancient artifacts as a kind of exclusive national property.

6 According to the information in the article, encyclopedic museums

A have been seriously affected by the demand that they return valuable artifacts to their countries of origin.

B are the world's greatest repositories of learning and culture.

C are designed so that visitors can compare and contrast various cultures, peoples, and periods.

D give attention to all cultures in order to stimulate curiosity about the world and its peoples.

E reject the idea that nations should promote their own cultural identity.

7 Which of the following is most supported by the information in the article?

A Nationalism and sectarianism can be the enemies of encyclopedic museums.

B It is the duty of encyclopedic museums to facilitate the unrestricted cross-border movement of antiquities and cultural artifacts.

C Encyclopedic museums should be allowed to set up offices in as many countries as possible.

D The existence of encyclopedic museums is proof that international cultural exchange cannot be stopped.

E When an important antiquity or cultural artifact is in an encyclopedic museum's collection, it should remain there forever.

8 According to the information in the article, the demand that an artifact be repatriated is most likely all of the following <u>except</u>

A politically motivated.

B foolish and poorly reasoned.

C a rejection of plurality and diversity.

D a reaction against cosmopolitan ideals.

E an example of a cultural embargo.

Texto para as questões de 9 a 15.

GERMAN SUBMARINES (U-BOATS) (2)

By N.A.M. Rodger

1 *Warships are built for war, but not only for war. They have always had an eloquent symbolic value as expressions of power, wealth and resolve* [determinação], *as instruments of threat or reassurance. They speak this language in peacetime just as much as in war. But 'language' should really be in the plural. Different kinds of warship convey different meanings, in different languages, and the languages are not easy to translate. This applies to all warships, but especially to submarines. The range of ideas and associations linked with German submarines, for example, in the period of the two world wars and since, were not the same inside Germany as outside. For many episodes of Anglo-German submarine history there are at least three versions of the narrative: the British, the German and what actually happened.*

2 *During the Second World War, the British officially described all enemy submarines as 'U-boats', regardless of nationality, so that they would all be tainted* [manchados, tachados] *by the sinister connotations of the German word, and so that the public would not confuse their activities with the heroic campaigns*

of British and allied submariners. Today, most books in English on the First World War still describe Germany's adoption of 'unrestricted submarine warfare' as the critical point of the naval war, but what they imagine to have taken place bears only a slight resemblance [semelhança] *to the reality. 'Unrestricted submarine war' implies the rejection of legal restraints* [restrições] *that did not exist, for international law as yet had taken almost no note of the existence of submarines. The German submarine force was divided into different commands that followed different policies and operated different types of boat, but most of them were occupied with stopping cargo ships on the surface in daylight in coastal waters, then allowing the crews to escape in their boats before sinking the ships by shellfire or scuttling charges. This was a highly efficient form of attack involving minimal loss of life. In August 1916 Lieutenant Lothar von Arnauld de la Perière, the captain of U-35, returned to his base having sunk 54 ships, still the record for the single most destructive submarine patrol in history. The quayside* [cais] *was black with cheering crowds, 'and yet,' he commented, 'so far we had scarcely had any adventures. It was all rather humdrum. We would stop the ship, order the crew into the boats, check the ship's papers, give the crew a course to the nearest land and sink the prize.'*

3 *This practice was economical and brilliantly successful, but German senior officers were not cheering. It was hateful to German admirals, and even more to generals, because to them it looked like a concession to civilian values that would ruin Germany's reputation for Abschreckung ('frightfulness' or terror). They wanted the U-boats to torpedo passenger liners, which was difficult to achieve and had limited military value, because the mass slaughter of civilians, they believed, would frighten enemies into surrendering and drive neutrals into port. So they ordered the reluctant submariners to abandon surface attacks in favour of the more murderous, but much less effective, submerged attack. The German submariners knew (as did the British) that the economic blockade was Germany's most effective weapon. But economic blockade was an alien concept to German senior officers, and had little to do with victory as they understood it: they weren't fighting to win so much as to assert the social values of the German military and claim their rightful status in the command of society.*

Adapted from the *London Review of Books* 22 September 2016.

9 Which of the following is most supported by the information in the article?

A Warships are as useful in peacetime as they are in time of war.
B Language and cultural barriers make it impossible to reach a global agreement on what a warship symbolizes.
C Nowadays warships are more useful as symbols of national power than as actual instruments of destruction.
D Of all warships, submarines are both the most feared and the most controversial.
E There are no warships that have only one purpose.

10 According to the information in the article, the word "U-boat"

A was created by the British during the Second World War as a term for any non-British submarine.
B was used by the British as a propaganda tool during the Second World War.
C was used by the British to symbolize German military atrocities committed on land and sea during the Second World War.
D meant something different to each country involved in the Second World War.
E because of its sinister connotations, is no longer used by the German Navy.

11 In paragraph 2, the term "unrestricted submarine warfare" most likely

A refers to a military strategy that the Germans adopted at the beginning of the Second World War.
B refers to a military strategy adopted by both the British and Germans at the beginning of the Second World War.
C implies a paradox, since all warfare must observe some restrictions.
D should, from a juridical point of view, be considered inaccurate.
E was a distortion of the truth deliberately fabricated by the British as part of their anti-German propaganda efforts during the First World War.

12 According to the information in the article, during World War One, U-boats in general

A were interested in sinking cargo ships but not in killing their crews.
B preferred to attack enemy warships and cargo ships in daylight in coastal waters.
C preferred to attack on the surface because they were unable to remain underwater for long periods.
D were directed by a highly centralized and efficient chain of command.
E concentrated on cargo ships because such vessels had no defense against torpedoes.

13 Which of the following probably best expresses an ironic aspect of the 1916 patrol of the German submarine U-35?

A Although the patrol took place at the height of the war, U-35 sank no enemy warships.
B Although the patrol took place more than 100 years ago, it still holds the record as the most destructive in history.
C Although the patrol was highly destructive, it was not very exciting.
D Despite the destruction it caused, U-35 was not involved in any atrocities or war crimes.

E U-35 sank 54 ships; not one was confiscated for German use.

14 At the beginning of paragraph 3, the phrase "…German senior officers were not cheering…" most likely refers to which of the following?

A German senior officers believed that U-35 should have sunk even more cargo ships.

B German senior officers feared that the submarine warfare policy was harmful to Germany's image.

C German senior officers believed that U-35 was merely doing its duty and therefore deserved no special praise.

D German senior officers were worried that, despite occasional successes, they were losing the war.

E German senior officers were struggling to abolish any civilian control over the war effort.

15 With respect to the economic blockade enforced by U-boats in the early years of the First World War, the information supports all of the following <u>except</u>

A both Germans and British considered it an efficient war policy.

B German admirals and generals thought it sent the wrong message to enemies and neutrals.

C German admirals and generals accepted it as the lesser of two evils.

D German admirals and generals detested it as a civilian rather than military idea.

E for German admirals and generals, what it accomplished was secondary to what it represented.

Gabarito

1. D
2. D
3. E
4. B
5. A
6. C
7. A
8. E
9. E
10. B
11. D
12. A
13. C
14. B
15. C

Prova 30 Unifesp - 2012

Texto para as questões de 1 a 9.

How Computers Will Soon Get Under Our Skin

By Steve Connor,
Science Editor
12 August 2011

It may soon be possible to wear your computer or mobile phone under your sleeve, with the invention of an ultra-thin and flexible electronic circuit that can be stuck to the skin like a temporary tattoo. The device, which is almost invisible, can perform just as well as more conventional electronic machines but without the need for wires or bulky power supplies, scientists said. The development could mark a new era in consumer electronics. The technology could be used for applications ranging from medical diagnosis to covert military operations.

The "epidermal electronic system" relies on a highly flexible electrical circuit composed of snake-like conducting channels that can bend and stretch without affecting performance. The circuit is about the size of a postage stamp, is thinner than a human hair and sticks to the skin by natural electrostatic forces rather than glue. "We think this could be an important conceptual advance in wearable electronics, to achieve something that is almost unnoticeable to the wearer. The technology can connect you to the physical world and the cyberworld in a very natural way that feels comfortable," said Professor Todd Coleman of the University of Illinois at Urbana-Champaign, who led the research team.

A simple stick-on circuit can monitor a person's heart rate and muscle movements as well as conventional medical monitors, but with the benefit of being weightless and almost completely undetectable. Scientists said it may also be possible to build a circuit for detecting throat movements around the larynx in order to transmit the information wirelessly as a way of recording a person's speech, even if they are not making any discernible sounds.

Tests have already shown that such a system can be used to control a voice-activated computer game, and one suggestion is that a stick-on voicebox circuit could be used in covert police operations where it might be too dangerous to speak into a radio transmitter. "The blurring of electronics and biology is really the key point here," said Yonggang Huang, professor of engineering at Northwestern University in Evanston, Illinois. "All established forms of electronics are hard, rigid. Biology is soft, elastic. It's two different worlds. This is a way to truly integrate them."

Engineers have built test circuits mounted on a thin, rubbery substrate that adheres to the skin. The circuits have included sensors, light-emitting diodes, transistors, radio frequency capacitors, wireless antennas, conductive coils and solar cells. "We threw everything in our bag of tricks on to that platform, and then added a few other new ideas on top of those, to show that we could make it work," said John Rogers, professor of engineering at the University of Illinois at Urbana-Champaign, a lead author of the study, published in the journal Science.

Disponível em: <www.independent.co.uk>. (Adapt.).

1 The "epidermal electronic system":

A has already been tested in some hospitals to help medical diagnosis.
B is widely used by experts in cybergames.
C may be glued to clothes, personal objects and even skin.
D can be hardly noticed due to its dimensions and characteristics.
E should be connected to external remote devices such as the transistor and solar cells.

2 O sistema eletrônico epidérmico:

A é confortável devido a sua flexibilidade, entre outros atributos.
B necessita de uma cola especial, que simula a textura da pele.
C complementa os medidores de batimentos cardíacos convencionais, já que é portátil.
D se assemelha a uma serpente, pois pode ser enrolado no corpo todo.
E não consegue ser detectado por serviços de espionagem militar e pela polícia.

3 In order to create the "epidermal electronic system":

A engineers produced a synthetic skin made of rubber and human cells to print the circuits.
B scientists replaced the traditional hard electronic parts for organic ones.
C it was necessary to merge the different conceptual frameworks of biology and electronics.
D the consumer market in the military and medical fields was researched.
E biologists first tested the organic compatibility of the device.

4 The sentence based on the second paragraph – *The circuit sticks to the skin by natural electrostatic forces rather than glue. – means that:*

A the skin produces natural glue that attracts the circuit like electrostatic forces.
B while electrostatic glue may be used, the skin's natural glue holds the circuit.
C electrostatic forces produced by the circuit in contact with the skin create a sticky circuit.
D the circuit is glued to the skin through a natural sticky secretion.
E natural electrostatic forces, instead of glue, stick the circuit to the skin.

5 No trecho do terceiro parágrafo – *A simple stick-on circuit can monitor a person's heart rate and muscle movements as well as conventional medical monitors, but with the benefit of being weightless and almost completely undetectable.* – a expressão *as well as* equivale, em português, a:

A de modo adequado.
B tão bem como.
C bem como.
D também.
E de modo melhor que.

6 In the excerpt of the fourth paragraph – *where it might be too dangerous to speak into a radio transmitter.* – the word *might* conveys an idea of:

A possibility.
B ability.
C request.
D certainty.
E demand.

7 In the excerpt of the fourth paragraph – *This is a way to truly integrate them.* – the word *this* refers to:

A two different worlds.
B electronics.
C biology.
D control a voice activated device.
E blurring of electronics and biology.

8 O trecho do quarto parágrafo – *All established forms of electronics are hard, rigid. Biology is soft, elastic.* – pode ser reescrito, sem alteração de sentido, como:

A All established forms of electronics are hard and rigid; therefore, biology is soft and elastic.
B All established forms of electronics are hard and rigid instead of biology, that is soft and elastic.
C All established forms of electronics are hard and rigid, where biology is soft and elastic.
D All established forms of electronics are hard and rigid whereas biology is soft and elastic.
E All established forms of electronics are hard and rigid because biology is soft and elastic.

9 In the last paragraph, an example of what a "bag of tricks" contains is:

A skin.
B light-emitting diodes.
C epidermal electronic system.
D test circuits.
E new ideas.

Texto para as questões de 10 a 15.

LONGEVITY: HABITS MAY EXTEND LIFE ONLY SO MUCH

By Nicholas Bakalar

August 8, 2011

The eating, drinking and exercise habits of extremely old but healthy people differ little from those of the rest of us, a new study has found. Gerontologists at the Albert Einstein College of Medicine recruited 477 Ashkenazi Jews ages 95 to 112 who were living independently. The researchers took blood samples, did physical examinations and obtained detailed personal and medical histories from each participant. Then they compared them with 1,374 non-Hispanic white adults, ages 65 to 74, from the general population. For both men and women, consumption of alcohol, amount of physical activity and the percentage of people on low-calorie or low-salt diets were almost identical in the two groups.

Long-lived men were less likely to be obese than their younger counterparts, although no less likely to be overweight. The oldest women were more likely to be overweight and less likely to be obese. More men among the oldest were nonsmokers, but smoking habits were not significantly different among the women.

13 that it all depends on genes, and we might as well eat, drink and be merry? No, according to the senior author, Dr. Nir Barzilai, director of the Institute for Aging Research at Albert Einstein College of Medicine. "For most of us who 14 genes for longevity," he said, "if you follow the healthy lifestyle the medical community has put forth, you are 15 to live past 80."

The study was published on-line last week in The Journal of the American Geriatrics Society.

Disponível em: <www.nytimes.com>. (Adapt.).

10 According to the text:

A independent elderly people are more likely to live more and in a healthy way.

B the research compared two groups: one of men aged from 95 to 112 and one of women aged from 65 to 74.

C the study concluded that extremely old people do not have significantly different eating, drinking and exercise habits from the rest of the population.

D women in the oldest group were more likely to be nonsmokers when compared to women in the 65 to 74 group.

E non-Hispanic white adults tend to live less than Ashkenazi Jews, probably because of their lifestyle.

11 Os homens que fizeram parte do grupo da faixa etária mais velha:

A eram todos antitabagistas.

B apresentaram propensão à obesidade e ao sobrepeso.

C não consumiam bebidas alcoólicas e faziam dieta com restrição de calorias e de sal.

D não eram sedentários, mas também não praticavam exercícios físicos.

E apresentaram uma tendência ao sobrepeso semelhante à dos homens na faixa dos 65 aos 74 anos.

12 No trecho do segundo parágrafo – *Long-lived men were less likely to be obese than their younger counterparts, although no less likely to be overweight.* – a palavra *although* pode ser substituída, sem alteração de sentido, por:

A but

B so

C or

D since

E thus

Nas questões de **13** a **15**, assinale as alternativas que completam, correta e respectivamente, as lacunas numeradas no texto.

13

A Do you talk

B Have they done

C Has it said

D Does this mean

E Is he showing

14

A doesn't express

B do not have

C had been living

D shows

E will present

15

A less likely

B can't like

C much more likely

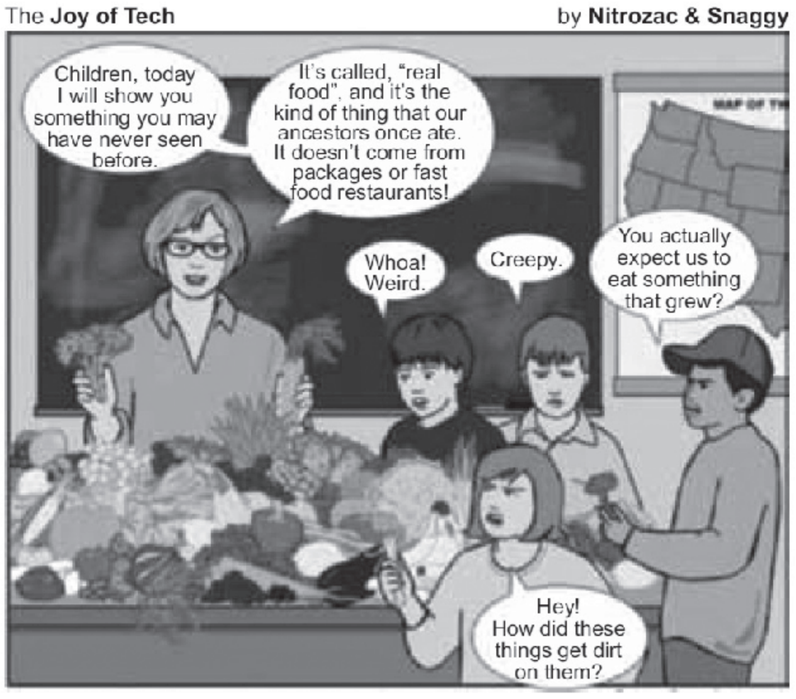
D even more like

E least probable

GABARITO

1. D
2. A
3. C
4. E
5. B
6. A
7. E
8. D
9. B
10. C
11. E
12. A
13. D
14. B
15. C

Examine o quadrinho para responder às questões de números 1 e 2.



(www.starling-fitness.com)

1 O quadrinho faz uma crítica

A à falta de bons modos explicitada pela linguagem usada pelas crianças.

B aos maus hábitos alimentares praticados pelas crianças em geral.

C à professora que não está familiarizada com os desejos das crianças.

D ao conflito entre gerações, ou seja, diferenças de comportamento entre pais e filhos.

E às crianças que não comem vegetais de cor verde.

2 When introduced to "real food" the children express

A awareness. C disguise. E sorrow.

B damage. D revulsion.

Leia o texto para responder às questões de números 3 a 8.

HEALTHY CHOICES

How do we reduce waistlines in a country where we traditionally do not like telling individuals what to do?

By Telegraph View
22 Aug 2014

Duncan Selbie, the Chief Executive of Public Health England, suggests that parents feed their children from smaller plates. Photo: Alamy

Every new piece of information about Britain's weight problem makes for ever more depressing reading. Duncan Selbie, the Chief Executive of Public Health England, today tells us that by 2034 some six million Britons will suffer from diabetes. Of course, many people develop diabetes through no fault of their own. But Mr Selbie's research concludes that if the levels of obesity returned to their 1994 levels, 1.7 million fewer people would suffer from the condition.

Given that fighting diabetes already drains the National Health Service (NHS) by more than £1.5 million, or 10 per cent of its budget for England, the impact upon the Treasury in 20 years' time from unhealthy lifestyles could be catastrophic. Bad health not only impacts on the individual but also on the rest of the community.

Diagnosis of the challenge is straightforward. The tougher question is what to do about reducing waistlines in a country where we traditionally do not like telling individuals what to do.

It is interesting to note that Mr Selbie does not ascribe to the Big Brother approach of ceaseless legislation and nannying. Rather, he is keen to promote choices – making the case passionately that people should be encouraged to embrace good health. One of his suggestions is that parents feed their children from smaller plates. That way the child can clear his or her plate, as ordered, without actually consuming too much. Like all good ideas, this is rooted in common sense.

(www.telegraph.co.uk. Adaptado.)

3 According to the text, Mr Duncan Selbie concluded that

A there were more diabetic people twenty years ago.

B obesity will escalate quickly in the next 20 years after a reduction in the last 20 years.

C less people would suffer from diabetes if obesity levels reverted to 1994 figures.

D there are certain genetic conditions that pose the risk of developing diabetes.

E 1.7 million people are obese and have serious health risks in the UK.

4 The excerpt from the first paragraph "many people develop diabetes through no fault of their own" means that these people

A should reduce their waistline.

B might take part in a research for new medicines.

C can't be blamed for getting ill.

D will have to undergo an expensive treatment paid by the NHS.

E probably led an unhealthy lifestyle.

5 Segundo o texto, a diabetes

A consome 10% do orçamento do sistema público de saúde na Inglaterra, com tendência a aumentar.

B esgotará os recursos para a saúde em 20 anos nos países desenvolvidos.

C será responsável por uma catástrofe nas comunidades onde a obesidade prevalece.

D precisa ser diagnosticada e tratada rapidamente, para evitar danos futuros à saúde.

E deve ter suas causas divulgadas, para que as pessoas saibam como curá-la.

6 No trecho inicial do segundo parágrafo "Given that fighting diabetes already drains the National Health Service", a expressão em destaque introduz

A um exemplo.
B uma consequência.
C uma generalização.
D uma finalidade.
E um pressuposto.

7 No trecho do segundo parágrafo "Bad health not only impacts on the individual but also on the rest of the community", a expressão "not only … but also" indica uma ideia de

A comparação.
B negação.
C contraste.
D inclusão.
E alternativa.

8 No trecho do quarto parágrafo "Rather, he is keen to-promote choices", o termo em destaque equivale, em português, a

A mesmo assim.
B além disso.
C via de regra.
D pelo contrário.
E por sinal.

Leia o texto para responder às questões de números 9 a 15.

THE RISE OF ANTIBIOTIC RESISTANCE

By The Editorial Board

May 10, 2014

The World Health Organization has surveyed the growth of antibiotic-resistant germs around the world – the first such survey it has ever conducted – and come up with disturbing findings. In a report issued late last month, the organization found that antimicrobial resistance in bacteria (the main focus of the report), fungi, viruses and parasites is an increasingly serious threat in every part of the world. "A problem so serious that it threatens the achievements of modern medicine," the organization said. "A post-antibiotic era, in which common infections and minor injuries can kill, far from being an apocalyptic fantasy, is instead a very real possibility for the 21st century."

The growth of antibiotic-resistant pathogens means that in ever more cases, standard treatments no longer work, infections are harder or impossible to control, the risk of spreading infections to others is increased, and illnesses and hospital stays are prolonged. All of these drive up the costs of illnesses and the risk of death. The survey sought to determine the scope of the problem by asking countries to submit their most recent surveillance data (114 did so). Unfortunately, the data was glaringly incomplete because few countries track and monitor antibiotic resistance comprehensively, and there is no standard methodology for doing so.

Still, it is clear that major resistance problems have already developed, both for antibiotics that are used routinely and for those deemed "last resort" treatments to cure people when all else has failed. Carbapenem antibiotics, a class of drugs used as a last resort to treat life-threatening infections caused by a common intestinal bacterium, have failed to work in more than half the people treated in some countries. The bacterium is a major cause of hospital-acquired infections such as pneumonia, bloodstream infections, and infections in newborns and intensive-care patients. Similarly, the failure of a last-resort treatment for gonorrhoea has been confirmed in 10 countries, including many with advanced health care systems, such as Australia, Canada, France, Sweden and Britain. And resistance to a class of antibiotics that is routinely used to treat urinary tract infections caused by E. coli is widespread; in some countries the drugs are now ineffective in more than half of the patients treated. This sobering report is intended to kick-start a global campaign to develop tools and standards to track drug resistance, measure its health and economic impact, and design solutions.

The most urgent need is to minimize the overuse of antibiotics in medicine and agriculture, which accelerates the development of resistant strains. In the United States, the Food and Drug Administration (FDA) has issued voluntary guidelines calling on drug companies, animal producers and veterinarians to stop indiscriminately using antibiotics that are important for treating humans on livestock; the drug companies have said they will comply. But the agency, shortsightedly, has appealed a court order requiring it to ban the use of penicillin and two forms of tetracycline by animal producers to promote growth unless they provide proof that it will not promote drug-resistant microbes.

The pharmaceutical industry needs to be encouraged to develop new antibiotics to supplement those that are losing their effectiveness. The Royal Pharmaceutical Society, which represents pharmacists in Britain, called this month for stronger financial incentives. It said that no new class of antibiotics has been discovered since 1987, largely because the financial returns for finding new classes of antibiotics are too low. Unlike lucrative drugs to treat chronic diseases like cancer and cardiovascular ailments, antibiotics are typically taken for a short period of time, and any new drug is apt to be used sparingly and held in reserve to treat patients resistant to existing drugs.

Antibiotics have transformed medicine and saved countless lives over the past seven decades. Now, rampant overuse and the lack of new drugs in the pipeline threaten to undermine their effectiveness.

(www.nytimes.com. Adaptado.)

9 Segundo o texto, um dos objetivos do relatório da Organização Mundial da Saúde é

A identificar os países que não têm dados fidedignos sobre a resistência aos antibióticos.
B iniciar uma campanha mundial para desenvolver metodologias para acompanhar a resistência às drogas.
C fazer um levantamento inicial dos principais microrganismos que causam doenças.
D fornecer subsídios à indústria farmacêutica para atualizar as drogas existentes.
E evitar a contaminação de pessoas saudáveis por drogas ineficientes.

10 Segundo o texto, o relatório da Organização Mundial da Saúde

A utilizou dados detalhados de mais de 114 países para verificar os resultados.
B constatou que as infestações por parasitas ainda não têm antídotos eficientes.
C concentrou-se no problema das bactérias resistentes aos antibióticos existentes.
D comparou as classes de antibióticos descobertas após 1987 para avaliar sua eficácia.
E revelou que muitas internações hospitalares são desnecessárias e dispendiosas.

11 According to the text, last resort antibiotics

A should be replaced by ordinary treatments since they are mostly unsuccessful.
B have not performed as they should in the case of gonorrhoea in 10 countries.
C don't work anymore in all developed countries due to their overuse.
D are very expensive and therefore can be taken only in a hospital.
E are usually prescribed for intestinal infections by most physicians.

12 According to the fourth paragraph of the text, the Food and Drug Administration

A issued a quite mild guideline to tackle excessive antibiotic use in livestock.
B allows the use of growth promoters in agriculture.
C proved that antibiotic use in agriculture doesn't pose any harm.
D convinced animal producers to use only tetracycline to promote animal growth.
E banned the use of penicillin and tetracycline by animal producers.

13 No trecho do quarto parágrafo "has appealed a court order requiring <u>it</u> to ban the use of penicillin", o termo em destaque se refere a

A Food and Drug Administration.
B drug companies.
C penicillin.
D animal producers.
E a court order.

14 Segundo o texto, a Royal Pharmaceutical Society do Reino Unido afirma que

A a indústria farmacêutica conseguiu lançar poucos antibióticos alternativos eficientes desde 1987.
B o ciclo de tratamento com antibióticos deve ser revisto para que essas drogas sejam viáveis para a indústria farmacêutica.
C há um antibiótico experimental de dose única em testes clínicos desde 1987.
D incentivos financeiros são necessários para o desenvolvimento de novas classes de antibióticos.
E o câncer e as doenças cardiovasculares também precisam de pesquisas para produzir antibióticos específicos.

15 Segundo o último parágrafo do texto,

A há diversas pesquisas com novas classes de drogas sendo testadas em animais.
B muitas pessoas morrerão devido a infecções comuns sem tratamento.
C o primeiro antibiótico de largo espectro foi criado na década de 70.
D daqui a 70 anos os atuais antibióticos estarão todos superados.
E os antibióticos estão perdendo sua eficácia devido ao seu uso abusivo.

Gabarito

1. B
2. D
3. C
4. C
5. A
6. E
7. D
8. D
9. B
10. C
11. B
12. A
13. A
14. D
15. E

Leia o texto para responder às questões 1 e 2.

"They don't see us as a powerful economic force, which is an incredible ignorance." – Salma Hayek, actor, denouncing sexism in Hollywood at the Cannes Film Festival; until recently, she added, studio heads believed women were interested only in seeing romantic comedies.

(*Time*, 01.06.2015.)

1 O termo "they" refere-se a

A powerful economic force.
B sexism in Hollywood studios.
C Hollywood studio heads.
D women.
E Cannes Film Festival organizers.

2 Based on the information the text presents, one can say that

A both Hollywood and Cannes are important economic forces that promote romantic comedies.
B Salma Hayek believes Cannes Film Festival organizers are ignorant because they have a biased image of women.
C failing to recognize women as an economic force is a sexist behaviour.
D Cannes Film Festival used to portray women in romantic comedies.
E most women in the United States would disagree with Salma Hayek.

Leia o texto para responder às questões de 3 a 7.

NOBEL WINNER MALALA OPENS SCHOOL FOR SYRIAN REFUGEES

Sylvia Westall

July 13, 2015

Bekaa Valley, Lebanon

Nobel Peace Prize laureate Malala Yousafzai gestures inside a classroom at a school for Syrian refugee girls, July 12, 2015. (Reuters/Jamal Saidi)

Malala Yousafzai, the youngest winner of the Nobel Peace Prize, celebrated her 18th birthday in Lebanon on Sunday by opening a school for Syrian refugee girls and called on world leaders to invest in "books not bullets". Malala became a symbol of defiance after she was shot on a school bus in Pakistan in 2012 by the Taliban for advocating girls' rights to education. She continued campaigning and won the Nobel in 2014.

"I decided to be in Lebanon because I believe that the voices of the Syrian refugees need to be heard and they have been ignored for so long," Malala told Reuters in a schoolroom decorated with drawings of butterflies. The Malala Fund, a non-profit organization that supports local education projects, provided most of the funding for the school, set up by Lebanon's Kayany Foundation in the Bekaa Valley, close to the Syrian border. The Kayany Foundation, established by Syrian Nora Joumblatt in response to Syria's refugee crisis, has already completed three other new schools to give free education to Syrian children in Lebanon. The Malala school can welcome up to 200 girls aged 14 to 18.

"Today on my first day as an adult, on behalf of the world's children, I demand of leaders we must invest in books instead of bullets," Malala said in a speech. Lebanon is home to at least 1.2 million of the 4 million refugees that have fled Syria's war to neighboring countries. There are about 500,000 Syrian school-age children in Lebanon, but only a fifth are in formal education. "We are in danger of losing generations of young Syrian girls due to the lack of education," Joumblatt said in a speech at the opening of the school. "Desperate and displaced Syrians are increasingly seeing early marriage as a way to secure the social and financial future of their daughters. We need to provide an alternative: Keep young girls in school instead of being pressured into wedlock."

Lebanon, which allows informal settlements on land rented by refugees, says it can no longer cope with the influx from Syria's four-year conflict. More than one in four people living in Lebanon is a refugee. The United Nations says the number of Syrian refugees in neighboring countries is expected to reach 4.27 million by the end of the year. "In Lebanon as well as in Jordan, an increasing number

of refugees are being turned back at the border," Malala said. "This is inhuman and this is shameful."

Her father Ziauddin said he was proud she was carrying on her activism into adulthood. "This is the mission we have taken for the last 8-9 years. A small moment for the education of girls in Swat Valley: it is spreading now all over the world," he said.

(www.reuters.com. Adaptado.)

3 According to the text, Malala Yousafzai was shot because she

A defends girls' rights to education.
B was campaigning in a school bus.
C is a Nobel Peace Prize laureate.
D rejected Taliban books.
E left Pakistan and went to Lebanon.

4 On her 18th birthday, Malala

A decided to live in Lebanon to help refugees establish schools.
B talked to 200 welcoming girls aged 14 to 18.
C celebrated in a school drawing butterflies with other girls.
D visited three schools for refugees in Syria.
E urged world leaders to invest in education and not in weapons.

Analise o trecho do terceiro parágrafo "I demand of leaders we must invest in books instead of bullets", para responder às questões **5** e **6**.

5 A expressão "instead of" indica uma ideia de

A simultaneidade.
B paralelismo.
C comparação.
D substituição.
E ênfase.

6 O termo "must" pode ser substituído, sem alteração de sentido, por

A has to.
B can.
C might.
D used to.
E ought to.

7 Segundo o texto,

A há mais refugiados sírios no Líbano do que os quatro milhões na Jordânia.
B mais de 25% dos moradores do Líbano são refugiados.
C as fronteiras libanesas estão abertas aos sírios.
D há 4,27 milhões de refugiados sírios no Líbano.
E os refugiados podem se estabelecer no Líbano somente por quatro anos.

Leia o texto para responder às questões de 8 a 15.

POVERTY MAY HINDER KIDS' BRAIN DEVELOPMENT, STUDY SAYS

REDUCED GRAY MATTER, LOWER TEST SCORES REPORTED FOR POOR CHILDREN

July 20, 2015

Poverty appears to affect the brain development of children, hampering the growth of gray matter and impairing their academic performance, researchers report. Poor children tend to have as much as 10 percent less gray matter in several areas of the brain associated with academic skills, according to a study published July 20 in JAMA Pediatrics. "We used to think of poverty as a 'social' issue, but what we are learning now is that it is a biomedical issue that is affecting brain growth," said senior study author Seth Pollak, a professor of psychology, pediatrics, anthropology and neuroscience at the University of Wisconsin-Madison.

The results could have profound implications for the United States, where low-income students now represent the majority of kids in public schools, the study authors said in background information. Fifty-one percent of public school students came from low-income families in 2013.

Previous studies have shown that children living in poverty tend to perform poorly in school, the authors say. They have markedly lower test scores, and do not go as far in school as their well-off peers.

To see whether this is due to some physical effect that poverty might have on a child's brain, Pollak and his colleagues analyzed MRI scans of 389 typically developing kids aged 4 to 22, assessing the amount of gray matter in the whole brain as well as the frontal lobe, temporal lobe and hippocampus. "Gray matter contains most of the brain's neuronal cells," Pollak said. "In other words, other parts of the brain – like white matter – carry information from one section of the brain to another. But the gray matter is where seeing and hearing, memory, emotions, speech, decision making and self-control occur."

Children living below 150 percent of the federal poverty level – US$ 36,375 for a family of four – had 3 percent to 4 percent less gray

matter in important regions of their brain, compared to the norm, the authors found. Those in families living below the federal poverty level fared even worse, with 8 percent to 10 percent less gray matter in those same brain regions. The federal poverty level in 2015 is US$ 24,250 for a family of four. These same kids scored an average of four to seven points lower on standardized tests, the researchers said.

The team estimated that as much as 20 percent of the gap in test scores could be explained by reduced brain development. A host of poverty-related issues likely contribute to developmental lags in children's brains, Pollak said. Low-income kids are less likely to get the type of stimulation from their parents and environment that helps the brain grow, he said. For example, they hear fewer new words, and have fewer opportunities to read or play games. Their brain development also can be affected by factors related to impoverishment, such as high stress levels, poor sleep, crowding and poor nutrition, Pollak said.

This study serves as a call to action, given what's already known about the effects of poverty on child development, said Dr. Joan Luby, a professor of child psychiatry at Washington University School of Medicine in St. Louis. "The thing that's really important about this study in the context of the broader literature is that there really is enough scientific evidence to take public health action at this point," said Luby, who wrote an editorial accompanying the study. "Poverty negatively affects brain development, and we also know that early interventions are powerfully effective," Luby said. "They are more effective than interventions later in life, and they also are cost-effective."

(www.nlm.nih.gov. Adaptado.)

8 Segundo o texto, a pesquisa publicada no periódico *JAMA Pediatrics* aponta que a pobreza

A causa deficiências nutricionais que, por sua vez, diminuem a quantidade de massa branca no cérebro.
B desequilibra a relação entre a massa cinzenta e a massa branca no cérebro das crianças.
C é uma questão biomédica que afeta o desenvolvimento cerebral infantil.
D impele os alunos de escolas particulares para as escolas públicas.
E é um problema eminentemente social que afeta sobremaneira as crianças.

9 Os estudos anteriores à pesquisa liderada pelo Dr. Seth Pollak evidenciam que

A os estudantes de famílias de baixa renda passam menos tempo no sistema educacional que os de famílias de renda superior.
B a maioria dos estudantes do sistema educacional público é oriunda de famílias de baixa renda.
C as escolas públicas dos Estados Unidos tentaram minimizar o impacto da pobreza sobre a educação.
D as escolas com grande número de alunos de famílias de baixa renda são mal avaliadas.
E o sistema educacional dos Estados Unidos deve atender melhor as crianças mais pobres.

10 The objective of the study led by Dr. Seth Pollak was to

A compare the gray and the white matter in the brain in low-income children.
B identify the role gray matter plays in cognitive development in school settings.
C define the amount of gray matter a child should present to perform well in school.
D research if the lower school performance could be attributed to poverty effects on children's brains.
E assess the distribution and quantity of gray matter in the whole brain.

11 No trecho do quarto parágrafo "To see whether this is **due to** some physical effect that poverty might have on a child's brain", a expressão em destaque introduz uma

A finalidade.
B causa.
C condição.
D reiteração.
E estimativa.

12 Nos Estados Unidos, o valor de US$ 36.375 refere-se

A ao salário mínimo anual em 2015.
B à renda familiar anual da maioria dos estudantes de baixa renda em escolas públicas.
C ao valor considerado necessário para a sobrevivência de uma família de quatro pessoas.
D ao valor do nível federal de pobreza anterior, que em 2015 foi reduzido para US$ 24.250.
E a uma vez e meia o valor do nível federal de pobreza para uma família de quatro pessoas.

13 According to the information presented in the fifth and sixth paragraphs, one can say that

A children living below the federal poverty level shall display 3 to 4 percent less gray matter in their brain.
B standardized test scores should not be a measure to reflect brain development.
C the poorer the family, the lower a child is likely to score in standardized tests due to gray matter deficit.
D about 20 percent of school children display a low performance in test scores.
E the federal poverty level continued to go downward and more poor students have left school in 2015.

14 According to the information presented in the sixth paragraph, brain growth is likely to occur due to

A poor sleep.
B playing games.
C hearing fewer new words.
D crowding.
E high stress levels.

15 A Dra. Joan Luby afirma que

A há medidas de baixo custo que podem ser tomadas, mesmo na idade adulta, para minimizar o problema.
B o estudo deve continuar para aprofundar os dados científicos e sugerir quais ações devem ser implementadas em curto prazo.
C escreverá um editorial na próxima edição do periódico *JAMA Pediatrics* para avaliar o estudo e sua contribuição para a literatura médica.
D o tratamento do déficit de massa cinzenta no cérebro da criança deve ser iniciado logo que constatado.
E o estudo oferece bases científicas suficientes para que sejam tomadas medidas no âmbito da saúde pública.

Gabarito

1.	C	**4.**	E	**7.**	B	**10.**	D	**13.**	C
2.	C	**5.**	D	**8.**	C	**11.**	B	**14.**	B
3.	A	**6.**	S/A	**9.**	A	**12.**	E	**15.**	E

Prova 33 Fuvest - 2014

Texto para as questões 1 e 2.

A WAVE OF ANGER IS SWEEPING THE CITIES OF THE WORLD.

The protests have many different origins. In Brazil people rose up against bus fares, in Turkey against a building project. Indonesians have rejected higher fuel prices. In the euro zone they march against austerity, and the Arab spring has become a perma-protest against pretty much everything.

Yet just as in 1848, 1968 and 1989, when people also found a collective voice, the demonstrators have much in common. In one country after another, protesters have risen up with bewildering speed. They tend to be ordinary, middle-class people, not lobbies with lists of demands. Their mix of revelry and rage condemns the corruption, inefficiency and arrogance of the folk in charge.

Nobody can know how 2013 will change the world – if at all. In 1989 the Soviet empire teetered and fell. But Marx's belief that 1848 was the first wave of a proletarian revolution was confounded by decades of flourishing capitalism and 1968 did more to change sex than politics. Even now, though, the inchoate significance of 2013 is discernible. And for politicians who want to peddle the same old stuff, news is not good.

The Economist, June 29, 2013. Adaptado.

1 Segundo o texto, os protestos de 2013, em diversos lugares do mundo,

A vêm perdendo força por falhas de organização.
B questionam a atuação dos *lobbies* nas reivindicações das diversas classes sociais.
C condenam a corrupção e outros comportamentos inadequados da classe política.
D resultam de motivações econômicas precisas.
E têm poucos aspectos em comum.

2 Ao comparar os protestos de 2013 com movimentos políticos passados, afirma-se, no texto, que

A nem sempre esses movimentos expressam anseios coletivos.
B as crenças de Marx se confirmaram, mesmo após 1848.
C as revoltas de 1968 causaram grandes mudanças políticas.
D não se sabe se os protestos de 2013 mudarão o mundo.
E mudanças de costumes foram as principais consequências de movimentos passados.

Texto para as questões 3 a 5.

To live the longest and healthiest life possible, get smarter. Institute for Health Metrics and Evaluation (IHME) data show that past a certain threshold, health and wealth are just weakly correlated. However, overall health is closely tied to how many years people spend in school. Mexico, for instance, has a fifth the per capita gross domestic product (GDP) of the United States, but, for women, more than 50 per cent of the latter's schooling.

In line with the trend, Mexico's female adult mortality rate is only narrowly higher. Vietnam and Yemen have roughly equivalent per capita GDP. Yet Vietnamese women average 6.3 more years in school are half as likely to die between the ages of 15 and 60. "Econimic gro wth is also significantly associated with child mortality reductions, but the magnitude of the association is much smaller than that of incre ased the education," comments Emmanuela Gakidou, IHME's director of education and training. "One year of schooling gives you about 10 percent lower mortality rates, whereas with a 10 percent increase in GDP, your mortality rate would go down only by 1 to 2 percent".

Discover, May 31, 2013. Adaptado.

3 O argumento central do texto é o de que níveis mais altos de escolaridade estão diretamente relacionados a

A índices mais baixos de mortalidade.
B crescimento econômico acentuado.
C mais empregos para as mulheres.
D menores taxas de natalidade.
E melhorias nos serviços de saúde.

4 No texto, ao se comparar o México aos Estados Unidos, afirma-se que, no México,

A o produto interno bruto é equivalente a 50% do produto interno bruto dos Estados Unidos.
B os índices de mortalidade adulta vêm crescendo, nos últimos anos.
C as mulheres representam 50% da população escolarizada.
D as políticas educacionais são insuficientes e estão defasadas.
E as taxas de mortalidade feminina adulta são pouco superiores às norte-americanas.

5 De acordo com o texto, "about 10 percent lower mortality rates" é resultado de

A "10 percent increase in GDP".
B "child mortality reductions".
C "equivalent per capita GDP".
D "economic growth".
E "one year of schooling".

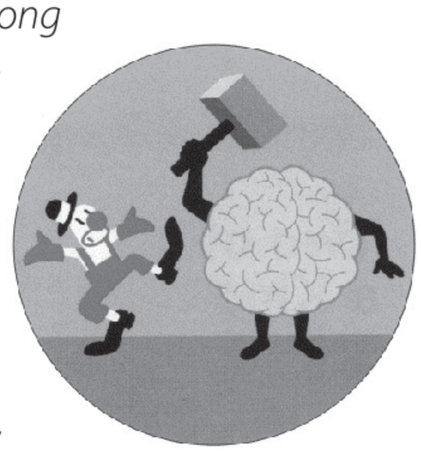
Gabarito

1. C **2.** D **3.** A **4.** E **5.** E

Prova 34 Fuvest - 2015

Texto para as questões de 1 a 3.

You know the exit is somewhere along this stretch of highway, but you have never taken it before and do not want to miss it. As you carefully scan the side of the road for the exit sign, numerous distractions intrude on your visual field: billboards, a snazzy convertible, a cell phone buzzing on the dashboard. How does your brain focus on the task at hand?



To answer this question, neuroscientists generally study the way the brain strengthens its response to what you are looking for – jolting itself with an especially large electrical pulse when you see it. Another mental trick may be just as important, according to a study published in April in the Journal of Neuroscience: the brain deliberately weakens its reaction to everything else so that the target seems more important in comparison.

Such research may eventually help scientists understand what is happening in the brains of people with attention problems, such as attention-deficit/hyperactivity disorder. And in a world increasingly permeated by distractions – a major contributor to traffic accidents – any insights into how the brain pays attention should get ours.

Scientific American, July 2014. Adaptado.

1 O foco principal do texto são as

A várias distrações que se apresentam quando estamos dirigindo.
B estratégias que nosso cérebro utiliza para se concentrar em uma tarefa.
C informações que nosso campo visual precisa processar.
D decisões que tomamos quando queremos usar um caminho novo.
E várias tarefas que conseguimos realizar ao mesmo tempo.

2 Segundo estudo publicado no *Journal of Neuroscience*, mencionado no texto,

A nossa busca pela realização de tarefas diversas aumenta o número de pulsações elétricas produzidas pelo cérebro.
B os neurocientistas estão estudando como, sem grande esforço, conseguimos focalizar uma coisa de cada vez.
C as pulsações elétricas produzidas pelo cérebro são intensas e constantes.
D nosso cérebro reduz sua reação a estímulos que são menos relevantes para a tarefa a ser realizada, mantendo o foco.
E o tipo de resposta que nosso cérebro fornece frente a novas tarefas ainda é uma questão a ser respondida pelos pesquisadores.

3 De acordo com o texto, a pesquisa mencionada pode

A colaborar para a compreensão de nossas atitudes frente a novas tarefas.

B ajudar pessoas que possuem diversos distúrbios mentais, ainda pouco conhecidos.

C ajudar pessoas que, normalmente, são muito distraídas e desorganizadas.

D colaborar para a compreensão do modo como enxergamos o mundo.

E colaborar para a compreensão do que ocorre no cérebro de pessoas com problemas de atenção.

Texto para as questões 4 e 5.

Between now and 2050 the number of people living in cities will grow from 3.9 billion to 6.3 billion. The proportion of urban dwellers will swell from 54% to 67% of the world's population, according to the UN. In other words, for the next 36 years the world's cities will expand by the equivalent of six São Paulos every year. This growth will largely occur in developing countries. But most governments there are ignoring the problem, says William Cobbett of the Cities Alliance, an NGO that supports initiatives such as the one launched by New York University to help cities make long-term preparations for their growth.

"Whether we want it or not, urbanisation is inevitable," say specialists. "The real question is: how can we improve its quality?"

The Economist, June 21st 2014. Adaptado.

4 De acordo com o texto,

A a população rural crescerá na mesma proporção que a população urbana nos próximos 20 anos.

B a população, nas cidades, chegará a mais de 6 bilhões de pessoas até 2050.

C a expansão de cidades como São Paulo é um exemplo do crescimento global.

D a cidade de São Paulo cresceu seis vezes mais, na última década, do que o previsto por especialistas.

E o crescimento maior da população em centros urbanos ocorrerá em países desenvolvidos.

5 Segundo William Cobbett,

A várias ONGs estão trabalhando para minimizar os problemas enfrentados nas cidades.

B as maiores migrações para as cidades tiveram início há 36 anos.

C a maioria dos governantes de países em desenvolvimento não está dando atenção à explosão demográfica nas cidades.

D uma cidade como São Paulo será pequena se comparada a outras no ano de 2050.

E os países em desenvolvimento estão lidando melhor com a questão do êxodo rural do que os países desenvolvidos.

GABARITO

1. B **2.** D **3.** E **4.** B **5.** C

PROVA 35 FUVEST - 2016

Texto para as questões 1 e 2.

About half of the world's population is at risk of contracting dengue, according to the World Health Organization. The mosquito is found in tropical and subtropical climates around the world; however, dengue does not naturally occur in these creatures: the mosquitoes get dengue from us.

The mechanism of dengue infection is simple. Female mosquitoes bite humans because they need the protein found in our blood to produce eggs. (Male mosquitoes do not bite.) If the mosquito bites someone with dengue – and then, after the virus's roughly eight – to 12 – day replication period, bites someone else – it passes dengue into its next victim's bloodstream.

There is no vaccine against dengue, but infecting mosquitoes with a natural bacterium called Wolbachia blocks the insects' ability to pass the disease to humans. The microbe spreads among both male and female mosquitoes: infected females lay eggs that harbor the bacterium, and when Wolbachia – free females mate with infected males, their eggs simply do not hatch. Researchers are now releasing Wolbachia – infected females into the wild in Australia, Vietnam, Indonesia and Brazil.

Scientific American, June 2015. Adaptado.

1 De acordo com o texto, a infecção por dengue

A propaga-se quando mosquitos fêmeas picam seres humanos infectados e retransmitem a doença a outras pessoas.

B é provocada por mosquitos infectados depois do acasalamento.

C desenvolve-se por meio das fêmeas, que transmitem o vírus para os machos, num círculo vicioso que se repete periodicamente.

D desenvolve-se no corpo humano após doze dias da picada, período de incubação do vírus.

E altera a proteína presente no sangue humano que é procurada pelos mosquitos fêmeas.

2 Segundo o texto, a bactéria *Wolbachia*, se inoculada nos mosquitos, bloqueia a transmissão da dengue porque

A torna os machos estéreis.

B interfere no período de acasalamento dos mosquitos.

C impede a multiplicação do vírus nas fêmeas.

D impede a eclosão dos ovos que contêm o vírus.

E diminui a quantidade de ovos depositados pelas fêmeas.

Texto para as questões de 3 a 5.

Working for on-demand startups like Uber and TaskRabbit is supposed to offer flexible hours and higher wages, but many workers have found the pay lower and the hours less flexible than they expected. Even more surprising: 8 percent of those chauffeuring passengers and 16 percent of those making deliveries said they lack personal auto insurance.

Those are among the findings from a survey about the work life of independent contractors for on-demand startups, a booming sector of the tech industry, being released Wednesday.

"We want to shed light on the industry as a whole," said Isaac Madan, a Stanford master's candidate in bioinformatics who worked with two other Stanford students and a recent alumnus on the survey of 1,330 workers. "People need to understand how this space will change and evolve and help the economy."

On-demand, often called the sharing economy, refers to companies that let users summon workers via smartphone apps to handle all manner of services: rides, cleaning, chores, deliveries, car parking, waiting in lines. Almost uniformly, those workers are independent contractors rather than salaried employees.

That status is the main point of contention in a recent rash of lawsuits in which workers are filing for employee status. While the survey did not directly ask contractors if they would prefer to be employees, it found that their top workplace desires were to have paid health insurance, retirement benefits and paid time off for holidays, vacation and sick days – all perks of full-time workers. Respondents also expressed interest in having more chances for advancement, education sponsorship, disability insurance and human-relations support.

Because respondents were recruited rather than randomly selected, the survey does not claim to be representational but a conclusion one may come to is that flexibility of new jobs comes with a cost. Not all workers are prepared for that!

SFChronicle.com and SFGate.com, May 20, 2015. Adaptado.

3 Segundo o texto, empresas do tipo "on-demand"

A têm pouco contato com seus prestadores de serviços, o que dificulta o estabelecimento de planos de carreira.

B são intermediárias entre usuários e prestadores de serviços acionados por meio de aplicativos.

C remuneram abaixo do mercado seus prestadores de serviços.

D exigem dos prestadores de serviços um número mínimo de horas trabalhadas por dia.

E estão crescendo em número, mas são criticadas pela qualidade de seus serviços.

4 Um dos resultados da pesquisa realizada com prestadores de serviços de empresas do tipo "on-demand" mostra que esses trabalhadores

A consideram a flexibilidade do horário de trabalho o ponto alto de sua opção profissional.

B pagam seus próprios seguros-saúde e planos de aposentadoria.

C investem no seu aprimoramento profissional para obter melhores ganhos no futuro.

D têm a opção de tirar férias quando desejarem, com o apoio das empresas e dos familiares.

E desejam ter os mesmos benefícios sociais que trabalhadores assalariados.

5 Outro resultado da mesma pesquisa indica que

A grande parte dos trabalhadores em empresas "on-demand" não pensa em ter um registro formal de trabalho.

B nem todos os trabalhadores em empresas "on-demand" estão preparados para arcar com o custo de sua flexibilidade no trabalho.

C muitos dos entrevistados que prestam serviços nas empresas "on-demand" também têm um trabalho formal.

D vários dos entrevistados buscam o trabalho "on-demand" por conta do status que ele proporciona.

E as vantagens de um emprego formal são menores se comparadas com as vantagens envolvidas no trabalho "on-demand".

GABARITO

1. A **2.** D **3.** B **4.** E **5.** B

Texto para as questões de 1 a 3.

Plants not only remember when you touch them, but they can also make risky decisions that are as sophisticated as those made by humans, all without brains or complex nervous systems.

Researchers showed that when faced with the choice between a pot containing constant levels of nutrients or one with unpredictable levels, a plant will pick the mystery pot when conditions are sufficiently poor.

In a set of experiments, Dr. Shemesh, from Tel-Hai College in Israel, and Alex Kacelnik, from Oxford University, grew pea

plants and split their roots between two pots. Both pots had the same amount of nutrients on average, but in one, the levels were constant; in the other, they varied over time. Then the researchers switched the conditions so that the average nutrients in both pots would be equally high or low, and asked: Which pot would a plant prefer?

When nutrient levels were low, the plants laid more roots in the unpredictable pot. But when nutrients were abundant, they chose the one that always had the same amount.

The New York Times, June 30, 2016. (Adapt.).

1 Segundo uma das conclusões dos experimentos relatados no texto, as plantas de ervilha demonstraram

A sensibilidade aos gestos humanos agressivos.
B ter sistemas nervosos complexos.
C graus distintos de tolerância à umidade do solo.
D capacidade de escolhas adaptativas conforme o meio.
E comportamento previsível no processo de florescimento.

2 Conforme o texto, um dos elementos da metodologia empregada nos experimentos foi

A o número de mudas plantadas.
B a técnica de divisão de raízes.
C a localização dos vasos na estufa.
D a escolha da variedade de ervilha.
E o espaçamento das sementes nos vasos.

3 De acordo com os experimentos relatados no texto, em condições adversas, as plantas de ervilha priorizaram o crescimento de raízes nos vasos que apresentaram níveis de nutrientes

A abundantes.
B estáveis.
C básicos.
D ideais.
E variáveis.

Texto para as questões de 4 e 5.

A study carried out by Lauren Sherman of the University of California and her colleagues investigated how use of the "like" button in social media affects the brains of teenagers lying in body scanners.

Thirty-two teens who had Instagram accounts were asked to lie down in a functional magnetic resonance imaging (fMRI) scanner. This let Dr. Sherman monitor their brain activity while they were perusing both their own Instagram photos and photos that they were told had been added by other teenagers in the experiment. In reality, Dr. Sherman had collected all the other photos, which included neutral images of food and friends as well as many depicting risky behaviours like drinking, smoking and drug use, from other peoples' Instagram accounts. The researchers told participants they were viewing photographs that 50 other teenagers had already seen and endorsed with a "like" in the laboratory.

The participants were more likely themselves to "like" photos already depicted as having been "liked" a lot than they were photos depicted with fewer previous "likes". When she looked at the fMRI results, Dr. Sherman found that activity in the nucleus accumbens, a hub of reward circuitry in the brain, increased with the number of "likes" that a photo had.

The Economist, June 13, 2016. (Adapt.).

4 Segundo o texto, como resultado parcial da pesquisa, observou-se que

A fotos com imagens neutras provocaram menor impacto do que as que retratavam comportamento perigoso.
B os participantes mostraram tendência a "curtir" uma imagem que já havia recebido número considerável de "curtidas".
C os adolescentes demonstraram certo desconforto, quando solicitados a avaliar fotos produzidas por eles próprios.
D as tarefas propostas aos participantes apresentaram limitações, por terem foco exclusivo na rede Instagram.
E a metodologia adotada no experimento confirmou conclusões de estudos anteriores sobre redes sociais.

5 Conforme o texto, a região do cérebro que se mostrou mais ativa, quando da análise dos resultados da ressonância, corresponde a um sistema de

A memória recente.
B defesa.
C recompensa.
D repetição.
E inibição.

Gabarito

1. D
2. B
3. E
4. B
5. C

ROTEIRO DE ESTUDOS

TURMA ITA – CADERNO 4 2019 HISTÓRIA - GEOGRAFIA - BIOLOGIA

História Livro 4 / Frente 1

Aula 25

Assunto: Populismo – conceito teórico e o Governo Dutra

I. Leia as páginas 7 e 8 do capítulo 10.
II. Faça os exercícios 1 e 2 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 1, 3, 5, 10 e 12.

Aula 26

Assunto: Governos Vargas e Juscelino

I. Leia as páginas 8 a 11 do capítulo 10.
II. Faça os exercícios 3 e 4 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos de 14, 15 e de 18 a 20.

Aula 27

Assunto: Governos Jânio e Jango e o Golpe de 1964

I. Leia as páginas de 11 a 14 do capítulo 10.
II. Faça os exercícios 5 e 6 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 23 a 26, 29 e 33.

Aula 28

Assunto: Regime Militar – os governos Castelo Branco, Costa e Silva e Médici

I. Leia as páginas de 30 a 35 do capítulo 11.
II. Faça os exercícios 1 a 3 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 1, 3, 10 e de 12 a 14.

Aula 29

Assunto: Regime Militar – os governos Geisel e Figueiredo – e o fim do Regime Militar

I. Leia as páginas de 35 a 41 do capítulo 11. Leia também o texto complementar das páginas 49 a 53.
II. Faça os exercícios 4 e 5 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 19 a 25 e 32.

Aula 30

Assunto: Brasil Contemporâneo: os governos após o Regime Militar

I. Leia as páginas 58 a 73 do capítulo 12.
II. Faça os exercícios 1, 2 e 4 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 1 a 3, 5, 12, 14, 17 e 18.

História Livro 4 / Frente 2

Aula 25

Assunto: A Revolução Russa

I. Leia as páginas de 85 a 90 do capítulo 10. Leiam também o texto complementar das páginas 106 a 108.
II. Faça os exercícios 1 e 2 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos de 4 a 9, 11 e 12.

Aula 26

Assunto: O pós-Primeira Guerra, a crise de 1929 e a depressão da década de 1930

I. Leia as páginas de 90 a 94 do capítulo 10.
II. Faça o exercício 3 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 13, 15 e de 17 a 20.

Aula 27

Assunto: Os Estados Totalitários

I. Leia as páginas de 94 a 99 do capítulo 10.
II. Faça os exercícios 4 e 5 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 25 a 30.

Aula 28

Assunto: A Segunda Guerra Mundial

I. Leia as páginas de 113 a 118 do capítulo 11.
II. Faça os exercícios 1 e 2 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 1 a 5, 9, 10 e 12.

Aula 29

Assunto: O Mundo do pós-Segunda Guerra: a Guerra Fria, a descolonização afro-asiática e os principais conflitos do pós-Guerra

I. Leia as páginas de 118 a 136 do capítulo 11.
II. Faça os exercícios 3 a 7 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 13, 15, 16, 19, 20, 27, 29, 33, 35, 36, 38, 40 e 45.

Aula 30

Assunto: O fim da Guerra Fria e a Nova Ordem Internacional

I. Leia as páginas de 136 a 149 do capítulo 11.
II. Faça o exercício 8 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 50, 52, 53, 55 e 56.

Geografia Livro 4 / Frente 1

Aula 25

Assunto: Problemas sociais urbanos

I. Leia as páginas de 7 a 17 do capítulo 10.
II. Faça os exercícios de 1 a 5 da seção “Revisando”.
III. Faça os exercícios propostos de 1 a 15.

Aula 26

Assunto: Problemas socioambientais urbanos

I. Leia as páginas de 17 a 24 do capítulo 10.
II. Faça o exercício 6 da seção “Revisando”.
III. Faça os exercícios propostos de 16 a 23.

Aula 27

Assunto: Problemas socioambientais mundiais

I. Leia as páginas de 43 a 52 do capítulo 11.
II. Faça os exercícios de 1 a 7 da seção “Revisando”.
III. Faça os exercícios propostos de 1 a 10.

Aula 28

Assunto: Geopolítica ambiental

I. Leia as páginas de 52 a 59 do capítulo 11.
II. Faça os exercícios de 8 a 10 da seção “Revisando”.
III. Faça os exercícios propostos de 11 a 27.

Aula 29

Assunto: Organização política do Brasil

I. Leia as páginas de 76 a 80 do capítulo 12.
II. Faça os exercícios 1 e 2 da seção “Revisando”.
III. Faça os exercícios propostos de 4 a 6 e de 8 a 11.

Aula 30

Assunto: Regionalização do Brasil

I. Leia as páginas de 80 a 92 do capítulo 12.
II. Faça os exercícios de 3 a 5 da seção “Revisando”.
III. Faça os exercícios propostos 1, 2, 3 e de 12 a 24.

Geografia Livro 4 / Frente 2

Aula 25

Assunto: Tensões e perspectivas

I. Leia as páginas de 108 a 119 do capítulo 10.
II. Faça os exercícios de 1 a 10 da seção “Revisando”.
III. Faça os exercícios propostos de 1 a 12.

Aula 26

Assunto: Conflitos I

I. Leia as páginas de 130 a 135 do capítulo 11.
II. Faça os exercícios 1 e 2 da seção “Revisando”.
III. Faça os exercícios propostos de 1 a 9.

Aula 27

Assunto: Conflitos II

I. Leia as páginas de 135 a 143 do capítulo 11.
II. Faça os exercícios de 3 a 6 da seção “Revisando”.
III. Faça os exercícios propostos de 10 a 18.

Aula 28

Assunto: Conflitos III

I. Leia as páginas de 144 a 151 do capítulo 11.
II. Faça os exercícios de 7 a 10 da seção “Revisando”.
III. Faça os exercícios propostos de 19 a 30.

Aula 29

Assunto: Desafios políticos e econômicos

I. Leia as páginas de 172 a 179 do capítulo 12.
II. Faça os exercícios de 1 a 3 da seção “Revisando”.
III. Faça os exercícios propostos de 1 a 8.

Aula 30

Assunto: Instabilidades geopolíticas

I. Leia as páginas de 179 a 190 do capítulo 12.
II. Faça os exercícios de 4 a 6 da seção “Revisando”.
III. Faça os exercícios propostos de 9 a 18.

Biologia Livro 4 / Frente 1

Aula 25

Assunto: Segunda Lei de Mendel

I. Leia as páginas de 7 a 9 do capítulo 16.
II. Faça os exercícios 1 e 2 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 6, 7 e 11.

Aula 26

Assunto: Interações gênicas

I. Leia as páginas de 20 a 24 do capítulo 17.
II. Faça os exercícios 2 e 3 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 3, 16 e 20.

Aula 27

Assunto: *Linkage* e mapas gênicos

I. Leia as páginas de 36 a 39 do capítulo 18.
II. Faça os exercícios 1 e 2 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 1, 3 e 5.

Aula 28

Assunto: Genoma humano e cromossomos sexuais

I. Leia as páginas de 50 a 54 do capítulo 19.
II. Faça os exercícios 5 e 7 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 2, 7 e 10.

Aula 29

Assunto: Mutações gênicas e cromossômicas

I. Leia as páginas de 70 a 72 do capítulo 20.
II. Faça os exercícios 1, 3 e 4 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 5 e 9.

Aula 30

Assunto: Genética de populações

I. Leia as páginas 82 e 83 do capítulo 21.
II. Faça os exercícios 2 e 3 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 1, 3 e 5.

Biologia Livro 4 / Frente 2

Aula 25

Assunto: Transporte e sustentação em plantas

I. Leia as páginas de 95 a 100 do capítulo 18.
II. Faça os exercícios 12 e 13 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 1, 7 e 9.

Aula 26

Assunto: Hormônios vegetais

I. Leia as páginas de 112 a 115 do capítulo 19.
II. Faça os exercícios 2 e 4 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 1, 7 e 9.

Aula 27

Assunto: Movimentos vegetais

I. Leia as páginas de 127 a 131 do capítulo 20.
II. Faça os exercícios 1 e 4 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos de 2 a 4.

Aula 28

Assunto: Plantas e ambiente: biomas

I. Leia as páginas 142 e 143 do capítulo 21.
II. Faça os exercícios de 8 a 10 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 3 e 4.

Aulas 29 e 30

Assunto: Plantas e ambiente: grandes biomas terrestres e do Brasil

I. Leia as páginas de 143 a 152 do capítulo 21.
II. Faça os exercícios de 18 a 23 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 6, 10, 12 e 17.

Biologia Livro 4 / Frente 3

Aulas 25 e 26

Assunto: Sistema endócrino

I. Leia as páginas de 171 a 175 do capítulo 17.
II. Faça os exercícios 3, 4, 7, 9 e 17 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 6, 9, 11, 16 e 17.

Aulas 27 e 28

Assunto: Sistema reprodutor

I. Leia as páginas de 189 a 195 do capítulo 18.
II. Faça os exercícios 3, 6, 13, 15 e 21 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 1, 2, 5, 7 e 8.

Aula 29

Assunto: Tecidos epiteliais e conjuntivos

I. Leia as páginas de 215 a 219 do capítulo 19.
II. Faça os exercícios 3, 6 e 8 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 8 e 13.

Aula 30

Assunto: Tecidos musculares

I. Leia as páginas de 231 a 234 do capítulo 20.
II. Faça os exercícios 3, 5 e 9 da seção "Revisando".
III. Faça os exercícios propostos 7, 10 e 14.

Anotações

Data de provas

Anotações

Data de provas

Anotações

Data de provas

Anotações

Data de provas

Anotações

Data de provas